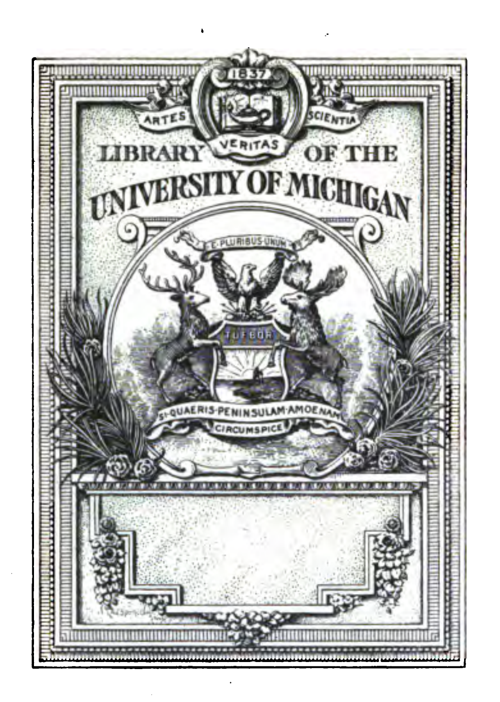



1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE



Leibnizens gesammelte Werke

aus den Handschriften

der Königlichen Bibliothek zu Hannover

herausgegeben

von

Georg Heinrich Pertz.

Dritte Folge

Mathematik.

Sechster Band.

HALLE,

Druck und Verlag von H. W. Schmidt.

1860.

Leibnizens
mathematische Schriften

herausgegeben

von

C. I. Gerhardt.

Zweite Abtheilung.

Die mathematischen Abhandlungen Leibnizens enthaltend.

Band II.

HALLE,

Druck und Verlag von H. W. Schmidt.

1860.

Inhalt.

Dynamica.

DYNAMICA.



Obwohl die Thätigkeit Leibnizens in den Jahren 1668 bis 1672 durch viele zerstreuende Geschäfte in Anspruch genommen wurde, welche ihm seine amtliche Stellung am Kurfürstlichen Hofe zu Mainz und sein besonderes Verhältniss zu dem Herrn von Boineburg auferlegten, so setzte er dennoch die wissenschaftlichen Studien keineswegs ganz bei Seite. Nicht allein war er auf eine wissenschaftlichere Behandlung der Jurisprudenz bedacht, sondern er versuchte auch mit den hervorragendsten Männern seiner Zeit durch Briefwechsel in nähere Verbindung zu treten, wobei ihm besonders die ausgebreiteten Bekanntschaften seines Gönners, des Herrn von Boineburg, in hohem Grade förderlich waren. Er richtete Briefe an Otto von Guerike, an Spinoza, an Anton Arnaud, an Oldenburg in London. Da der zuletzt genannte zur Zeit Secretär der neu gegründeten Societät in London war, so wurde er der Vermittler, dass Leibniz den ausgezeichnetsten Männern Englands, welche die Königliche Societät bildeten, bekannt ward. Um insbesondere diesem Kreise einen Beweis seiner wissenschaftlichen Studien zu geben, verfasste Leibniz die kleine Schrift, die unter dem Titel: Hypothesis physica nova, qua Phaenomenorum Naturae plerorumque causae ab unico quodam universali motu, in globo nostro supposito, neque Tychonicis, neque Copernicanis aspernando, repetantur, im Jahre 1671 zu Mainz erschien. Sie besteht aus zwei Theilen, von denen der erste die Aufschrift hat: Theoria motus concreti seu hypothesis de rationibus phaenomenorum nostri Orbis, und der Königlichen Societät in London gewidmet ist; der zweite Theil hat den Titel: Theoria motus abstracti seu rationes motuum universales, a sensu et phaenomenis independentes, und ist der Akademie der Wissenschaften zu Paris zugeeignet*).

*) Da diese zweite Abtheilung als eine besondere Schrift einige Zeit später erschien, als die erste Abtheilung, und da von der ersten

Ebenso wie Leibniz den in der Dissertatio de Arte Combinatoria zuerst ausgesprochenen grossartigen Plan einer Allgemeinen Charakteristik nie aus den Augen verlor und sein ganzes Leben hindurch immer wieder von neuem zur Sprache gebracht hat, ebenso ist die Vorstellung über die Endursache der im Kosmos wirkenden Kräfte, die er zuerst in der Hypothesis physica niedergelegt, in späterer Zeit nie wieder von ihm aufgegeben worden. Es ist deshalb eine genaue Analyse der zuletzt genannten Schrift nothwendig, zumal Leibniz in Betreff seiner Ideen nicht immer genau verstanden worden und daher vielfachen Angriffen ausgesetzt gewesen ist.

Sogleich in den ersten Anfängen seiner wissenschaftlichen Studien hatte Leibniz erkannt, dass aus einfachen Begriffen die zusammengesetzten hergeleitet werden könnten, und dass dies ohne Zweifel ein richtiger Weg sei, neue Wahrheiten zu entdecken. Er war deshalb der Ansicht, dass man, um die Endursachen der im Weltraum wirkenden Kräfte zu erforschen, von den einfachsten Erscheinungen ausgehen müsse, die allgemein zugestanden und deren Ursprung erforscht war (ex phaenomenis manifestis et exploratis); es würden sich hieraus die complicirten Phänomene, ohne irgend welche willkürliche Hypothesen anzunehmen, herleiten lassen. Nun gehört zu den Phänomenen, die von Jedermann zugegeben werden müssen, die Rotation der Weltkörper um ihre Axe; von dieser Bewegung nimmt Leibniz seinen Ausgang. Da ausserdem die Sonne Licht aussendet, so muss derselben eine Wirkung nach aussen beigelegt werden, welche sich durch den ganzen Weltraum erstreckt. Damit eine solche Wirkung möglich ist, muss etwas vorhanden sein, was den Weltraum erfüllt; dies ist der Aether, der die atmosphärische Luft und alle Körper durchdringt. Insofern nun das von der Sonne ausgehende Licht an der Rotationsbewegung der letztern Antheil nimmt und da der Aether der Bewegung des Lich-

---

Abtheilung in London ein neuer Abdruck zur Vertheilung an die Mitglieder der Königlichen Societät veranstaltet wurde, so giebt es Exemplare der Hypothesis physica, die nur die erste Abtheilung enthalten. Ein solches Exemplar habe ich bei der Redaction des vorliegenden Bandes benutzt; es wurde mir durch Herrn Prof. Dr. Drobisch in Leipzig höchst zuvorkommend zur Einsicht mitgetheilt. — Die zweite Abtheilung ist hier so wiedergegeben, wie sie in Leib. op. omn. ed. Dutens Tom. II. sich findet.

tes folgt, so wird seine Bewegung eine kreisförmige sein; durch diese werden die übrigen Himmelskörper mitfortgerissen und erhalten so ihre Centralbewegung. Aus diesen seit der Schöpfung der Welt vorhandenen Bewegungen leitet Leibniz nicht allein die Copernikanische Anordnung des Kosmos her, sondern auch die Bewegung des Meeres, die Winde, die Polarität des Magneten, die Schwere und die Elasticität. Demnach lassen sich nach der Meinung Leibnizens aus einem Princip, aus der durch die Einwirkung des Sonnenlichts auf den Aether hervorgebrachten kreisförmigen Bewegung des letztern, die hauptsächlichsten Phänomene der Körperwelt erklären und zwar ohne eine hypothetische Annahme zu Grunde zu legen, was vor ihm alle Philosophen gethan hatten.

Hieraus ergiebt sich, dass Leibniz in der in Rede stehenden kleinen Schrift nicht bloss eine Grundlage für die Mechanik der Himmelskörper aufstellen will, vielmehr versucht er nach dem Vorgang der Philosophen des griechischen Alterthums eine einzige Endursache für alle vorhandenen Kräfte anzugeben. Er geht hierbei, wie er selbst sagt, von Aristoteles aus, der als die Endursache von Allem den Himmel setzt, welcher durch seine Bewegung weiter wirke*). Dies ist in Uebereinstimmung mit seinen Selbstbekenntnissen über den Gang seiner Studien; er gesteht darin, dass ein glücklicher Zufall ihm zuerst die Schriften der Alten in die Hände gespielt habe**). An diese schloss sich Leibniz also auch an im Aufbau seiner kosmischen Physik und entlehnte nichts von den Neuern. In seinem Schreiben an Honoratus Fabri***), in welchem er den Inhalt der Hypothesis physica in einer Reihe von Lehrsätzen zusammengefasst wiederholt, bemerkt er ausdrücklich, dass er die gedachte Schrift verfasst habe, bevor er das Cartesianische System vollständig gekannt hätte.

---

*) Certe omnium causam statuit (Aristoteles) coelum, coelum autem agere per motum. Et recte, setzt Leibniz hinzu, nam et Lux nihil aliud quam rei agitatio intestina, tam fortis, ut conatus ejus extrorsum tendentes ad quodlibet et ex quolibet puncto sensibili directe et reflexe oculum feriant.

**) Guhrauer, Leben Leibniz. Theil I. S. 14.

***) Es lässt sich nicht bestimmt angeben, wann dieses Schreiben verfasst ist; indess geht aus seinem Inhalte hervor, dass es sehr bald nach Leibnizens Rückkehr aus Frankreich niedergeschrieben sein muss.

Leibniz hat in reifern Jahren über die Hypothesis physica dasselbe Urtheil gefällt, wie über die Dissertatio de Arte Combinatoria; er bezeichnet beide als Erstlingsschriften und will ihren Inhalt nicht weiter in Schutz nehmen*). Dennoch aber darf nicht unerwähnt bleiben, dass in diesem jugendlichen Versuch eine Fülle bemerkenswerther Ideen sich findet; unter andern soll hier nur hervorgehoben werden die Annahme eines den ganzen Weltraum erfüllenden, alle Körper durchdringenden Aethers und die Vorstellung vom Licht, zu der man in neuerer Zeit zurückzukehren sich veranlasst gesehen hat, um eine genügendere Erklärung sämmtlicher Lichtphänomene geben zu können**); ferner die ersten Spuren des Gesetzes der Continuität und der Lehre von den Monaden — Ideen, die Leibniz in späterer Zeit zur Grundlage seiner philosophischen Speculation gemacht hat***). —

Es ist bekannt, dass Leibniz während seines Aufenthalts in

---

*) Ein ausführliches Urtheil Leibnizens über die Hypothesis physica findet sich in der Abhandlung: Specimen Dynamicum pro admirandis Naturae legibus circa Corporum vires et mutuas actiones detegendis et ad suas causas revocandis, P. I. Ebenso spricht er sich aus zwei Jahre früher in einem Briefe an Foucher (Journal des Sçavans 16. Mars 1693): Il est vrai que j'avois fait deux petits discours il y a vingt ans: l'un de la théorie du mouvement abstrait, où je l'avois considéré hors du systême, comme si c'étoit une chose purement mathématique; l'autre de l'hypothèse du mouvement concret et systématique, tel qu'il se rencontre effectivement dans la nature. Ils peuvent avoir quelque chose de bon, puisque vous le jugez ainsi, Monsieur, avec d'autres. Cependant il y a plusieurs endroits sur lesquels je crois être mieux instruit présentement, et entre autres, je m'explique tout autrement aujourd'hui sur les indivisibles. C'étoit l'essai d'un jeune homme qui n'avoit pas encore approfondi les Mathématiques. Les loix du mouvement abstrait que j'avois données alors, devroient avoir lieu effectivement, si dans le corps il n'y avoit autre chose que ce qu'on y conçoit selon Descartes et même selon Gassendi. Mais comme j'ai trouvé que la nature en use tout autrement à l'égard du mouvement, c'est un de mes argumens contre la notion reçue de la nature du corps.

**) Lux est motus aetheris ad sensum rectilineus celerrimus in quodlibet punctum sensibile circum circa propagatus.

***) Quaelibet atomus erit infinitarum specierum quidam velut mundus et dabuntur mundi in mundis in infinitum.

Paris (1672 bis 1676) Hugens's Umgang und Freundschaft genoss und dass er durch ihn veranlasst wurde, der höheren Mathematik ernstlicher als bisher seine Aufmerksamkeit zuzuwenden. Da nun Hugens auf den Gebieten der Optik und Dynamik die tiefsten Studien und die ausgezeichnetsten Entdeckungen gemacht hat und da namentlich von ihm zur Erklärung der Phänomene des Lichts ein Aether angenommen wurde, den das Licht in wellenförmige Bewegung versetzt, so ist man wohl zu der Annahme berechtigt, dass Leibniz in den oben erwähnten Vorstellungen durch Hugens nicht allein bestärkt *), sondern auch ganz besonders angeregt wurde, der Behandlung der Dynamik ein anhaltendes Studium zu widmen **). Sein Interesse an diesem Gegenstande nahm zu, seitdem er erkannte, wie innig die Dynamik mit den tiefsten philosophischen Speculationen in Verbindung stand, und so ist es zu erklären, dass nicht nur in Leibnizens Correspondenzen mit Mathematikern und Philosophen die Dynamik nach seiner Auffassung eine hervorstechende Rolle spielt, sondern auch unter den von ihm selbst herausgegebenen Abhandlungen eine nicht geringe Anzahl dieser Disciplin gewidmet ist. Ausserdem ist ein zwar nicht ganz vollendetes, aber ziemlich umfangreiches besonderes Werk über Dynamik unter seinen nachgelassenen Manuscripten vorhanden, das hier zum ersten Mal gedruckt erscheint.

Aus den einleitenden Worten zu dem „Schediasma de resistentia medii“ ergiebt sich, dass Leibniz noch während seines Aufenthalts zu Paris der Königlichen Akademie der Wissenschaften daselbst Mittheilungen über seine dynamischen Studien gemacht hatte. Da ihn der Gegenstand unausgesetzt beschäftigte, so benutzte er auf seiner Rückreise nach Deutschland die Muse, die ihm die Ueberfahrt von London nach Amsterdam gewährte, um seine Gedanken über die Grundbegriffe der Bewegung in Ordnung zu bringen. Es findet sich nämlich unter seinen nachgelassenen Manuscripten eine

*) Dies geht namentlich aus dem Brief an Honoratus Fabri hervor, der nach Leibnizens Rückkehr aus Frankreich geschrieben ist.

**) Siehe den Brief Leibnizens an Hugens, der hier zu der Abhandlung: Tentamen de motuum coelestium causis, als Beilage angefügt ist. Derselbe enthält Leibnizens Antwort auf den Brief XII. in der Correspondenz zwischen Leibniz und Hugens. Er wurde, nachdem diese Correspondenz längst gedruckt war, unter den Leibnizischen Manuscripten aufgefunden.

umfangreiche Abhandlung in dialogischer Form, überschrieben: Pacidius Philalethi, deren Inhalt Leibniz in der folgenden von ihm selbst am Rande des Manuscripts hinzugefügten Bemerkung angiebt: Consideratur hic natura mutationis et continui, quatenus motui insunt. Supersunt adhuc tractanda tum subjectum motus, ut appareat cuinam ex duobus situm inter se mutantibus ascribendus sit motus, tum vero motus causa seu vis motrix; ausserdem findet sich daselbst noch die weitere Notiz: Scripta in navi qua ex Anglia in Hollandiam trajeci, 1676 Octobr. Diese Abhandlung indess zeigt die offenbaren Spuren einer Vorstudie; sie durfte deshalb in der vorliegenden Sammlung nicht aufgenommen werden. Es erhellt dies namentlich aus den einleitenden Worten, die hier mitgetheilt werden sollen: Cum nuper apud illustres viros asseruissem, Socraticam disserendi methodum qualis in Platonicis dialogis expressa est, mihi praestantem videri: nam et veritatem animis familiari sermone instillari et ipsum meditandi ordinem, qui a cognitis ad incognita procedit, apparere, dum quisque per se, nemine suggerente vera respondet modo apte interrogetur: rogatus sum ab illis ut specimine edito rem tantae utilitatis resuscitare conarer, quae ipso experimento ostendit indita mentibus scientiarum omnium semina esse. Excusavi me diu, fassus difficultatem rei majorem quam credi possit; facile enim esse dialogos scribere, quemadmodum facile est temere ac sine ordine loqui, sed oratione efficere, ut ipsa paulatim e tenebris eniteat veritas et sponte in animis nascatur scientia, id vero non nisi illum posse qui secum ipse accuratissime imerit, antequam alios docere aggrediatur. Ita resistentem me hortationibus arte circumvenerunt amici: sciebant diu me de motu cogitasse atque illud argumentum habere paratum. Forte advenerat juvenis familia illustris, caeterum curiosus ac discendi avidus, qui cum in tenera aetate nomen militiae dedisset successibusque egregiis inclaruisset, maturescente cum annis judicio elementa Geometriae attigerat, ut vigori animi artem atque doctrinam jungeret. Is Mechanicam scientiam sibi deesse quotidie sentiebat et in scriptoribus hujus artis plerisque non nisi pauca et vulgaria de elevandis ponderibus et quinque potentiis quas vocant tradi, at fundamenta scientiae generalioris non constitui, sed nec de ictu ac concursu, de virium incrementis ac detrimentis, de medii resistentia, de frictu, de arcubus tensis et vi quam Elasticam vocant, de cursu ac undulationibus liquidorum, de solidorum re-

sistentia aliisque hujusmodi quotidianis argumentis certa satis praecepta tradi querebatur. Hunc mihi adduxere amici atque ita instruxere, ut paulatim irretitus in colloquii genus laberer, quale toties laudaveram, quod illis ita successit, ut consumtis frustra tergiversationibus accenso omnium studio tandem obsequi decreverim *). —

*) Hieraus ergeben sich denn auch die Gründe, weshalb Leibniz die beiden Platonischen Dialoge Theätet und Phädon abgekürzt ins Lateinische übertragen hat. Er bezweckte lediglich dadurch, in der dialogischen Schreibart Gewandtheit zu erlangen, die ihm dann weiter dazu dienen sollte, über schwierige Gegenstände sich selbst klar zu werden. Diese beiden Uebersetzungen sind von Graf Foucher de Careil aus dem Leibnizischen Nachlass herausgegeben und noch dazu mit einer französischen Version begleitet worden (Nouvelles lettres et opuscules inédits de Leibniz, Paris 1857). Der genannte Herausgeber will daraus den Schluss ziehen, dass diese Uebersetzungen ein sicheres Zeichen seien, dass in der Platonischen Philosophie die Keime der Leibnizischen zu suchen wären (ils servent à prouver que Leibniz s'est inspiré de Platon, et qu'il y a des rapports entre leurs systèmes, und in einer Note S. XIII der Einleitung: Ce — die Uebertragung des Phädon — fut en 1676, au mois de mars. Cette date est indiquée par Leibniz en tête du Phédon. Elle prouve que ses études platoniciennes furent antérieures au développement de son système, et qu'elles font partie des sources de sa philosophie. Obwohl hier eine bestimmte Zeit angegeben ist, so meint doch Graf Foucher, Leibniz habe die Uebersetzung des Phädon „peu de temps après son retour de France" geschrieben; es scheint ihm unbekannt zu sein, dass Leibniz im October des Jahres 1676 nach Hannover kam).

Leibniz hat sich öfters der dialogischen Schreibart bedient; ausser der bereits oben erwähnten Abhandlung finden sich unter seinen mathematischen Papieren zwei andere sehr umfangreiche, auf diese Weise abgefasste Schriftstücke: das eine dynamischen Inhalts hat die Ueberschrift: Phoranomus seu de Potentia et Legibus Naturae; das andere betrifft die ersten Elemente der Arithmetik. Bekanntlich sind auch die „Nouveaux Essays sur l'entendement humain" in dieser Form geschrieben. Da in den letztern ein gewisser familiärer Ton des Ausdrucks herrscht, so wie es eben die Natur des Dialogs verlangt, und nicht die gehaltene, durchgearbeitete Darstellung der Abhandlung, so hat man daraus schliessen wollen, dass Leibniz absichtlich seine Philosophie bald esoterisch bald exoterisch vorgetragen habe. Mir scheint diese Unterscheidung nicht sehr glücklich gemacht zu sein; man hat das, was die Form betrifft, auf den Inhalt übertragen. Leibniz besass das feinste Gefühl für die Sprache; je nachdem er die eine oder die andere Form der Darstellung wählte, verstand er den Gedanken darnach umzuge-

Nach Deutschland zurückgekehrt fand Leibniz in den neu gegründeten Actis Eruditorum Lipsiensium die beste Gelegenheit, die Ergebnisse seiner dynamischen Studien zu veröffentlichen. Er begann mit der Abhandlung: Demonstrationes novae de resistentia solidorum, die im Jahre 1684 erschien und deren Inhalt einige Jahre später die Veranlassung wurde zur Anknüpfung der Correspondenz zwischen Jacob Bernoulli und Leibniz. Es folgten im Jahre 1685 der Aufsatz: Demonstratio geometrica Regulae apud Staticos receptae de momentis gravium in planis inclinatis etc., und im Jahre 1686: Brevis demonstratio erroris memorabilis Cartesii et aliorum circa legem naturalem, secundum quam volunt a Deo eandem semper quantitatem motus conservari etc., in welcher letztern Leibniz den ersten Angriff auf das Princip der Cartesianischen Dynamik machte und als falsch nachwies. Die Folge davon war ein langandauernder Streit mit den Anhängern des Cartesius. Da hierdurch Leibniz veranlasst wurde, in einem grössern Werke seine Ideen über die Begründung der Dynamik im Zusammenhang darzustellen, so wird weiter unten ausführlich davon die Rede sein.

Im Jahre 1689 erschienen in den Actis Eruditorum die Abhandlungen: De resistentia medii, und: Tentamen de motuum coelestium causis. Die letztere, die hier in nähere Betrachtung zu ziehen ist, wurde von Leibniz während seiner italienischen Reise in Rom geschrieben, nachdem er daselbst in den ihm zugekommenen Actis Erudit. die Inhaltsanzeige von Newton's Principia mathematica philosophiae naturalis, von deren Erscheinen er damals zuerst Kenntniss erhielt, gelesen hatte. Sein Scharfblick liess ihn sogleich erkennen, dass durch die Gravitationshypothese, welche die Basis des genannten Werkes bildet, im Grunde nichts beigebracht wird zur Erklärung der Mechanik des Himmels, denn sie ist bereits im dritten Kepplerschen Gesetz enthalten; auch meinte er, dass die ausschliesslich mathematische Behandlung, wie sie sich durchgehends im Newtonschen Werke findet, den Gegenstand nicht ausreichend erschöpfe. Leibniz hielt sich demnach berufen, in

---

stalten. Das beweisen die Abhandlungen, die er über denselben Gegenstand in verschiedener Sprache geschrieben hat; die französisch abgefassten bewegen sich durchaus in leichterer Form, so wie es die Natur dieser Sprache verlangt, dagegen herrscht in den lateinisch geschriebenen die gehaltene Ausdrucksweise.

Betreff dieser hochwichtigen Frage, die ihn seit dem Beginn seiner wissenschaftlichen Studien beschäftigt hatte, in einem kurzen Umriss, wie es eben an einem fremden Orte, entfernt von seinen Papieren und sonstigen Hülfsmitteln gehen mochte, seine Ansichten zusammenzustellen. Sie waren der Hauptsache nach noch dieselben, die er in der Hypothesis physica zu Grunde gelegt hatte; auch hatte er, was die Methode anlangt, nämlich zur Erklärung der Gesetze der Natur von vollständig zugestandenen und erforschten Phänomenen den Ausgang zu nehmen, seine Meinung nicht geändert. Leibniz ging deshalb von der durch die Beobachtungen festgestellten Thatsache aus, dass die planetarische Bewegung elliptisch ist; da nun eine solche elliptische Bewegung einen Punkt voraussetzt, von dem eine Kraftäusserung ausgeht, die nach dem Quadrat der Entfernung abnimmt, ein solcher Punkt aber in der Sonne gegeben ist, von welcher das Licht durch den ganzen Weltraum sich verbreitet, so glaubte Leibniz die richtige Grundlage zur Erklärung der Mechanik des Himmels gefunden zu haben, insofern er annahm, dass das von der Sonne ausgehende Licht eben jene nach dem Quadrate der Entfernung abnehmende Kraft sei, welche den im Kosmos vorhandenen Aether in Bewegung setze, wodurch dann weiter die planetarischen Bewegungen um die Sonne hervorgerufen werden, und zwar um so mehr, als bereits die Eigenschaft des Lichtes nachgewiesen war, dass die Stärke der Erleuchtung nach den Quadraten der Entfernung abnimmt. Dadurch war denn auch für die Leibnizische Basis, welche dem Lichte eine solche Kraftäusserung beilegte, der Vorwurf, den man der Gravitationshypothese machte, dass nämlich ihre Annahme sich auf keine andere Weise rechtfertigen liesse, beseitigt. Es bedarf hier kaum der Erwähnung, dass die Gravitationshypothese Newton's und die durch ihn zur Geltung gebrachte einseitig mathematische Behandlung der Gesetze des Weltalls allgemein angenommen worden ist; Leibnizens Versuch dagegen, die himmlischen Bewegungen mit Hülfe einer metaphysischen Grundlage zu erklären, wurde noch bei seinen Lebzeiten vielfach bekämpft und gerieth zuletzt ganz in Vergessenheit. Und dennoch verharrte Leibniz bei der Behauptung, dass die Gravitationshypothese Newton's unzulänglich sei, ebenso wie sein Lehrer und Freund Hugens*). Er unterwarf nicht nur,

*) Sieh. den Briefwechsel zwischen Leibniz und Hugens, Bd. II.

nachdem er Newton's Werke genau studirt hatte, den oben genannten, unter sehr ungünstigen Verhältnissen ausgearbeiteten ersten Entwurf einer sorgfältigen Revision — es ist dies die hier zum ersten Mal gedruckte zweite Bearbeitung der Abhandlung: Tentamen de motuum coelestium causis — sondern er schrieb noch in der spätern Zeit seines Lebens als Erwiderung auf den Angriff den David Gregory in seinem Werk: Astronomiae physicae et geometricae elementa, Oxon. 1702, gegen die Leibnizische Theorie der himmlischen Bewegungen gerichtet hatte, eine ausführliche Erläuterung seiner Ansicht über die Mechanik des Himmels. Es ist dies die Abhandlung, die unter dem Titel: Illustratio Tentaminis de motuum coelestium causis, hier zum ersten Mal gedruckt erscheint; die Herausgeber der Acta Eruditorum verweigerten, angeblich wegen des grossen Umfangs, die Aufnahme in die gedachte Zeitschrift, weshalb Leibniz sich genöthigt sah, ein Excerptum daraus im Jahre 1706 zu veröffentlichen. —

Bisher ist nur der Theil der Leibnizischen Dynamik zur Sprache gekommen, der sich auf die Mechanik des Himmels bezieht; es bleibt noch übrig zu betrachten, wie Leibniz die allgemeinen Principien der Dynamik aufgefasst hat. Dazu ist zunächst nöthig, sein Verhältniss zur Philosophie des Cartesius zu untersuchen und namentlich zu prüfen, ob Leibniz jemals ein Cartesianer gewesen ist, worüber, besonders auf Grund einiger von Erdmann aus dem Leibnizischen Nachlass publicirten kleinern Aufsätze, in neuester Zeit viel hin und her gestritten worden ist. In Uebereinstimmung mit seinen Selbstbekenntnissen kann der, der mit dem philosophischen und mathematischen Bildungsgang Leibnizens vertraut ist, ohne grosse Schwierigkeit nachweisen, dass Leibniz niemals ein entschiedener Anhänger der cartesianischen Philosophie gewesen ist, denn so oft er Cartesius nahe tritt oder über ihn zu sprechen kommt, sei es in Bezug auf Mathematik oder Philosophie, immer verhält er sich, und zwar von der frühesten Zeit an, critisirend und geht über Cartesius hinaus; kurz, Leibniz stand, wie er so oft von sich erzählt, in der Philosophie auf eigenen Füssen. Dies erhellt namentlich aus einem Schriftstück, welches von Leib-

S. 57. — Leibniz ist oft getadelt worden, als habe er nicht für werth gehalten, Newton's Principia zu lesen; durch den hier als Beilage mitgetheilten Brief an Hugens wird diese Behauptung als irrig zurückgewiesen.

niz im spätern Lebensalter (Mai 1702) niedergeschrieben hier zum ersten Mal veröffentlicht wird *). Er bespricht darin auf das Eingehendste nicht nur sein Verhältniss zu Descartes, sondern auch die Grundlagen seiner Philosophie überhaupt, so dass dies Dokument vielleicht vollständiger als ein bisher bekanntes die Beziehungen der Leibnizischen Philosophie zu den frühern philosophischen Systemen in den allgemeinsten Umrissen darlegt. Zugleich geht daraus hervor, dass Leibniz zum Aufbau seiner Philosophie von dynamischen Principien den Ausgang nahm. Er begann mit der Speculation über die Natur des Körpers. Leibniz wies nach, dass nicht, wie Cartesius meinte, die Natur des Körpers lediglich in der Ausdehnung bestehe, denn die Ausdehnung ist kein ursprüngliches, absolutes Attribut des Körpers, sondern nur ein relatives, insofern dabei Bezug genommen wird auf das was ausgedehnt wird. Indem nun Leibniz weiter ging und sich die Frage vorlegte, worin das Wesen des Körpers bestehe, so fand er dass ausser der Materie noch etwas anderes im Körper vorhanden sein müsse; er bezeichnet es als „τὸ δυναμικὸν seu principium mutationis et perseverantiae insitum“, also das, was gegenwärtig die Inertie oder das Beharrungsvermögen genannt wird. Diese „potentia in corpore“, wie Leibniz es auch nennt, ist doppelter Art: passiv und activ; jene bildet die Materie oder Masse, diese die Entelechie oder Form. Die passive Kraft ist die Undurchdringlichkeit oder der Widerstand, den ein Körper leistet; sie ist im Körper überall dieselbe und seiner Grösse proportional. Die active Kraft ist nicht allein das, was schlechthin Kraft genannt wird, sondern sie schliesst auch den „conatus“ ein, worin namentlich das Wesen der Entelechie besteht. Die active Kraft ist doppelter Art: primitiv und derivativ, d. h. substantiell und accidentell. Die erstere bildet in Verbindung mit der Materie die Substanz des Körpers; die zweite ist der „conatus“ oder die Tendenz zu einer bestimmten Bewegung. Diese Tendenz, die in der Summe immer dieselbe bleibt, ist von der Bewegung selbst, deren Quantität sich ändert, unterschieden. Zwischen der derivativen Kraft und dem in Bewegung Setzen (Actio) findet eben der Unterschied statt, wie zwischen dem Augenblicklichen und Successiven; die Kraft ist schon im ersten Augenblick vorhanden, die „Actio“ bedarf der Zeit und ist deshalb gleich dem

*) Sieh. die Beilage zu dem Brief Leibnizens an Honoratus Fabri.

Produkt aus den Kräften in die Zeit. Es kommt mithin bei der „Actio" der Körper, die Kraft und die Zeit in Betracht. Diese metaphysische Grundlage der Dynamik hatte Cartesius ebenso wenig als seine Schüler begriffen, und daher kam es, dass sie die Kraft, welche die Bewegung hervorbringt, mit der Bewegung selbst identificirten; sie meinten, die Kräfte verhielten sich zu einander im zusammengesetzten Verhältniss der Massen und der Geschwindigkeiten oder dass die Kraft der Quantität der Bewegung d. h. dem Produkt aus der Masse und der Geschwindigkeit gleich zu setzen sei, während Leibniz zeigte, dass die Kräfte sich zu einander verhielten wie die Produkte der Massen und der Quadrate der Geschwindigkeiten. Mit diesem Ergebniss trat Leibniz zunächst öffentlich hervor in dem Aufsatz: Brevis demonstratio erroris memorabilis Cartesii et aliorum circa legem naturalem, secundum quam volunt a Deo eandem semper quantitatem motus conservari, qua et in re mechanica abutuntur (Act. Erudit. an. 1686). Die Folge davon war ein langer hartnäckiger Kampf mit den Cartesianern, der zuerst in den Nouvelles de la République des lettres geführt wurde, später als Denis Papin als Kämpfer für Cartesius auftrat, in den Actis Eruditorum sich fortsetzte. Mit dem letztern kam Leibniz dadurch in eine sehr lebhafte Correspondenz, die anfangs lediglich über den in Rede stehenden Punkt sich bewegte. Um dem Hin- und Herreden ein Ende zu machen und den Streit auf ein bestimmtes Ziel hinzuleiten, beschloss Leibniz die Gründe, die für und gegen seinen Satz aufgestellt wurden, in streng logische Form zu bringen*). So gelang es ihm seinen Gegner zum Schweigen zu bringen. Ein solches Dokument, das in lateinischer Sprache abgefasst und von ihm zur Veröffentlichung bestimmt war, befindet sich unter seinen nachgelassenen Papieren; es ist hier als Beilage zu den Abhandlungen, die Leibniz gegen Papin schrieb, abgedruckt. Vielleicht entwarf Leibniz auch um diese Zeit, nach Beendigung seines Streites mit Papin, die bisher noch nicht gedruckte Abhandlung: Essay de Dynamique sur les loix du mouvement, où il est monstrè, qu'il ne se conserve pas la même Quantité de Mouvement, mais la même Force absolue, ou bien la même Quantité

---

*) Unter den Leibnizischen Papieren findet sich ein Auszug aus der Correspondenz mit Papin, worin der Streit bis zum 13. Syllogismus fortgeführt ist.

de l'Action Motrice. — Es darf hier nicht unerwähnt bleiben, dass es Leibniz, selbst nachdem er den Streit mit den Cartesianern durchgekämpft hatte, ganz besonders darum zu thun war, den oben angeführten Satz über das Mass der Kräfte zur allgemeinen Anerkennung zu bringen; in seinen Correspondenzen mit Joh. Bernoulli, dem Marquis de l'Hospital und anderen bedeutenden Männern seiner Zeit wird sehr ausführlich darüber gehandelt. Er war sich sehr wohl bewusst, dass seine Dynamik die Grundlage seiner Philosophie bildete und dass demnach, falls die letztere zur Geltung kommen sollte, zuerst die Principien seiner Dynamik zur Anerkennung gebracht werden müssten.

Noch ist des grossen selbstständigen Werkes über Dynamik zu gedenken, zu dessen Abfassung Leibniz während seiner Reise durch Italien veranlasst wurde. Das Nähere darüber erzählt er selbst in einem Briefe an Joh. Bernoulli (Bd. III. S. 259 f.): „Cum Romae essem anno 1689 et cum Auzouto, eruditissimo Gallo, qui inter Academiae Scientiarum Regiae velut conditores fuit, multum de his disputarem, meditationes meas in ordinem redigens libellum adumbravi, in quo demonstrantur haec omnia, de vi scilicet tam absoluta, quam directivà, et conservando progressu centri gravitatis, aliaque his non inferiora. Eum transiens per Florentiam amico, in Mathematicis egregio, petenti reliqui edendum, et ille redegit in mundum omnia studiose; sed cum finis libro adhuc deesset, quem summittere in me receperam, per me stetit hactenus, quominus editio sequeretur; nondum enim colophonem adjeci, partim quod multa nova subinde nascerentur, quae mererentur addi, partim quod his, quos videbam mea non ut par erat accepisse, nollem velut obtrudere pulchras veritates." Der hier erwähnte Freund ist der Freiherr von Bodenhausen, der unter dem angenommenen Namen eines Abbé Bodenus als Erzieher der Söhne des Herzogs von Toskana am Hofe zu Florenz lebte. Wahrscheinlich hatte derselbe bestimmt, dass nach seinem Tode alle seine mathematischen Papiere an Leibniz übersandt werden sollten; so geschah es denn, dass das Original nebst der davon genommenen sorgfältigen Abschrift wieder in Leibnizens Hände gelangte. Aus einigen Randbemerkungen, die im Originalmanuscript sich finden, ist zu schliessen, dass Leibniz anfangs die Absicht hatte, das ganze Werk einer Revision zu unterwerfen und zum Druck vorzubereiten; indess andere Arbeiten nahmen seine Zeit zu sehr in Anspruch, und er zog

es vor, die Principien seiner Dynamik in kürzerer Fassung in den Actis Eruditorum zu veröffentlichen. So ist wahrscheinlich die Abhandlung: Specimen dynamicum pro admirandis Naturae Legibus circa corporum vires et mutuas actiones detegendis etc. entstanden. Eine Fortsetzung derselben, die von Leibniz in Aussicht gestellt wurde, ist nicht erschienen; sie fand sich aber in seinem Nachlass vor und folgt hier als zweiter Theil der eben genannten Abhandlung.

HYPOTHESIS
PHYSICA NOVA

QUA

PHAENOMENORUM NATURAE PLERORUMQUE CAUSAE AB UNICO QUODAM UNIVERSALI MOTU, IN GLOBO NOSTRO SUPPOSITO, NEQUE TYCHONICIS, NEQUE COPERNICANIS ASPERNANDO, REPETUNTUR,

AUTORE

G. G. L. L.

MOGUNTIAE
TYPIS CHRISTOPHORI KUECHLERI,
ANNO
M. DC. LXXI.

ILLUSTRI SOCIETATI

REGIAE BRITANNICAE

COGNITIONIS HUMANAE

LOCUPLETATRICI.

Nisi compertum haberem, malle Vos ex variis orbis partibus nova industriae in cogitatis experimentisque, quam eloquentiae in re amplissima, et tot aliis dicta, id est, laudibus Vestris, quibus audiendis prius quam merendis fessi estis, tentamenta ad Vos transmitti; non posset hoc pietatis officium, quod omne Vobis literarium nomen debet debebitque, sine piaculo praetermitti: nunc quod mavultis accipite. Intellexeram ex Oldenburgero Vestro, viro eximio, conjecturas quasdam meas de faciliore ac simpliciore aliqua, quam passim tradi solet, causarum naturalium explicandarum Hypothesi Vobis fortasse non ingratas fore. Hanc ergo spem secutus sistere hoc quicquid est et Vobis dicare volui, non ut rem aliquo pretio censendam, sed ut Canonem quendam, quem utcunque exiguum, significandae recognitioni, quam maximis Vestris de publico meritis omnes debent, sufficere ICtis nostris placet.

Theoria motus concreti,

seu

Hypothesis de rationibus phaenomenorum nostri Orbis.

1. Supponantur initio Globus Solaris, Globus Terrestris et spatium intermedium, massa, quod ad Hypothesin nostram attinet, quiescente, quam aetherem vocabimus, quantum satis est (omnimodam enim plenitudinem Mundi status, quem sentimus, per alibi demonstrata, non fert) plenum.

2. Necesse est igitur esse quendam motum ante omnia tum in globo solari, tum in globo terrestri. Cum enim globi isti duo habere debeant partes cohaerentes, ne ad quemlibet levissimum rei quantulaecunque impactum dissolvantur aut perforentur, nulla autem sit cohaesio quiescentis (per dicta in abstracta motus Theoria th. 20 quam suo loco dabimus), motus in iis aliquis supponendus est: quae fortasse unica ac prima demonstratio est necessarii motus terrae. Quanquam, ut §. quoque 35 infra admonebitur, ad summam Hypotheseos nostrae nihil referat, an circulatio terrae admittatur, cum Circulatio Lucis seu aetheris circa terram qua potissimum utimur vid. §. 9, facile se omnibus approbare, ni fallor, possit.

3. Supponamus igitur, si placet, tum in globo solis tum in globo terrae motum circa proprium centrum, nam alios eidem aetheri interspersos magnos parvosque globos circa suum centrum motos, in quibus eadem, quae in terra nostra, fieri proportione possunt, id est, non planetas tantum quos videmus, sed et innumerabiles quosdam velut mundulos parvos, quos non videmus, nunc non consideramus.

4. Sed in sole simul et alius motus supponendus est, quo agat extra se, unde causa in mundo motus in se non

redeuntis derivetur: motus enim circa proprium Centrum extra se non agit: nam quod praeclari Viri Torricellius et Hobbius statuere, sola solis gyratione circa proprium Centrum totum aetherem cum planetis circa solem ferri, fermentare, lucem efficere, imo rem ita motam projicere sibi imposita per tangentem, tenuiora magis, crassiora minus, unde cum similis sit et in terra motus, sequatur crassiora in tenuium rejectorum locum succedere, ac proinde gravia esse, admittere non possum: sequetur enim ut lapis ad terram, ita terram ceterosque planetas ad solem tendere; nec dici potest distantia minui efficaciam, cum contra in hac hypothesi ob majorem majoris radii circulum augeatur. Neque hic ad experientiam provocare licet liquidi quiescentis sola solidi in ipso circa proprium centrum gyratione commoti, ut baculi in vase motus circa suum centrum aquam totam commovet, cum ostensum sit in abstracta motus Theoria, pleraque repercussionum phaenomena non oriri ex liquidis motus notionibus, sed habere longe alias ab oeconomia et motu systematis insensibili causas, quemadmodum gravitas, attractio, flexorum restitutio, aliaque id genus: speciatim vero baculus aquam ideo secum commovet, quia ea ei gravitate sua atque intestino motu initur, quod de aethere dici non potest, in quo *alia* praeter solem causa motus nulla esse supponitur, cum liquida nostra jam tum, etiam remoto baculo, sint in perpetuo motu. Ut taceam gyrationes circa proprium centrum, quas nos instituere solemus, plerumque valde vacillare. Ut igitur sol radiare seu agere in omnes partes possit, necesse est quendam in ejus partibus motum esse, a motu totius circa proprium centrum distinctum. Et concessis cum Copernico pluribus Orbibus magnis, eadem aut proportionalis sui solis cuique ratio erit.

5. Is motus partium solis (seu rei cujuslibet radiantis) non potest recta extrorsum tendere, alioquin dudum omnes avolassent: supponendus est ergo motus partium praeter gyrationem totius, varie circularis, aut alioquin in se rediens, ex quarum concursu, quoties bisecabilis est, quaedam per rectam lineam extrorsum expellantur per problem. 7 Theoriae motus abstracti. Et tot quidem, ut non possit dari punctum sensibile circa solem ad tellurem usque et ultra, ad quod non quolibet instanti sensibili radius aliquis solis, id est, aetheris agitatio per emissam a sole recta linea partem (etsi non pars ipsa) perveniat. Quae res ob divisibilitatem cujuslibet continui in partes quantumvis par-

vas in infinitum non est difficilis explicatu. Ceterum ex his, ut obiter admoneam, necessario demonstrari potest, impossibile esse, ut sol luxerit ab aeterno, nisi sit unde perpetuo reparetur.

6. Hi jam lucis radii agent in globum terrestrem. Supponatur autem globus terrestris initio fuisse totus homogeneus, atque ita neque tam rarus, ut aër est, neque tam crassus, ut terra est, sed ut scriptura quoque sacra innuit, naturae ad aquam accedentis. Idque nec Helmontius abnuerit, qui aquam ponit principium rerum, ac terram aquae sedimentum facit.

7. Hic globi status radiis solis (et ante solem lucis primigeniae post in solem collectae, ad hypothesin enim nostram perinde est) ingruentibus mirifice mutabitur: cum enim per abstractam motus doctrinam th. 19 nulla sit corporis cohaesio eodem tempore in tota facie, globus terrae pulsatus, ubi non cohaeret, dehiscet, aetheremque admittet: nam in statu naturali, qualis supponitur primus, seu in abstracto, nulla est globi rotantis homogenei cohaesio, nisi in lineis aequatori parallelis. Igitur omnes paralleli sensibiles, eorumque concentrici abire poterunt a se invicem, et luce plerisque ingruente dehiscent. Porro tot ictibus pleraque centrorsum ibunt, major materiae pars in fundum collecta terram dabit, aqua supernatabit, aër emicabit: intrusus Aether (is enim fortasse est ille Spiritus Domini, qui super aquis ferebatur, easque digerebat, ex eis ventilatione sua crassiora praecipitabat, tenuiora sublimabat, cujusque ablatione omnia in pulverem inertem, incohaerentem, mortuum rediguntur) et intus omnia pervadet, passimque in bullas intercipietur, ex conatu erumpentis irrumpentisque recto, et motum intercipientis circulari velut fusione conflatas; et de caetero summum, ut ante, maximo sui velut oceano, tenebit. Haec non ita capienda sunt, quasi re ipsa sic ortum globum nostrum esse necesse sit, quanquam cum scripturae sacrae traditis mirifice consentiant, sed sufficit, quam causam initii fingi, eam continuationis (velut perpetui initii) intelligi posse, et proinde hypothesin originis, saltem in causis praesentibus percipiendis, imaginationis adjumentum esse.

8. Caeterum similem aliorum globorum (praesertim cum quilibet magnus Orbis suum solem habere videatur) originem non est hujus loci declarare; pertinent talia ad doctrinam de systemate

mundi; quemadmodum id quoque, qua ratione ex rotatione solis circa proprium centrum concurrente ejus actione rectilinea in terram oriatur motus terrae circa solem, et ex motu terrae circa proprium centrum, concurrente ejus lucem solarem reflectentis actione rectilinea in lunam, motus lunae circa terram; quae de ceteris planetis eadem probabilitate dicere licet: nam et Torricellio dudum visum est, motus globorum a se invicem derivari. Cometae sive meteora sint, id est corpora transitoria, sive globi constantes (quorum utrum verius, experimentis recursus dijudicandum), poterit tamen forte ex caeterorum globorum in eos actione explicari motus: lux autem illa caudata soli aversa pene scyphi vitrei liquore pleni exemplo declarationem recipit.

9. Terra vero nostra, ut ad hanc redeamus, etsi radiis lucis dehiscens in partes heterogeneas abierit, ubique tamen subtilissimo aethere penetratur. Is aether proportionatam sibi subtilitate partium radiorum lucis actionem potissimum recipit. Cum igitur terra agatur circa proprium centrum ab occidente versus orientem ex hypothesi, subtilissimus aether terram circumdans contrario motu non tantum retardationis, sed et obtinentiae, lucem secutus, movebitur ab oriente versus occidentem, cujus etiam in Oceano vestigia deprehenduntur.

10. Atque hic est ille universalis motus in globo nostro terr-aqu-aëreo, a quo potius, quam atomorum figuris aut ramentorum ac vorticum varietatibus, res sunt repetendae.

11. Principio autem ex fluidi aestuatione et fusione per lucem seu calorem ortae sunt bullae innumerabiles ac magnitudine crassitieque variantes. Nam quoties subtilia perrumpere per densa conantur, et est quod obsistat, formantur densa in cavas quasdam bullas, motumque partium internum ac proinde consistentiam seu cohaesionem (per nostram de motu Theoriam theor. 17) nanciscuntur. Quod ex primis illis abstractisque principiis speciatim deducere proclive est. Idem ex officinis vitrariis constat, ubi ex motu ignis circulari et spiritus recto, vitra, simplicissimum artificialium genus, parantur; similiter ex motu terrae circulari, lucis recto, natae sunt bullae.

12. Hae jam bullae sunt semina rerum, stamina specierum; receptacula aetheris, corporum basis, consistentiae causa,

et fundamentum tantae varietatis, quantam in rebus, tanti impetus, quantum in motibus admiramur: hae si abessent, omnia forent arena sine calce, avolaretque gyratione densorum expulsus aether, ac terram nostram mortuam damnatamque relinqueret. Contra a bullis, gyratione circa proprium centrum firmatis, omnia solidantur et continentur. Quae ratio est etiam, quod fornicata, ea quam admiramur firmitate polleant, cur vitra rotunda in experimentis elasticis subsistant, alterius figurae dirumpantur.

13. Et sane qui rem accurate intuebitur, nihil verius comperiet. Tota aqua innumerabilium bullarum congeries, aër nil nisi aqua subtilis est: aërem enim in eo ab aethere distinguo, quod aër est gravis, aether circulatione sua causa gravitatis. Unde aër, et quidquid in eo natat, ut nubes, ut projecta, gyrantur cum terra, uti aqua cum vase; mare etiam litoribus non clausum, ut oceanus, qui terram includit potius quam ut ei includatur, cum fundo. Quanquam, ut dixi, non desit retardatio aliqua, seu motus in contrariam partem, ex quo, accedente fortissima Oceani sub Tropicis commotione, rarefactione, attractione, per lucem solarem, quam contra motum terrae, facilius quam terra, quia levior, sequitur, repetita item aliquoties quotidie (nam aqua semel allisu dispersa spatio, ut se in cumulum recolligat, indiget) Oceani in litus Americae nobis citimum illisione aliisque particularibus illisionibus et absorptionibus: tum Luna aërem, cum plena luce micat, sub se rarefactione leviorem ac minus prementem, aquam ergo sub se intumescentem reddente; et contra, cum nova est, aërem sub se tenebris densiorem et magis prementem, aquam ergo versus litora intumescentem faciente: denique in aequinoctiis directa oppositione motus lucis seu aetheris ad motum terrae (nam tunc fons lucis seu motus solis opticus est in aequatore) omnia a motu aetheris pendentia acuente: his, inquam, concurrentibus causis, aestus quotidiani, in noviluniis ac pleniluniis (eodem contrariarum causarum effectu) maxime vero aequinoctiis aucti, currentium universalium et particularium, denique ventorum flatorum, caeterorumque aquae aërisque motuum ordinariorum phaenomena non difficulter deducuntur. Ignem hic non numero, nam flamma est tantum exhalatio ignita, scintilla fuligo ignita, ignis ipse nil nisi aetheris aërisque erumpentis et displosi collectio.

14. At quid de Terra? Non est dubitandum, totam ex bullis constare, nam basis terrae Vitrum est, Vitrum bulla

densa. Et constat fluxione, id est, aestuatione ab aethere collecto seu igne se rebus insinuante commota, postremum esse exitu, primum fine ac natura rei, vitrificationem. Quid mirum igitur, globo terrestri ab actione lucis transformato ac fluente, densa seu terrestria in vitrum, aquam aëremque in tenuiores bullas abiisse? neque tunc, ut in homogeneo, nondum firmatis rebus, ea, qua nunc, contra torrentem constituti systematis, in mutando, vi opus erat. Cum in statu libero seu naturali quantacunque a quantuliscunque facile moveantur, in statu praesenti systematico atque, ut sic dicam, civili, non nisi proportionata ad sensum a proportionatis.

15. Porro has bullas, haec vitra varie intorta, figurata, glomerata esse, facile cogitatu est, ad tantum rerum apparatum producendum, de quo mox in origine specierum, nunc totius systematis affectionem, id est gravitatem praeoccupemus: ac merito quidem, cum gravitas plerorumque in globo nostro extraordinariorum motuum causa, aut certe clavis sit, eorum etiam, qui in speciebus privatim exeruntur, et danda sit Physico opera, ut ad mechanicas rationes, quippe simplicissimas, quoad ejus fieri potest, omnia reducantur.

16. Gravitas oritur ex circulatione aetheris circa terram, in terra, per terram, de cujus causa supra §. 9 et 10. Is porro maxime aquam et aërem penetrat, quippe porosiores. Unde terra in aqua, nisi cum plus aetheris superficiarii continet, quam ipsa aqua, aqua in aëre descendit.

17. Nimirum quidquid ab Homogeno divulsum est (nam conjuncta ob gravitationem insensibilem in omnes partes mutuo se tollentem sensibiliter non gravitant) positumque in loco plus aetheris, minus terrae habente, jam circulationem aetheris impedit et turbat, et quanto magis elevatur, tanto turbat magis, quia totus aether circumterraneus, per se homogeneus, est instar oceani aut aëris variis rivis, sinubus, lacubus, fretis, euripis omnia percurrens. Omne autem heterogeneum circulationem homogenei liquidi turbat, quia etsi pars una partem liquidi abripientem sequi conetur, altera tamen ob diversam consistentiae seu divisibilitatis rationem sequi non potest. Quae etiam ratio est, cur in liquoribus soluta paullatim dejiciantur emicentque in Cristallos, et cur conclusa et digesta paullatim fermentent, add. infr. §. 59.

18. Haec jam ratio est, cur et aër, et aqua, et terra in aethere graviteat: nam circulatione ejus dejiciuntur. Cum enim

turbent circulationem, expellentur; non sursum, nam eo magis turbabunt (quia superficies sphaericae crescunt in duplicata ratione diametrorum, non in eadem cum diametris ratione; ac proinde sectionum quoque in idem corpus agentium inaequalitas major evenit), ergo deorsum, id est descendent. Hinc porro incrementum impetus ob novam ubique inter descendendum in qualibet aetheris liberi aut liberioris, quam rei illius ratio fert, parte impressionem; hinc caetera mechanica ac statica phaenomena communi more modoque deducentur.

19. Potentiae enim duo sunt Augmenta mechanica: impetus a lapsu, et distantia a linea directionis. Tertium est physicum, quod soleo Nisum vocare, qualis est a motu musculorum, de quo infra §. 58. Distantia autem a linea directionis auget potentiam, quia ex nostra de motu Theoria, theor. 24, omnis potentia in corporibus pendet a celeritate, cum res quantacunque continua moveri possit a quantulacunque celerius mota; jam in omnibus machinis fundamentalibus, vecte seu statera, cuneo (quatenus in cuneo non concurrit vis elastica, de quo alias), axe in peritrochio, cochlea, trochlea compertum est, semper in aequilibrantibus tanto celerius ascendere pondus, quam descendit onus, et contra, quanto onus est pondere majus, eamque esse linearum eodem tempore confectarum rationem, quae est ratio distantiarum a linea directionis.

20. Supersunt tamen nonnulla etiam in motibus vulgaribus phaenomena, prima specie contemnenda, at solutu difficilia, si acutius introspicias. Exempli gratia, cur dura duris impacta resiliant, cur quaedam flexa se tanta vi restituant, cur si ingeniosissimorum virorum Hugenii Wrennique experimenta universalia sunt, corpus impactum quiescenti, quasi permutatione facta, ipsum in ejus loco consistat, motum vero suum in alterum transferat; par est ratio de Concurrentibus duobus. Talia enim et multa alia id genus, abstractis motuum rationibus, nisi globi nostri oeconomia accedat, consentanea non sunt.

22. Cujus rei specimen in Reflexione ac refractione haberi satis illustre potest. In ore omnium est, angulum incidentiae et reflexionis esse aequales, et favent utique experimenta tum phoronomica, tum optica; blanditur ipsa theorematis compendiosa et bella speciositas, quae maximis etiam Viris imposuit persuasitque posse propositionem universaliter ex abstracta motus natura demonstrari. Credidi ego quoque, donec

seria ac severa inquisitione adhibita omnem operam ludi animadverti. Examinavi demonstrationes Digbaei, Cartesii, Hobbii (at quantorum Virorum!) deprehendique plus valuisse dulcedinem sententiae, quam rigorem demonstrationis. Interea tamen negari non potest, sensu satis firmari, ac proinde inter observationes potius quam theoremata referendam propositionem. Ratio igitur hujus constantiae, si non ex Theoria motus abstracti, saltem ex Hypothesi motus concreti, seu Oeconomia rerum praesenti reddenda est. Intererat mundi rem sic institui: nam si absque hac reflexionis lege esset, visus auditusque existere non possent. Credibile est, nonnunquam hanc angulorum aequalitatem inde oriri, quod et si appareat, non est tamen rectus impingentium motus; in alteram igitur partem circulum vel ellipsin continuant, ac proinde evenit, ut Angulus reflexionis et incidentiae sint aequales, quia uterque est angulus contractus unius ejusdemque arcus ab utroque latere. Vide theor. mot. abstract. th. 8, 9. Porro si perpendicularis sit ad sensum impactus, ita acute sibi junguntur duo arcus, impactus et repercussionis, ut eadem linea ad sensum esse videatur. Quod nullis experimentis refutari potest, quia plerique motus, qui recti apparent, reapse curvi sunt, sed ita insensibiliter ut omnia phaenomena perinde eveniant ac si revera recti essent. Sed est adhuc alia ratio frequentior et oeconomiae rerum congruentior, aequalitatem anguli incidentiae et reflexionis universaliter explicandi. Nimirum quod passim de omnibus corporibus absolute assumitur, aliud sibi impingens repercutere aut refringere, id quidem non nisi de Elasticis seu post compressionem vel dilatationem se restituentibus verum est. Sed admirando Creatoris sive artificio sive ad vitam necessario beneficio, omnia corpora sensibilia ob aetheris circulationem per hypothesin nostram sunt Elastica; igitur omnia corpora sensibilia reflectunt aut refringunt. Nullum vero corpus per se consideratum, nisi perpetua aetheris ventilatione animaretur, reflecteret vel refringeret, saltem his quae vulgo feruntur legibus. Nam si corpus motum impingat in quiescens, totum perforabit sine ulla refractione, etsi impingens arenacei grani magnitudine, recipiens mille leucarum crassitie esset; sin et recipiens moveatur, et ictus in centrum motus dirigatur, idque in eadem linea, fortior vincet tardiorem, aut si aequales sunt, sequetur quies: sin impactus sit eccentricus, retento priori motui accedet novus circa proprium centrum. Si in diver-

sis lineis concurrant seu angulum faciant motu aequiveloce, movebuntur ambo linea angulum bisecante, aut, si non est bisecabilis, quiescent, quae omnia demonstrare ad abstractam motus Theoriam pertinent. At corporum sensibilium alia plane facies: omnia enim dura sunt motu quodam intestino in se redeunte; omnia discontinua sunt, unde caeteris paribus plus efficit moles; omnia Elastica sunt, seu compressa ac mox sibi relicta, ab aetheris gyratione in statum priorem restituuntur. Quas leges motus apparentis qui confundit cum regulis veri, ei similis est, qui quantum ad demonstrationes inter mechanica et geometrica nihil interesse credit: et tamen hactenus a nullo eorum, qui de motu philosophati sunt, res tanti ad solidas de Deo ac mente demonstrationes obtinendas momenti (ne quis laboriosam de primis istis abstractisque motus legibus inquisitionem fructu carere putet) satis, quod sciam, est observata. Restat, demonstremus, supposito sensibilium elatere, leges reflexionis ac refractionis consequi. Ac quod reflexionem attinet, si corpus durum, seu se restituens, impingat in aliud durum, quod penetrare nequeat, comprimet tamen secundum lineam, qua incidit in ipsum corpus recipiens, continuatam: corpus vero recipiens statim reaget ea linea, qua optime potest: potest autem in impactu perpendiculari non alia, quam qua impactus factus est, ac proinde corpus impingens redibit via qua venit; at in impactu obliquo reaget ab ea plaga, in qua res ei adhuc integra, seu in quam compressio facta non est, in quam proinde etiam caetera compressa se recipere conantur, id est, linea opposita ad lineam impactus, seu cum ea divaricationem faciente; eodem igitur ad superficiem angulo in alteram plagam. Quae reactio tanto est fortior, quanto impactus fuit velocior caeteris paribus (nam tanta est celeritas restituentis, quanta comprimentis), item quanto impingens recipiensque est durius (quia tanto violentior vibratio, velut arcus subito dimissi) et, si utrumque est durum, non tantum impingens repellitur a recipiente, sed et a se ipso, veluti nos pedibus tellure repulsa saltum facimus: concurrente igitur utriusque tam forti, atque aliquoties reciprocata chordarum instar pulsarum vibratione, aërem etiam inter utrumque corpus interceptum, non minus quam cuique corpori intestinum, comprimente ac rursum discutiente, sonum tam fortem, tam varium; denique omnibus ab aetheris gyratione, quantum licet, in priorem statum restitutis, reflexionem tam vehementem sequi, mi-

rum non est, ut sperem adeo physicam reflexionis rationem nunc demum redditam esse. Delineationem res meretur, sed ab hoc schediasmate alienam, suo tempore non defuturam. Refractio mixta quaedam Reflexioni penetratio est: unde partim transmissio, partim deflexio; et tantum accedit deceditque obliquitati, quantum medii resistentiae seu densitati. Cujus rei haec ratio est, quia Corporum sensibilium solus propemodum aether revera per se movetur, estque motus *πρῶτον δεκτικὸν*, caetera per ipsum. Hinc fit, ut nullum impedimentum motui objici possit, quin propagetur, aetheri enim omnes pori pervii sunt, et fatigatus novis semper supplementis animatur. Hinc item fit, ut etsi per abstractam motus Theoriam reactio omnis detrahat a celeritate, tamen contra in corporibus sensibilibus salva celeritate (nisi quatenus plerumque in plura se dispergens fit insensibilior) detrahat a plaga seu determinatione, quae est Lex refractionis. Abibo hinc, cum unum addidero, etiam sensu constare vesicam inflatam pavimento impactam Elatere quodam aëris impactu compressi ac se restituere conantis tam alte exilire. Quid credere ergo vetat, et caetera dura, duris impacta, quippe aëre ubique constipato inclusoque, et impactu compresso, plena, celerrima fortissimaque chordarum instar sonantium reciprocatione (etiam aliquamdiu nonnunquam durante, unde soni vibrationumque in campanis pulsatis aliquandiutina duratio) efficere repercussionem. Quod et ad caetera motuum et concursuum phaenomena transferri ac multa cum luce rebus applicari potest.

23. Hugenii Wrennique phaenomena, si comperta sunt, caussam eorum ex dictis reddere, difficile non est. Quia nimirum in hoc globi statu res percussae aut projectae magis aëris aetherisque quam suo impetu abripiuntur, uti res in aqua natantes aut jacentes aqua commota abripit, idque vel ea ratione patet, quod ex abstractis motus rationibus nihil se ipsum in lineam priorem restituit, etiam sublato impedimento, quia nullus conatus sine motu durat ultra momentum; at percussa et in plano impulsa, cum in motu monticulum offendunt, obliquant cursum, quasi arte quadam, et sublato impedimento resumunt, quia scilicet impedimentum corpori tantum, non aëri aetherive objectum fuit, atque uno evanescente, alius succedit: quemadmodum igitur duo lumina ob raritatem inconfusa se penetrant, ita duo illi aetheres corporum concurrentium sua corpora deserunt, et in altera mutuo

transferuntur. Unde illa motuum plagarumque post concursum permutatio. Eadem est Causa Vibrationis pendulorum toties repetitae, et paullatim evanescentis, quod aetheris impellentis, particulari condensatione et dilatione collecti, et se restituentis impetus etiam ultra gravitatis suae conatum rem correptam effert, atque ita delapsam rursum in alterum latus attollit, ac mox dispersus et evanescens denuo ab alio aethere minus jam Elastico dejici sinit, quae res ad quietem usque reciprocatur, ut proinde pendulorum chordarumque vibrantium eadem causa sit. Hinc et Isochronismi vibrationum ratio redditur, nam quanto altior lapsus, tanto fortior; ergo tanto major compressio; ergo cum altitudine minuitur compressio; compressio autem est causa restitutionis, restitutio celeritatis relabendi. Altitudo ergo et celeritas, seu vis et spatium simul minuuntur. Jam si tanto minus est spatium spatio, quanto minor vis vi seu celeritas celeritate, motus erit isochronus, seu eodem tempore absolvetur. Idem igitur aether ex re in quiescentem vel occurentem impingente transfertur in quiescentem vel oocurrentem et deserit impingentem, unde illa divaricatio seu permutatio viarum aut celeritatum Hugenio-Wrenniana, de qua pluribus exemplo lucis in Theor. mot. problem. 11, quae si duplex sit, suos quaeque radios per idem foramen, eodem tempore inconfusos mittit. Porro ex dictis intelligi potest, cur motus violentus initio aut fine sit debilis, in medio fortis, seu cur aliquamdiu crescat, mox rursus decrescat. Pone, lapidem aut glandem plumbeam a me vel pulvere pyrio projici; initio crescet celeritas, quia qui motus projecto est violentus, projicienti est naturalis, musculi enim mei instar arcus tensi relaxantur et se magna vi in statum naturalem restituunt: par est pulveris pyrii ratio, cujus compressa substantia ostio ab igne aperto erumpit. Jam motus naturalis rei se restituentis continuo crescit, idem ergo motus se continue accelerans projecto imprimitur, quem id tamdiu exercet, quamdiu ad superandum aërem satis forte est; at ubi aër se recollegit, et reagere ac restituere se incepit, motus iste restitutionis in aëre est similiter naturalis et acceleratus, ac proinde decrementum impetus projecti cum incremento reagentis acceleratur. Caeterum, ut pergamus, habet et hoc difficultatem, si abstractas motuum rationes intuearis, quod experientia docente, res major praeponderat minori, et longe fortior est impetus a re magna, quam parva; cum tamen in libero

naturae statu in contiguis nihil referat ad motum quanta sit longitudo, in continuis per Theor. mot. 23, 24. ne hoc quidem quanta sit crassities aut latitudo. Sed sciendum est, Corpora sensibilia continua et contigua videri potius, quam esse: unde cum pars majoris prima impetum adversarii minoris suamet internecione fregit, altera *discontinua*, etiam a novi aëris aetherisque allapsu animata, recentibus viribus superveniens, facile vincit. At in continuis omnium partium impetus simul consumitur. Unde *beneficio divisionis* res non contemnendae in mechanicis geri possunt, quod me usu ipso aliquando demonstraturum confido.

24. *Ex gravitate porro per accidens sequitur levitas minus gravium*, totaque doctrina Hydrostatica ab Archimede primum constituta. Cur lignum levius aqua? quia in ligno plus aetheris quam terrae. At cur ideo lignum in aqua ascendit, aqua minor in majore, etsi ipsa levior, non ascendit? quia, *aqua etsi gravitet in aqua, tamen* ob contrarium in quolibet puncto sensibili a qualibet et in quamlibet rectam curvamque lineam in liquidis gravitationem cylindrorum imaginariorum innumerabilibus modis assignabilium, *mutuo tollitur gravitatio, aut disponitur liquidum paralleliter ad horizontem.* Ergo heterogeneum in aquam delatum, cum tantum aquae attollat, quantum spatii capit, faciet cylindrum, in quo est, aliis pondere inaequalem, et proinde subsidet, si ea gravius est, sin levius, attolletur. Similiter si quid detur aëre vicino levius, in aëre attolletur usque dum ad regionem aëris altiorem et subtiliorem et proinde se leviorem pervenerit, ubi pendebit: quae etiam ratio est, cur nubes in aëre pendeant, et fumus ascendat. Si quid ergo arte humana parari queat aëre levius, spes est perveniri *ad artem volandi* posse. Parabitur acutissimi Lanae, tum et Vossii sententia, si detur vas concavum tam grande, ut aër intus conclusus continenti seu vasi per se sumpto praeponderet: aëre igitur, noto jam artificio, exhausto et hermetice sigillato vase (pone vitrum esse) erit totum vas aëre aequalis spatii levius. Jam quicquid liquido aequalis spatii levius est, in eo ascendit: ascendet ergo datum vas in aëre. Et ut rem ad calculos vocemus (Lanae enim minores sunt), esto bulla vitrea tam exigua, ut aqua contenta et vitrum continens circiter aequi ponderent; hujus semidiametrum velut mensuram magnitudinis appellemus (a), pondus sive vitri sive aquae, quod per hypothesin idem est, velut mensuram ponderis destinati appellemus (b). Denique ex doctissimi

Boylii et aliorum observationibus supponamus, aërem esse aqua millies leviorem. Jam esto bulla vitrea vitro aeque crasso constans millies major priore, seu cujus semidiameter sit 1000 a, erit superficies sphaerica seu vitrum continens in duplicata ratione radii majus vito bullae mensurantis ac proinde ponderabit 1000,000 b. Et aqua bullae hujus erit in triplicata ratione radii major aqua bullae mensurantis ac proinde ponderabit 1000,000,000 b. Ergo si bulla haec non sit aqua, sed aëre plena, cum aër sit millies levior aqua ex hypothesi, ponderabit tantum 1000,000 b. Et proinde aequiponderabit vitro bullae. Exhausta jam bulla aëre, quantum possibile est, tantum circiter ponderabit, quantum aër paris spatii. Et si sumatur bulla radii 1500 a, et exhauriatur, notabiliter erit levior, quam aër paris spatii, et proinde in eo ascendet. Si major sit proportio aëris ad aquam, tanto major fiat bulla. Sed an bullae tantae magnitudinis commode fieri, et penitus et sine ruptura exhauriri, et durare possint, ego in me non susceperim.

25. Inter species igitur gravitatis est et aërostatica, ex qua dependet totus ille syphonum, antliarum, baroscopiorum apparatus, et si Elater accedat, de quo mox §. 27, quicquid stupendi aëre compresso exhaustoque patratur. Nimirum gravia in suspenso manent, gravia sursum attolluntur, non metu Vacui, alioquin possent attolli in infinitum, quod experientia refutat, sed quousque nondum habetur aequilibrium cylindri aërei totius atmosphaerae. Nam aqua in antlia non sequente, sequetur cylindrum aëreum pistillo antliae latitudine aequalem vel comprimi vel eo usque attolli debere in liquidum aetherem ex sphaera sua, quanta est antliae longitudo. Quia tantum spatii in antlia, aëre (etsi subeat subtilissimus aether) vacuum aut certe valde exhaustum relinquitur. Par est Baroscopii ratio.

26. At unde tanta vi aër exhaustus in vasa irrumpit? Quaero eodem modo, si in media aqua vas clausum statuas, mox vasto foramine aperies, cur irrumpet aqua? nisu propriae gravitatis. Ergo eodem et aër. Aqua tamen tardius et non sine resistentia irrumpit, quia aër ei expellendus est, cui difficilis exitus patet. At aër irrumpens in locum se vacuum, aethere vi illuc intruso plenum, non tantum non impeditur ab aethere, sed et juvatur, quia aether praeter morem suum illuc collectus in locum, in circulatione sua impeditur, et exire, etsi pori pateant, non potest, nam etsi vacuum detur, magnum tamen vacuum non datur:

locus igitur ei ab aëre desertus replendus est. Concurrent ergo GRAVITAS Cylindri aërei, et ELATER seu vis aetheris se in debitam sibi circulationem dispergentis.

27. Par est ratio de aëre compresso et collecto, ut sclopetis pneumaticis onerandis contingit, nam ea res non potest explicari gravitate aëris; est igitur explicanda Elatere, seu explicandi sese appetitu. Is explicandi se conatus non est ab aëre, sed ab aethere: nam cum aër constipatur, multis ictibus ei aether exprimitur, prorsus ut corporibus in mortario succus. Apertura rursum facta aether circulationis prius disturbatae, nunc in ordinem redeuntis celeritate, maxima rursum vi subintrat, aëremque in pristinam raritatem dispergit. At cur ita turbatur circulatio? quia aëre exhausto aether colligitur in justo majorem quantitatem in vase; aëre compresso, aether expressus in justo majorem quantitatem extra vas. At illa justo major quantitas aetheris impedit aetheris Circulationem circa centrum terrae, ubi propior est centro circulatio, quia quanto propior est centro circulatio, ut apud nos, tanto circuli sunt minores, tanto igitur omnia arctiora esse debent. Hinc quorsumcunque transtuleris vas exhaustum vel distentum, etiam si mille leucis abieris (add. infr. §. 48) a loco exhaustionis, si eodem tantum in circulo seu eadem circiter distantia a centro terrae maneas, perseverabit (imo si ad centrum propius accedas, augebitur) Conatus aetheris circulum suum in debitam densitatem restituendi. Nec refert, quod a nobis circa vas exhaustum nulla sentitur constrictio aëris aetherisve, hoc enim fit eandem ob causam quae efficit, ne urinatores sentiant pondus maris, et nos aetheris motum, ob mutuam in liquido partim resistentiam seu conatum utrinque sublatum, qui et in fornicato opere lapides, et in genere in rebus bullas continet. Neque vero abnuerim, quod diligentissimo Boylio probabile videtur, partes aëris velleris instar aut spirarum habere, ut compressae se restituant, dummodo illud ex abstracta motus Theoria teneatur, nihil utcunque flexum sese propria vi restituturum. Neque tanta vis esset in Elatere aëris, quantam in natura hactenus cognitarum potentiarum certe maximam sentimus, si comprimerentur tantum villosae aëris partes, neque aucta compressione vel exhaustione augeretur perpetuo impetus, nisi ipse systematis status turbaretur.

28. Exhalationum contra naturalem gravitatem sursum levatarum haec ratio est: Mare, ut ingeniose Becherus sentit, par-

tem suam bituminosiorem et graviorem per fundum spongiosum perpetuo distillat ad centrum terrae seu interius quoddam globi nostri receptaculum vel aestuarium universale. Ibi digesta ac velut fermentata haec sulphurea et bituminosa massa, vapores, id est, rariora, ac leviora proinde, quam illius orbis centro vicinioris, atque adeo densioris, status ac circulatio fert, emittit per terram, ex quibus aquei, quippe subtiliores, leves, vacui, altius exeunt, et partim in fontes resolvuntur, limo apto velut alembico capti, vel aperto exitu abeunt in aëre, et meteora constituunt.

29. Quanquam eos et subtilem quandam unctuositatem seu sulphur etiam in aëre usque secum vehere non negem. Et pars unctuosior vel a lapidibus vel a terra illa superiore hortensi intercepta, illic in metalla, hic accedente solis sublimatione in herbas, arbores, fructus, semina abit. Fontes plerosque a cisternis illis supermontanis et submontanis nivium aut pluviarum collectarum oriri cum Hobbio, Derkennio et in omni eruditionis genere versatissimo Vossio non dubito; nonnullos tamen vaporibus subterraneis deberi, ab his etiam omnes aquarum virtutes minerales, imo et ceteras specificas simplicium vires repetendas Chemicis, fratri Basilio, Groschedelio, Helmontio, omnino assentiendum putem cum sol et aër, agentia et patientia universalia, solo terrae subjectae statu, si lucem jam propiorem et rectam, jam obliquiorem et remotam addas, varientur.

30. Hactenus de totius globi phaenomenis, nunc ad specierum apparentias veniendum est, quae tamen fere e phaenomenis globi oriuntur. Porro specierum phaenomena sunt vel qualitates sensibiles, vel motus, etsi omnes qualitates istae sint insensibiles motus. Qualitates sensibiles sunt aut visus, aut auditus, aut odoratus, aut gustus, aut tactus. Qualitates visus sunt lux et colores. Lux est motus aetheris ad sensum rectilineus celerrimus in quodlibet punctum sensibile circum circa propagatus. Vide supra §. 7 et infra §. 56, nec sufficit propensio ad motum Cartesiana, quia omnis propensio ad motum, quam non sequitur motus, non durat ultra momentum, adde supra §. 23 et infra §. 57; porro lux est vel primigenia illa in sole, de qua §. 4 et 5, vel secundo-genita, eaque aut originalis, aut imitata: Originalis est in igne apud nos genito qui fit aethere innumerabilium bullarum rupturis acervatim disploso, de quo mox; Imitata est in speculis, tum in rebus, quae diuturna apricatione radios colli-

gunt, ut Lapis Bononiensis, cicindelae. Quaedam digestione fermentationem seu motum intestinum, atque inde, si satis fortis, vel lucem, seu ignem solo visu sensibilem, ut ligna putrida; vel etiam ignem communem, ut foenum madidum accumulatum facit, producunt.

31. Colores Emphatici experimento prismatis, reales asseveratione caeci apud maximae diligentiae virum, Robertum Boylium, posteritati relicta, egregie illustrantur. Ajebat ille, asperrimam superficiem albi nigrique, glaberrimam rubri (etsi aliquando varians caeruleum praetulerit) a se tactu deprehendi: nigrum tamen albo asperiorem, ceteros colores, prout ab extremis abeunt, fere asperitate decrescere. Si ita est, crediderim alba luci magis convexitatem, nigra concavitatem obvertere; unde illa reflectent, haec abdent lucem, et facies nigri minus planitiei, plus aculeorum habebit. Coctio item rubedinem faciet, quia inaequalitates abradit. Sed haec obiter; nostrum enim est hoc loco motus potius quam qualitates ad sua principia revocare. Tenebrarum nullum proprium effluvium esse, sed apparere tantum distantia vel hiatu inter partes sensorii a luce affectas notato, vel hinc concluseris, quod nullis speculis aut lentibus colliguntur. Adde hoc; ubi multum humoris aquei, multum nigoris, quia is totus alcalizatus seu vacuus, de quo infra, ergo perspicuus, ergo lucem admittens, non reflectens; adde et colores in plerisque non a sola reflexione, sed etiam a subtili quadam luce seu igne proprie immixto, non minore, quam odorum effluvia, perpetuitate disploso, etsi raro in tenebris sine alia luce oculos moventе, fortasse variari nonnunquam posse.

32. Sonus non consistit in motu aëris, aërem enim voco illam rem, cujus gravitas in Baroscopio sentitur, quae comprimi, exhauriri, ponderari potest. Jam constat, exhaustis utcunque et clausis vasis campanulam intus pulsatam extrinsecus audiri. Consistit ergo in motu aetheris, sed moderato et in circulos abeunte, ut lapide aquae injecto videmus, cum lux consistat in forti et recto partis subtilioris. At odor in aëre consistit: cum enim aër sit aqua subtilis, fit ut allapsu suo non minus subtiles salium partes solvat, quam aqua crassas. Ut igitur sapore percipimus salia crassa in aqua, ita odore subtilia in aëre soluta, ut proinde nares sint os illud, quo aërem gustamus. Sal autem, ne de voce quaestio sit hoc loco (infra enim

longe alio sensu vox usurpatur) voco cum Gebero, quicquid liquore aliquo solubile est.

33. Sciendum est autem, nullam ejus generis solutionem, quae sine reactione fit, centralem esse. Centralis enim solutio fit bullarum centralium apertura, unde actio et transformatio, de quo mox; superficiaria contra non nisi bullarum superficiariarum apertura, centralium disgregatione, quod re liquida proportionata sese poris insinuante contingit, unde mox alio dissimili superveniente praecipitatio: superficiariae autem bullae sola fusione crassa, et sensibili, et externa, sed debili fiunt, unde metalla soluta reduci possunt igne in corpus, centrales insensibili quadam et interna, et, quamdiu clavem non reperimus nec naturae arcana excussimus, lenta, sed firma fusione formantur, quamquam et natura saepe species similares in instanti producat.

34. Caloris eadem est causa, quae lucis, solo subtilitatis discrimine. Utrumque et oritur a motu intestino in se redeunte, subtiliora sui ejaculante, vid. sup. §. 7, et eum facit. Unde et raritas et congregatio homogeneorum. Contra frigus, quod constringit, oritur a motu quodam forti, et recto, sed crasso, unde obtundente, non penetrante, ac proinde non solvente, sed constringente. Dura autem aut alioqui densata et conferta sunt pleraque frigida, ut marmor, metallum, mercurius, quia pori sunt angusti, per quos transit aër seu ventus: unde ventus frigefaciens constringitur colligiturque, prorsus quemadmodum in civitatibus angiportus plurimum semper frigoris habere solent. Unum addo ad majorem rei lucem, impressionem calidi et frigidi differre, ut in eadem hasta punctura praeacuto spiculo facta, a rudi capuli lignei ad perforandum impactura. Caeteras innumerabiles qualitatum tactus varietates ingredi, non est hujus temporis, cum pleraeque a superficiaria magis, quam centrali rerum constitutione oriantur, fontes tamen explicandi attigemus infra §. 59. Transeamus ad corporum motus extraordinarios seu physicos, qui ex gravitate seu principiis mechanicis, quantum sensu apparet, non oriuntur.

33.*) Hos obiter partior in sympathicos et antipa-

---

*) Die doppelte Zählung der §§. 33 und 34 findet sich in der Originalausgabe; sie muss beibehalten werden, um die Citation der §. nicht zu verwirren.

thicos. Sympathici sunt verticitas et attractio. Illa est in linea circulari, haec in recta; illa ad certum globi punctum circa centrum suum, haec ad certam rem. Verticitas est non in magnete tantum, sed et in plerisque rebus, etsi impari gradu, nam alia aliis magis aetheri pervia, ac poris suis motui ejus proportionata sunt, magnes ferrumque prae caeteris, ob frigoris amorem nativum diuturnumque in fodina versus polos situm. Sed is Boreae amor ad directionem tam constantem tamque universalem, nisi causa universalis ubique praesens, id est circulatio aetheris accedat, sufficere non potest: verticitas igitur, seu ut librata inter polos globi nostri extrema sua constituant, videtur fieri a motu aetheris ab oriente in occidentem, supra §. 9, 10, qui prohibet, ne extremitates orienti occidentive directe aut oblique obvertant, restat ergo septentrio et meridies. Quae vero in hoc verticitatis negotio particularia se phaenomena offerunt, examinare a praesenti brevitate alienum est.

34. Hoc tamen omittere non possum, cum omnis consistentia seu cohaesio corporum oriatur a motu, corporum in toto quiescentium orituram a partium motu, in se (ne avolent) redeunte, id est circulari; vel potius ob coarctationem, quandoque elliptico, per abstractam motus Theoriam; hinc corpora eum motum ita exercere, ut commodissime possint; possunt autem commodissime in eam plagam, qua motus aetheris non obstat, ergo versus polos globi terreni, quia motus aetheris non est versus polos, sed circa polos. Item porro motus partium suos corpori proprios polos polorumque diversorum et polis affrictorum antipathias constituit. Poli magnetis appellantur, quia polis terrae respondent, quamvis non sint in axe intestini motus magnetis, sed potius in aequatore: quia tamen is motus partium non est parallelus, sed fit circulis in polo se intersecantibus ad instar meridianorum, hinc nova cum polis terrae similitudo. Jam rotetur Sphaera, vel saltem Orbis aut annulus circa axem horizonti perpendicularem, et tangat in aequatore aequatorem alterius sphaerae, vel orbem saltem, aut annulum similiter rotabilem; imprimet ei motum suum, sed in contrariam plagam: nam si prior moveatur ab oriente per septentrionem in occidentem, posterior movebitur ab oriente per meridiem in occidentem, seu ab occidente per septentrionem in orientem. Sed quae in plagis contrarietas est, in motu non est, transferantur enim sphaerae vel annuli permutato situ, retento

motu, erit convenientia in plagis, motus sibi obstabunt, quia et punctum retentum unius tangit punctum oppositum alterius, nam si utriusque oppositum sumatur, rursus obstaculum cessabit. In magnete autem tot fingendi sunt annuli, quot meridiani, id est ad sensum infiniti, sed qui omnes in uno puncto motus seu affrictionis se intersecant, quod non magis difficile est, quam radii luminis transeuntes per idem foramen inconfusi; hac porro affrictione transfertur et motus, et qui, exempli gratia, parti boreali convenit, situs; et quia in opposito puncti accipientis se circuli rursus intersecant, acquiretur et ibi situs, quem habet in dante oppositum punctum puncto danti, nempe australis. Sed haec in affrictione: caeteroquin similes poli se repellunt, ratio est, quia alterutrius situs est praeternaturalis. Caeterum in ipso globo terreno credibile est, similes magneticis motus esse subtilium partium fortiori lucis sub Tropicis motu rejectarum versus polos per meridianos (quod nec a celeberrimi Kircheri sententia alienum videtur), cujus motus impressionem prae ceteris magnes et ferrum, genuina terrae soboles, receperunt. At quae inclinationis magneticae ratio, qua acus levata vel depressa poli elevationem monstrat? nulla alia, cum quilibet magnes et quaelibet acus quasi affricti censendi sint polo telluris, quam quae limaturae ferreae magneti impositae, quae alteri polo vicinior illuc inclinat, in medio posita quiescit aut vacillat. Unde referente Kirchero cum sub Lineam ventum est; acus magnetica innumerabilibus oscillationibus titubat. At quod idem addit, ultra Lineam non amplius acum inclinatione sua poli elevationem monstrare, hoc nondum satis capio; ipsa facti ratio magis pervestiganda est, ut de causa constare possit, cum certe polus magnetis, qui cis Lineam polum telluris nostrum respexit, eundem et trans Lineam respiciat, ut ajunt. Sed et illud difficile est, quod si Terrellae polus articus superi imponitur libraturque, eundem ubique meridianum terrella obvertat polo telluris, sed ita ut si polus antarcticus imponatur, punctum quod prius fuit orientale, fiat occidentale. Tentandum esset ultra Lineam an arctici an antarctici impositione, quod hic orientale punctum est, ibi quoque orientale sit; quemadmodum illud quoque, quod ex eadem ratione pendere videtur, an ferrum diu perpendiculariter pendens, quod hic partem inferiorem polo arctico, si libretur, obvertere affirmant, si trans Lineam pependerit, eandem antartico obvertat. Quae cum non sint explorata, de ratione comperendinan-

dum puto. Cum autem tam regularis tamque fortis sit in magnete motus, non est mirum, aërem, qui ei gravitate sua impingitur, ab eo rejici, eoque mediante motum ferro communicari, quod similiter dispositum impressionem facile recipit. Idque non chordae tantum tensae alteri similiter tensae sonum per aërem communicantis, sed et eo experimento constat, quod vitrum, cujus sonus pulsu exploratus est, si similis ab adstante sonus edatur, etiam non tactum resonat. Quaelibet ergo actio magnetis etiam in distans ferrum quaedam insensibilis affrictio erit. Movet ergo magnes ferrum, sed cur ad se movet seu trahit? quia ferrum expletur seu perficitur his radiationibus, ut alcali acido proportionato; his ergo sorbendis magis magisque accedit, et ita fonti ipsi seu magneti propinquat.

35. Igitur attractio ferri per magnetem facilis explicatu est, explicata tractione Electri, differunt enim subtilitate tantum, unde attractio magnetis nec frictione indiget (quamquam politura juvetur) et crassa corpora penetrat. Attractio electrica meo judicio facile explicari potest, explicata attractione qua fumus attrahit ignem. Nam, ut pueris notum, candela fumante ardenti ita supposita, ut fumus illius ad flammam hujus pertingat, descendit ignis per scalas quasi fumi, et extinctam recens candelam reaccendit, quae etiam fulguris causa esse potest. Hujus vero Electricae, et fumariae attractionis hoc solum discrimen est, quod haec ipsa forma sui, illa non nisi effectu sentitur. Descensio ignis per fumum videtur fieri eodem modo, quo ascensio aquae per antliam, vel potius irruptio aquae vel aëris in recipiens evacuatum. Nam fumus nimis displosionibus exhaustus, quod in igne jam collectum reperit, resorbet: nihil aliud enim flamma est, quam fumus ignitus, et fumus quam flumen partium volatilium (ut cinis sedimentum fixarum) exhaustarum, unde illud in fuligine alcali volatile, in cinere fixum; sed de his alias exquisitius.

36. Antipathicus motus (de sensu et apparentia loquor, nam si interiora spectes, nulla est in corporibus nec antipathia nec sympathia) est reactio, cujus subtilissimis varietatibus in natura rerum pleraque peraguntur. Reactionum solae propemodum antiquis notae: deflagratio (quo pertinet pugna ignis et aquae) et fermentatio. At Chemici nostri non tantum fortissimam illam pulveris ceraunochrysi, quemadmodum et antea sulphuris et

nitri, sed et innumerabiles alias detexere, atque ipsi agnoscunt potissimum naturae instrumentum esse reactionem.

37. Hinc jam ille veterum Chemicorum albi et rubri, seu masculi et foeminae amplexus, hinc Basilii Valentini pugiles, hinc decantata tria principia Isaaci Hollandi, fratris Basilii et Paracelsi; Gas, Blas, Archaeus Helmontii; Humor Sylvii Triumviralis, perfectum et imperfectum Glauberi, Acidum et Alcali Tachenii, acidum et salsum Travagini, quae omnia certum est recidere eodem.

38. Hinc illud Basilii:

Quae duo, quae tria sunt, eadem rediguntur ad unum,
Quod si non capias, sunt tibi tota nihil.

Sed pleraque ita intricate, ita ambigue proponuntur, ut constantes terminorum definitiones vix ac ne vix quidem hactenus impetrare licuerit. Quam variationem doctissimus Boylius in Chemista sceptico egregie exagitavit.

39. Igitur revera duarum in globo nostro rerum tantum reactio est: Exhausti et distenti, seu ut cum Democrito loquar, vacui et pleni: atque haec est unica origo omnis fermentationis, omnis deflagrationis, omnis displosionis, omnis pugnae inter ignem et aquam, acidum et alcali, sulphur et nitrum.

40. Causam non est opus diu quaerere post Hypotheses nostras praeconstitutas. Nam §. 26, 27 ratio reddita est, cur aër compressus tanta vi se restituat in libertatem; contra, cur locus aërem exhaustum tanto impetu resorbeat? Cum ergo aqua nihil sit nisi congeries bullarum innumerabilium exhaustarum, et ignis totus substantia turgeat, eae permixtae atque ipso lapsu, motu aut gravitate collisae rumpentur, et maximo impetu altera exonerabitur, altera sorbebit. Idem de omnibus aliis reactionibus dicendum est, magnitudine tantum bullarum et multitudine, et situ, et figura, et exhaustionis atque compressionis quantitate pro re nata variatis.

41. Nam si bullae sint Evanidae, et, ut sic dicam, aqueae vel aëreae, ut in imperfecte mixtis, nullum fit ex reactione mixtum sensibile, sed cuncta disperguntur. At si bullae sunt terreae seu vitreae, excitatur ipso reactionis calore fluxus quidam novus, seu fusio insensibilibus istis velut follibus inflata,

et ex dissilientium bullarum fragminibus aliae, sed dissimiles reconflantur, unde novae speciei ortus, et centralis rerum mutatio.

42. Haec jam cum Chemicorum principiis non difficulter conciliantur, quae notum est illos dividere in nucleum et corticem. Nucleus constat decantatis illis Triumviris, cortex terra mortua et phlegmate. Cortex et ipse totus componitur ex bullis, uti omnia corpora sensibilia, sed minoribus et dispersioribus, quam ut effectus sensibiles producantur: maturatur tamen paulatim, id est, subtilibus quibusdam fusionibus vel a sole vel aliunde ortis, ex bullis minoribus pluribus (quod et in aqueis sibi appropinquantibus experientia docet) fiunt pauciores majores, unde nucleus ex cortice et oritur et lente nutritur.

43. Sciendum est enim, ut praeclari illi Micrographi, Kircherus et Hookius, observavere, pleraque quae nos sentimus in majoribus, lynceum aliquem deprehensurum proportione in minoribus, quae si in infinitum progrediantur, quod certe possibile est, cum continuum sit divisibile in infinitum, quaelibet atomus erit infinitarum specierum quidam velut mundus, et dabuntur mundi in mundis in infinitum. Quae qui profundius considerat, non poterit non exstasi quadam abripi admirationis transferendae in rerum Authorem.

44. Hinc jam apparet Anaxagoreae cujusdam infinitae ὁμοιομερείας cum nostra de paucis rerum elementis sententia conciliatio: etsi enim verum esset, putredinem esse insensibilem verminationem, et situm insensibilem fruticationem, et aërem esse aquam insensibilem, et frigus esse aërem conglaciatum, et ignem esse sulphur subtile, et aquam esse nitrum subtile, et animalcula illa putrescentia rursus resolvi in alia minora, et sic, ut lubet, in infinitum; haec, inquam, etsi vera essent, uti ex parte fortasse sunt, non tamen sufficerent reddendis rerum causis, cum exemplum potius seu analogia afferatur, quam causa. Nam ubique restabit sine fine quaestio, nec minus impeditum erit, cur secundum seu subtile nitrum pugnet cum subtili sulphure, quam cur primum seu crassum cum crasso. Nos vero rationes reddidimus etiam illis, si quae sunt, in infinitum replicationibus suffecturas.

45. Sed ab Anaxagoristis, ita enim pace eorum doctissimos illos Micrographos appellare liceat, ad Chemistas nostros redeundum est. Ac de cortice quidem diximus, qui ad sensum aëre et aethere

neque vacuus neque plenus, sed fere indifferens ac proinde iners (etsi lateat semper in illo quoque virium nonnihil) terra atque aqua potissimum constat, sed nucleus sensibilibus effectibus demonstrat impraegnationem suam. Ubi facile cum illis transigi potest, qui duobus principiis contenti sunt, uti veteres chemici fere omnes sulphure et mercurio, seu masculo et foemina, vel, ut Tachenius aliique vocant, acido et alcali. Nam bulla aëre exhausta (et contra aethere distenta) est alcali, foemina, et (sensu veterum chemicorum) mercurius; bulla aëre distenta (et contra aethere exhausta) acidum, sulphur, masculus. Nam quod aethere tantum plenum est, sensibus vacuum est: jam alcali potius quam acido adscribendam vacuitatem, Glauberus, Tachenius, aliique facile, opinor, mihi assenserint. Cum ea, quae ipsi alcalia vocant, pleraque sint perspicua, tenuia, levia, fluxum et vitrificationem juvantia, ut nitrum, ut sal tartari, ut ossa; acidi sint opaca, aut potius colore saturata, densa, gravia, ut oleum sulphuris vel vitrioli; ut vinum, ut sanguis. Sed haec tamen variant, admirabili quadam rerum in se invicem implicatione, ut proinde instantia quadam in contrarium reperta conciliatio potius quaerenda, quam totius Hypotheseos eversio cogitanda sit. Unde etiam eadem res in comparatione ad diversa, modo acidum, modo alcali esse potest, acidum vacuatioribus, alcali plenioribus: et solent plerumque interiora rerum exterioribus contraria esse, et per fermentationem interiora extrorsum verti.

46. Ne igitur levi aliqua specie repugnantis experimenti commotus lector totam statim harmoniam turbet, cum tamen plerumque experimenta, ut in motu ostendi, ab intimis rerum principiis prima specie valde dissentiant, nec nisi multo oeconomiae universalis artificio, admiranda Creatoris sapientia rerum ortus involvente, concilientur; ostendum est a priori breviter, hypothesin nostram paulo plus aliquid quam hypothesin esse. Primum enim non nisi bullis atque vasis subtilissima corpuscula coërceri possunt. Duo igitur summa genera corporum esse necesse est: continentia et contenta seu contentilia (neque enim negarim quaedam extra bullas volitare, etsi forte et ipsa rursum constantia minoribus bullis; vide infra §. 60), solida et liquida, bullas et massas.

47. Massarum motus motui universali terrae, aquae, aëris, aetheris (neque enim alterius cujusdam massae grandis statuendae necessitatem reperio) conformis est: bullae aliquid proprii sibi

servant, et specierum fundamenta locant. Sunt autem bullae naturales aut violentae, seu ordinariae aut extraordinariae. Ordinariae et naturales sunt, in quibus tantum massarum aliarum, terrae, aquae, aëris; tantum item aetheris, quantum locus fert, in quo bulla sita est. At si bulla nimium aetheris habeat, aëre, aqua, terra justo vacuatior, vel contra nimium aëris, justo minus aetheris, constituuntur bullae extraordinariae et violentae.

48. Ordinariarum nulla extra ordinem actio est, et quiescunt, nisi quatenus abripiuntur motu massarum universalium. Si quid enim extraordinario quodam motu cieatur, mox statim eum amittet, cum sit ei perpetuo cum totius massae universalis torrente confligendum. At bullae extraordinariae utcunque motu universali abripiantur, quamdiu non rumpuntur tamen, motus cujusdam extraordinarii, ruptura exerendi, vim secum gestant, prorsus ut vasa aëre exhausta aut distenta huc illuc circumgestata, quandocunque aperta, aut exonerantur aëre, et sorbent aetherem, adde supra §. 27.

49. Utrumque genus bullarum ordinariarum et extraordinariarum vel exhaustarum vel distentarum, in crassas et tenues, seu aqueas et terreas vitreasve dispescitur. Et quamvis ex Micrographorum observationibus dentur continuo aliae aliis minores, manebit tamen semper eadem proportio: cum aqueae aëreis comparatae sint terreae, et aëreae ad athereas eandem proportionem habeant, et nihil prohibeat dari alium aetherem, de quo nobis nec suspicari licet, aethere illo quem ratione et experimentis colligimus tanto superiorem, quanto est aqua terra, aut aër aqua. Sed haec in computum nostrum, quia nihil inde phaenomena variantur, venire non possunt. Hinc jam apparet, bullas in universum ordinarias, exhaustas, distentas, rursus non solum in debiles et firmas, imo si lubet, medias, sed et in magnas et parvas, imo et rursum, si lubet, medias (multiplex enim hic inter extrema latitudo est) discerni. Figurarum multitudinisque varietates et sunt innumerabiles, et nihil conferunt ad summam rerum.

50. Hinc jam illa absoluta Paracelsistarum sive quinitas sive trinitas valde suspecta redditur. Nam ut de inertibus, phlegmate et terra damnata, quae fere bullis ordinariis (phlegma aqueis, terra damnata vitreis) aut extraordinariarum

nimis parvarum, vel utcunque magnarum, tamen paucarum, ordinariis involutarum, confluge constant, nihil repetam; forte tertium illud mercuriale principium est jam alcali, jam acidum volatile, add. infr. §. 60, ut proinde verear, ne quaternionem utilium principiorum habituri simus: bullas exhaustas majores, seu alcali vel sal fixum; bullas distentas majores, seu acidum vel sulphur fixum; bullas exhaustas minores, seu alcali volatile; bullas distentas minores, seu acidum volatile. Quin imo an medium detur aliquod inter fixum et volatile, quae sit etiam trium, ut vocant, regnorum varietas; experimentis, at non paucis, non quibuslibet, sed multis magnisque inter se collatis dijudicandum.

51. Neque ego hoc loco divinatione praepostera me prostituere volo, quanta enim rursus esse potest in exhaustionis constipationisque gradibus varietas? et hic certe Hypothesin condituro, nisi temerarius haberi affectat, subsistendum est; specialior enim applicatio ab experientia pendet. Credidi tamen semper admirabilem Conditoris sapientiam ita res instituisse, ut paucis multa gerantur. Unde si somniandum esset, dicerem, duorum istorum naturae instrumentorum, distenti exhaustique, ter ternas in summa varietates esse: utrumque esse minime, mediocriter, maxime exhaustum distentumque, atque horum rursus unumquodque subtile, medium, crassum. Schema hoc esto:

Bulla

debilis seu aquea	parva, levis, subtilis	Ordinaria	Exhausta	minime
Variatio continentis in crassitudine	Variatio continentis in amplitudine.	Variatio contenti in plenitudine et vacuitate aliqua vel multa	Variatio contenti in plenitudine et vacuitate majore vel minore.	mediocriter
firma, seu terrea, vel vitrea	crassa, grandis, gravis	Extraordinaria	distenta	maxime.

Bulla

debilis est	imperfecte	differunt qualitate passiva.
firma „	perfecte mixti	
subtilis „	regni animalis	differunt quantitate seu mole.
media „	vegetabilis	
crassa „	mineralis	
ordinaria „	indifferens sterilis	differunt qualitate activa.
extraordinaria	activa, foecunda seu seminalis	
debilis ordinaria	plegmatis	differunt qualitate.
firma ordinaria	terrae damnatae	
exhausta extraordinaria . . .	alcali, tingibile, foemininum	semen, differunt agendi modo.
distenta extraordinaria . . .	acidum, tinctum, masculinum	
distenta / exhausta — minime	salina seu obtussima	differunt actionis gradu.
distenta / exhausta — mediocriter . .	sulphurea seu media	
distenta / exhausta — maxime	mercurialis seu activissima	

52. Igitur sunt quatuor massae grandiores seu **elementa**, indefinitae replicationes seu homoeomereiae; principia componentia indeterminata, ob graduum varietatem, deinde ob Analyseos per se impossibilitatem, unde plerumque ex resolvente, igne, menstruo etc. cum soluto **decomposita** fiunt: imo vix illa componentia haberi debent, quorum reconjunctione res **regeneratur**, nam haec quoque ipsa illa conjunctione destrui solent, et solutione generata sunt. Manet tamen duo principia utilia esse, tres ὡς ἐν πλάτει principiorum utilium gradus, tria regna. **Regna** differunt partium solutione, subtilitate et varietate; **gradus** evectione, et coctione, et virtute. Quanquam plerumque quae virtute aucta sunt, et subtilitate augeantur, unde et in regno animali activitas major, sed et evanescentior.

53. **Methodus medendi**, his ita positis si pergere conjectando licet, huc redit, ut acida alcalibus et contra, sed gradu similibus, curentur. Ergo acidum mercuriale curabitur alcali mercuriali, acidum sulphureum alcali sulphure, acidum salinum alcali salino, summum venenum frigidum seu alcalizatum summo balsamo calido vel acido, et contra: ita contraria contrariis substantia, similia similibus gradu curabuntur. Et quia fortasse tres illi mercurii, sulphuris, salis gradus rursus magnam habent latitudinem tum in se ipsis, tum inter se, et sunt alia aliis mercurialiora aut salsiora: hinc jam non quaelibet acida quibuslibet alcalibus, quaelibet distenta quibuslibet exhaustis, sed proportionata proportionatis (unde sympathicae illae, aut antipathicae, seu specificae medicamentorum quorundam vires) experientia discernendis curantur, prorsus ut duobus recipientibus vitreis, altero pleno, altero exhausto, per orificia junctis, nisi justa in pleno quantitas sit, replendo exhausto, aperto epistomio communi, ruptura sequetur. Caeterum regna sibi alimenta praebent **per scalam**, mineralia vegetabilibus, haec animalibus, et retro; omnia omnibus, medicinam etiam **per saltum**.

54. Sed haec applicatio omnis hactenus divinatoria est, et si cui displicet, nec dicta esto. Sufficit causam omnibus motibus explicandis suffecturam reddidisse, sufficit ex simplicissimis et liquidissimis et intellectu facillimis, ad hanc usque experientiae portam volatiles alioquin, et usui vitae atque analysi practicae inconciliabiles Theorias deduxisse; sufficit ea attulisse, **quae sectae omnes, salvis domesticis opinionibus, ferre possunt.**

55. Qui negat motum terrae, motu aetheris cum sole seu luce circa terram contentus esse potest: sed et Vacuum affirmes negesve perinde est, cum sponte fatear, quicquid aëre exhauritur, aethere repleri; prorsus an relictis inanitatulis, nihil ad hypotheseos summam. Nec Aristoteles ejusque germanus interpres cum subtilissimo Thoma Anglo illustris Digbaeus mihi indignari possunt. Illi elementa quatuor habent: terram, aquam, aërem, ignem; ego pro igne aetherem, qua nisi vocis distantia? Nam ignis Aristotelis purus, qualis sub concavo Lunae, seu supra aërem ab eo supponitur et a me conceditur (qui aetherem credo aëre superiorem), vel ipso Aristotele teste non urit: recte tamen ignis appellatur, cum ignis noster ex aetheris collecti displosique flumine fiat. Praetuli nihilominus aetheris nomen, quia ei multos alios magnosque effectus illis inobservatos adscribo. Ignis enim familiaris significatio longe alia est, et aether meus ignis communis causa potius quam materia est: quanquam contra originario vocis usu idem sit aether Graecus, quod ignis Latinus. Sed consuetudo effecit, ut corpus quoddam ipso aëre subtilius aethera nominemus.

56. Porro rarum et densum recte quidem Digbaeo summa corporum differentia est, nam et illae, quas primas Peripatetici vocant, qualitates inde deducuntur. Cum calidum sit rarefactivum, frigidum densativum, humidum rarum, siccum densum, illa activa, haec passiva: et calida motu intestino forti cum subtiles radios ejaculentur, tum aërem gravitate sua innitentem rejiciant ventilentque, quae ventilatio pariter et radiatio ad alia corpora pertingens, tum poros eorum aperit, et particulis hactenus densitate constrictis liberum similis motus aut campum praebet, aut conatum si nondum habeant imprimit, unde et congregatio homogeneorum sequitur, uti metalla scoriae varie confusa, rarefaciente ignis fluxu liberata partes dispersas naturali deinde gravitate in regulum colligunt. Sed ut rarum densumque praestet, quod exhaustum distentumque nostrum, id est vim a dilatatione aut compressione se restituendi, aliud quiddam, motus scilicet aetheris, addi debet. Nimirum viro egregio reliquiae Metaphysicarum notionum insederant, unde illam rerum compressarum aut distractarum ac se restituentium vim, nescio cui appetitui innato adscribit, quo data materiae moles, etsi plus minusve spatii implere possit, omni tamen nisu, cum potest, redeat ad velut praescriptam sibi extensionem. Sed haec aucta magis magisque Philosophiae luce animis

sua sponte cessisse arbitror, cum certum sit, ut recte docuit cum Cartesio Hobbius, eandem molem plus minusve spatii implere non posse; etsi enim discontinuata longius latiusque extendi queat, non ideo tamen quidquid amplectitur, implet, succedente re alia in partes subtiliores motum separatum habentes, id enim est esse rariorem (quanquam ad extremum sine omni vacuo res exitum non reperiat, quia impossibile est in prorsus pleno motum ullum extra corpus suum agentem, et secundum lineam in se non redeuntem esse), subdivisa. Aristolem, ut in praefatione ad Nizolium de veris principiis et vera ratione philosophandi nuper recusum docui, conciliare longe facilius fuerit, nam ille pene nusquam dicit, quae ei a scholasticis imponuntur. Certe omnium causam statuit coelum, coelum autem agere per motum. Et recte, nam et Lux nihil aliud, quam reî agitatio intestina, tam fortis, ut conatus ejus extrorsum tendentes ad quodlibet et ex quolibet puncto sensibili directe et reflexe oculum feriant. Ab agitatione tam forti, quis calorem et rarefactionem, et in opposita globi parte contra condensationem, ab his accedente aetheris motu a lucis solaris circulatione impresso, bullas et gravitatem et elaterem et ab his caetera oriri miretur? Certe formas substantiales (demta mente) etiam Aristoteli non esse ens absolutum, sed tantum λόγον, rationem, proportionem, ἀριθμὸν, structuram partium intimam, quidquid ei scholastici imposuerint, docuere dudum Honoratus Fabri et Joh. Raeus, Viri praeter omnigenam eruditionem ingeniosae et solidae in philosophando libertatis.

57. Nobilissimi Boylii, vim Elasticam a Spiris quibusdam se restituentibus repetentis, sententiam non improbo, vim tamen illam etiam harum spirarum restitutoriam ab altiore quodam principio, id est, ut ego credo, aetheris circulatione repetendam, ipsummet, qua est ingenuitate, agniturum credo. Nam et quod aër difficilius quam aqua caeteris paribus angustias intrat, quod eam ob rationem aqua in canali angusto et longo ultra aequilibrium ascendit, quod aqua mercurium penetrat, aër non penetrat; id etsi ad partium villositates et implicamenta retuleris, reddenda tamen rursus ratio est cohaesionis implicamentorum, ultima autem cohaesionis ratio, per alibi demonstrata, est motus intestinus. Ratio ergo ultima, cur aër difficilius augusta transeat, haec est, quia aër magis elasticus magisque cohaerens non facile dissipatur, aut per partes intrat, sed volvitur, tornatur formaturque in

unum corpus. Cur ita? quia plus in eos aetheris, plus ergo motus, restitutionis, cohaesionis: aquae partes non motu, sed densitate sibi admoventur, minus ergo compressionis, restitutionis, cohaesionis; facilius ergo in partes diffluit, foramini permeando respondentes, ut vel hinc appareat, densitatem duritiei et cohaesionis causam veram non esse. Cartesii Gassendique maximorum sane virorum sectatores, et quicunque in summa illud docent, ex magnitudine, figura et motu explicandam omnem in corporibus varietatem, habent me prorsus assentientem. Credidi tamen semper, quicquid de atomis varie figuratis, de vorticibus, ramentis, ramis, hamis, de uncis, globulis tantoque alio apparatu dicatur, lusui ingenii propius, a naturae simplicitate et omnino ab experimentis remotius aut jejunius esse, quam ut manifeste connecti cum Phaenomenis possit. Praesens autem Hypothesis corpuscula vaga et dilabentia tum inter se per bullas unit, tum motus effectusque bullarum et omnino specierum ab universi systematis unico universali motu deducit, atque ita hinc a summis et abstractis orsa, illinc ab imis Chemicorum experimentis ascendens, in simplicissimo et ex totius globi nostri statu explicabili gravitatis elaterisve Phaenomeno theoriam observationi mechanice magna cum claritate et harmonia connectit. Audeo dicere ac bene confido demonstrare, rationem illius celeritatis qua arcus se restituens sagittam explodit illius impetus quo pulvis fulminans sive communis sive aureus obvia omnia prosternit, ex constitutione partium corporis, nisi universali illo ac celerrimo systematis motu advocato, explicari non posse, cum certum sit, omnem impetum oriri ex celeritate, certum etiam ex pluribus motibus tardis (nisi maxima a centro rei distantia, qualis hic nulla est) aut etiam partium insensibilium motibus insensibilibus utcumque celeribus, motum totius usque adeo celerem ac violentum oriri non posse. Equidem solet motus arctatione augeri, ut densitas corporum compressione; sed hoc ex oeconomia systematis pendet, in quo omnis motus aetheri velut suo πρώτῳ ὀρεκτικῷ, ut sic dicam, incorporatus est. Unde aucta compressione conatus intestinus se restituendi, id est aetheris ambientis solicitatio, quia in singulas partes ducenda est, proportione augetur: res ergo sine novo ac perpetuo aetheris allapsu non potest explicari. Cum illud etiam sit inter principia Phoronomiae nostrae: virtutem, conatum, motum omnem (exceptis mentibus) semel superatum cessare omnino,

nec sua sponte resurgere, sublato licet aut imminuto impedimento, vide sup. §. 23, 28. Unde nec per motum reciprocationis nisi aetheris solicitatione advocata, res explicari potest, quia nihil per viam, qua venit, sponte redit: tensa item intrinseca virtute, etiam dimissa non restituentur, etsi ea sit illorum intrinseca constitutio, ut vis aetheris restituentis in ipsis potius quam aliis operetur. Quia aër internus in duris comprimitur, mollibus elabitur, et haec ratio est, cur diu tensa tandem flaccescant, quia paulatim per subtilissimos exitus aër hinc compressus elabitur, illinc distractus, novis supplementis ad statum naturalem redit. Patiamur igitur alios a figurarum suarum varietate colorum, saporem, aliorumque id genus causas repetere: at motuum pugnarumque tam admirabilium, tum in quos vulgus incidit, tum quos in resolutione chemici deprehendere, vim incredibilem, nisi concurrente, ut sic dicam, totius atmosphaerae nisu, ut in nostra sententia, vix unquam explicabunt, quemadmodum nec chemicorum principiorum operationes, quae proinde velut *πρακτικώτερα* prae Atomisticis et Figuralisticis doctissimus Willisius ad explicandam fermentationem merito elegit. Idem Willisius libro de cerebro et nervis motum musculorum a displosionibus innumerabilium sclopetorum intensibilium deducit. Recte omnino et huic Hypothesi congruenter; haec autem insensibilia sclopeta quid sunt nisi bullulae jam exhaustae, jam distentae, inter se mixtae et ruptae. Unde ad re-conflanda et redoneranda perpetua respirationis velut antlia et folle opus. Figuris musculorum quomodocunque suppositis, nunquam illam vim, illum fortissimum nisum explicueris, quem quotidie in nobis ipsis experimur. Idem erit, si cum eruditissimo Lowero musculorum motum explices per fortissimam contractionem utrinque in contrarium factam; nam nec tanta vis contrahens vel restituens aliunde arcessi potest.

58. Unde constat, quae vis, origo et ratio trium illorum augendae in corporibus augendae, seu gravis per leve levandi fundamentorum: distantiae a centro, impetus a lapsu, et denique nisus a certa quadam rerum specie, ut animali, ut pulvere pyrio, ut magnete, ut veneno aliisque exercitii, quo, per miraculum quasi quoddam a minimis maximae res geruntur, de quibus supra §. 20; ut enim illa a celeritate gravitationis, ita haec a vi Elateris, rursum autem et gravitas et elater a circulatione aetheris turbata oriuntur, hoc solo discrimine, quod in gravitate ef-

facienda aether movet rem, in elatere se ipsum; in gravitate se restituit in locum suum, in elatere, quod plus est, se restituit in gradum suum statumque raritatis, de quo erat deturbatus. Nam aether circulatione sua res justo densiores aut dispergit, aut cum non potest, deprimit: ex hoc oritur gravitas, ex illo Elater. Desiderant omnes philosophi recentiores physica mechanice explicari; id hic perfecte praestatur. Quemadmodum enim omnia naturae ex hypothesi nostra, ita et omnia artis horologia et machinamenta consensu communi vel ex gravitate vel ex Elatere vel ambobus junctis pendent. Ex gravitate omnia horologia, in quibus naturalis ponderis alicujus gravitas vectibus, rotis, trochleis, cochleis tardatur; et haec quidem id commodi habent, quod durabilia et constantia et accurata esse possunt, quia naturalis ad descendendum impetus nunquam lassatur, possunt item aeque facile exhiberi in magno opere, quam modulo parvo; sed incommodum subest, quod jactari et de loco in locum transferri sine gravitatis jactura commode non possunt, quia jactatio facit, ut nonnunquam sint in plano ad horizontem inclinato, quo casu minus gravitant; unde et in mari eorum usus turbatur. Ex vi Elastica pendent horologia illa minora portatilia vi quadam tendenda: haec contrariam prioribus rationem habent, nam id commodi inest, quod sine gravitatis jactura transferri possunt huc illuc; sed contra illud incommodi, quod in loco etiam priore relicta lassantur tandem, ut arcus diu tensus, et pro vi tendentis inaequali aërisque etiam mutationibus variantur. Machinae, quas aqua profluens regit, pendent ex gravitate; quas ventus, partim ex gravitate partim Elatere aëris; quas fumus aut ignis, ex gravitate minore quam quae aëris est; quas homines aut animalia, ex Elatere. Nec facile motus naturalis aut artificialis, cujus ratio a circulatione lucis circa terram deduci non possit, reperietur.

59. Notandum etiam, posse, imo debere non raro rerum cohaesionem, sed secundariam et ortam et aliam praesupponentem a gravitate aëris oriri. Constat enim experientia, duo plana aegre divelli posse, si exacte congruunt, quia levaturo pondus atmosphaerae incumbentis vincendum est. Eadem ratio est in duobus curvis, imo in omnibus, quae se ultra quam in puncto tangunt, ut per lineam ad congruentiam superficiei non parallelam divelli nequeant, nisi pondere cylindri aërei aequalis baseos ac planum congruentiae subtensum est, superato. Quia cum duo disco-

dunt a se, ita ut primo discessu plus intervalli relinquant, quam eodem tempore aër implere possit, quia scilicet superficies ingressus initio superficie discessus minor est (quod fit, quoties contactus est plus quam in puncto) plus spatii interim aëre vacare, ac proinde plus aetheris ingredi, atque interim atmosphaeram sive levari sive comprimi necesse est, concursu quodam gravitatis et elateris, nam utrum advoces perinde est. Atque ita credibile est, in corporibus duris aut tenuibus consistentiam secundariam saepissime oriri, cum probabile sit, pleraque amplius quam punctis congruere. Sed tamen haec consistentiae ratio aliam jam priorem, ut dixi, praesupponit. Cum enim divellenda est superficies a superficie in linea non parallela ad congruentiam, manifestum est, non impulsu hoc fieri, sed *tractione*, id est, pulsione rei alterius connexae, per ansam nimirum aliamque eminentiam in contrarium curvatam. Sed haec connexio jam consistentiam supponit v. g. si duas tabulas summe politas separare aliter quam parallelo impulsu, qui facilis, voles, necesse est ex superjacente ansam ei connexam vel aliud, quo apprehendere eam possis, eminere. Quae cur connexa sit, ratio reddenda est. Non potest ergo cum Democriticis ultima consistentiae ratio a congruentia ista vel, ut nonnulli alterius scholae loquuntur, a fuga vacui (a qua tamen res minime, sed a gravitate et elatere potius oritur) peti; multo minus cum Cartesio a sola quiete, sed ex rei motu, vide sup. §. 2, 11, etsi sensibiliores consistentiae ex compositis ejusmodi in omnem faciem tabulis, non nisi superata per istum impressum gravitate et elatere aëris discessuris, non raro oriri videantur. Certe a gravitatis elaterisque principio vis *restitutiva* in corporibus, *compressorum explicatio*, diductorum *reductio* sui, ad sensum spontanea, partim per memorata, partim per memoranda duci debet. Sentimus autem hanc vim non tantum in liquidis vase clausis, ut aqua, aëre etc., sed et in iis, quae sibi ipsi vasa sunt, id est, in consistentibus ejusmodi, quae neque absolute dura neque absolute mollia sunt, sed mediam quandam rationem habent. Nam *liquidum* est, quod terminos ab alio quocunque accipit, propriis caret, summa facilitate et separabile et transfigurabile. *Durum* est, quod contra habet. *Flexibile* est medium inter liquidum et durum, quod separabile aut saltem transfigurabile est, sed non facillime. Ejusque species sunt *glomerabile*, quod etsi facillime transfigurari, non tamen et summa facilitate dissolvi potest, ut

filum lineum, sericum, aliaque id genus, quae non possunt melius, quam per catenam meris annulis constantem, quorum unus in alio sit gyrabilis, explicari. Molle, quod parumper moratur transfigurantem, non reagit tamen. Tenax, quod valde moratur transfigurantem, et ei reagit, atque adeo dimissum se restituit. Liquidi per se facilis notio est, cum partes libere sibi confusae sunt; Duri, cum instar tabularum planarum congruentium in omne sensibile punctum plagamve compositae; unde et omnino non levatur tabula a tabula, vel si parum levetur, tota levatur: similiter dura aut non flectuntur ad sensum (etsi crediderim plerisque subtilem flexionem inesse) aut flexa omnino rumpuntur. Molle et tenax gradu differunt, utriusque igitur eadem causa. Tenax vel tendibile simul seu se restituens, vel tantum simpliciter ductibile est, ut cera, pix. Simplex ductilitas consistit in perpetua per omne punctum sensibile implicatione et insertione in se invicem funiculorum, tubulorum, fistularum, scatularum, convolvulorum, vasorum, aliorumque, quae diductionem non impugnant quidem, differunt tamen, modo non nimia implicatione sistant, quam in quibusdam duritiei causam intelligere licet, ut instar filorum glomeratione confusorum, nodo facto, mox non nisi ruptura solvantur. At in simpliciter ductilibus nulla unquam confusio sequitur, eductis sibi invicem tubulis semper minoribus, sibi in omnes plagas aequaliter et concave et convexe per innumerabiles duplicaturas insertis, donec nimia diductione et nimia sequatur attenuatio, et contingat ruptura. Nec mira cuiquam haec insertio videri debet, cum omnis fere subtilis accretio fibratim per has duplicaturas perque susceptionem intimam tubiformem potius, quam appositionem extimam alimenti fiat. Tensio addit insertioni tubulorum, ut sint in eo latere, quo alium accipiunt, occlusi; in altero, quo alteri inseruntur, aperti: quo facto vicem praestabunt embolorum ad sensum infinitorum, nam etsi embolus hoc loco cavus et apertus sit, qua exhaurienti vas pneumaticum obvertitur, sufficit tamen eum obfirmatum esse, qua parte opponitur vasi: diducta jam re, his tabulis instructa, necesse est eam difficultatem in diducendo proportione sentiri, quae sentitur in embolo extrahendo, dum aërem vasis pneumaticis exhaurimus; et remittente vi diducentis rem tensam necesse est eadem vi se restituere, qua embolus inter extrahendum subito dimissus a vase resorbetur. Hac tensionis in omnes embolos insensibiles sibi con-

tinue insertos, inaequaliter tamen, pro distantia, propagatae causa, nil clarius, nil facilius, nil hypothesi nostrae consentaneum magis. Et credibile est, in corporibus, ut vim circulariter diffusam a ruptis bullis, ita in longum latumve aut profundum porrectam evenire a tubulis istis seu embolis (nam quilibet eorum antecedenti est tubulus, sequenti embolus) ultra quam status aëris aetherisve circulatio fert, vel, ut diximus, eductis; vel etiam, ut illinc eductis, ita hinc intrusis, uti in arcubus, qui a concavitate ad convexitatem vel contra flectuntur, fieri par est; ubi etiam humoris alicujus intra meatus jam interclusos illinc compressi, hinc dilatati, restituendi se conatus nonnunquam intercedere potest. Huc et lacrymae vitri, quibus similia sunt ab eruditissimo Joh. Ottio Schaffhusano (qui cum doctissimo Henrico Screta studiorum socio duos nobilissimos sensus, ille visum, hic auditum nuper illustravit) observata filamenta vitri, pertinent: de quibus cum tot extent hypotheses, certum tamen est ad exhaustum vel distentum, id est circulationem aetheris, id est hypothesin nostram omnes reduci. Hobbius eas ex arcubus tensis componit, Vossius vacuum vel quasi vacuum intus esse ait, Honoratus Fabri spiritum quendam tensum (instar funiculi Francisci Lini), Huddenius aliique compressionem praeferunt: Hypothesis nostra non parvo veritatis indicio omnes conciliat. In arcu tenso hinc compressio, illinc distractio est: ubicunque aër distrahitur, aether colligitur. Cum ergo lacryma calens aquae immergitur extinguiturque ignis, qui in omni re calefacta aërem discutit expellitque, contraria aqua comprimitur, vel quod idem est, acido ignis ab alcali aquae subito absorpto, aether replendo loco attrahitur colligiturque in bullas illas ductusque totum vitrum innumerabilibus cuniculis perforantes, coëuntes tamen omnes in apice, quo lacryma in aquam postremo intravit, quorsum se ignis jam ab initio recipit, prorsus ut virgae ferreae uno extremo candente extincto alterum incalescit: omnes ergo cuniculi isti, quibus velut minis, ut vocant, totum vitri corpus suffossum est, aethere seu, ut alii vocarent, vacuo vel nihilo pleni sunt, instar vitri exhausti, instar aeolipilae, in qua calore rarefactus expulsusque aër negato obturatione foraminis post refrigerationem reditu, multum vacui, id est, justo plus aetheris collecti, intus reliquit. Hic vero nihil aeolipilae, subito refrigeratae obturataeque exemplo congruentius. Aperto igitur apice, vel alia bulla cum caeteris omnibus communicante, aetherem collectum cum magna vi exire,

aërem intrare, cuniculos autem omnes, quippe tam subtiles fragilesque rumpi, vitrum ergo in pulverem violenter dissilientem abire necesse est. Unde patet quoque cur frigore aucto, ut si nive sepeliatur, fortior, si ignis calore retractetur, debilior sit ruptura. Nam frigus, quod initio fecit loci (vasorum quippe, hoc loco, vitri, lateribus se contrahentibus et imminuentibus) subitum incrementum, ergo locum aëre vacuum, ergo aetheris collectionem, et pororum, quippe corpore contracto, obstructionem auget. Igne novo impletur locus, minuitur aether, admittitur aër, pori aperiuntur. Patet ergo hoc quoque naturae miraculum Elateri Aetheris deberi. Motus sanguinis, unde caeterae functiones animales proficiscuntur (cor enim motum debet sanguini, non, ut Cartesius putabat, sanguis, cordi) sine dubio a nitri cujusdam aërei respiratione recepti reactione petendus est. Credibile enim est, ut mare sale, ita aërem nitro quodam impraegnatum esse. Unde aër semel haustus nisi recenti misceatur, novo haustui est inutilis, idque et Drebelii experimento confirmatur, qui essentiam quandam aëris parabat, quae aëri etiam torpido et insalubri instillata, vivificam quandam refrigerationem confestim praestabat. Jam si motus vitalis a reactione est, erit ab Elatere, per superiora, ergo ab aetheris circulatione. Ab eadem esse Motum Oceani in tellure, analogum Sanguinis circulatione in corpore, supra dictum est: idem est de motu aëris seu vento. Constat ventum aqua se lapsu dispergente fieri arte posse, idem credibile est naturam saepe facere in montium cavernis; folles ventum faciunt compressione, eodem modo nubes gravidae descensu suo elidunt aërem inter se et terram. Simplex quilibet motus in aëre facit ventum, quia aërem ictu comprimit, ac proinde loco replendo alium attrahit. Ignis facit ventum, et calor quivis, quia omne rarefaciens attrahit aliquid subtilius rarefacto, replendo loco exhausto, idque ex illo toties inculcato principio Elateris. Unde ignis aëre indiget, non ad pabulum, sed tuendum locum. Hinc stati venti intra Tropicos solum sequuntur, loca clausa, fornicata templa, cavernae tempore frigido attrahunt aërem seu ventum, quia sunt aëre ambiente calidiora: tempore ambientis calido, quia tunc frigida, remittunt. Hinc stati certorum locorum ac temporum Venti: addendae in hoc negotio doctae Poulletii observationes. Vapores proprie sol non attrahit, et eorum ascensus non tam pendet ex principio Elateris, quam gravitatis, nam quod ignis, fumus, vapor, ros majalis ovi putamine

conclusus, succus in plantis sole evocante, adeoque sublimabilia aut distillabilia ascendunt, fit, quia aethere interposito ita rarefiunt, ut fiant aëre paris spatii leviora. Ipsa tamen displosionis in igne vis Elastica plurimum confert, unde cum elevatio prohibita est, ut in distillatione per descensum, nihilominus calor distillabilia a se repellit, sed regulariter alias sursum, quia ipse calor seu ignis, quippe aëre levior, ascensu suo ea abripit. Si ergo motus marium ac ventorum, vaporum, sanguinis fermentationes, reactiones, restitutiones, ab Elatere proficiscuntur, quid ultra addemus? Nam ab eodem totam fere Musicam, et omnino magnam artis Ballisticae, magnam reliquae mechanicae partem pendere, satis hinc conjici potest. Certe nervos nil aliud, quam chordas tensas esse credibile, quarum violenta adductione, musculi utrinque contracti se levant et membra secum. Hinc sensionis explicandae causa ad liquorem quendam nerveum refugere nihil necesse est, cum in re tensa pulsata conatus ad initium usque pertingat, quia et diductio ad quodlibet punctum sensibile pertinet. Utque tensa et moventur tardius, et rumpuntur facilius humectata, aëre, qui intus est, incrassato ac proinde minus dilatabili; ita idem in somno nervis evenit, ut sensio quasi obruatur. His jam in quolibet puncto sensibili, et versus quodlibet punctum sensibile, seu in quolibet angulo sensibili, et ita in corpore ad sensum continue tendibili suppositis tensionis et strictionis causis, demonstrari illa tam multa praeclara theoremata physico-mathematica possunt, quae et experienti et ratiocinanti in promptu sunt, atque in novam quandam partem Matheseos mixtae, quam Elasticam appellare licebit, coire poterunt, de decremento motus, aut incremento potentiae statum violentum rei inferentis, de incremento restitutionis ad incrementum motus gravium inverso, de vibrationibus isochronis, de restitutionibus ejusdem etiam a diversa tensione isochronis, de rupturae tempore et loco, de proportione elateris ad gravitatem, de lineis quas datum punctum in restitutione describit, et in specie de tensione lineae rectae in chorda, curvae in arcu, superficiei in tympano, solidi in vase, quaeque alia subtilissimi viri, Galilaeus, Torricellius, Honoratus Fabri, Stenonis, Joh. Alphonsus Borellus, aliique demonstraverunt aut observaverunt. Atque hic admirari licet praxin Dei in oeconomia rerum geometrisantis. Etsi enim per na-

turam rerum impossibile sit, corpus aliquod totum latere, perspicuum, fluidum, grave, molle, tendibile, flexibile, durum, calidum etc., item motum continuum, uniformem, uniformiter acceleratum vel diminutum, rectilineum, circularem, reflexum, refractum, permutatum, exacte esse; effectum magnetis, luminis et soni ad quodlibet punctum assignabile pervenire etc., evenit tamen, ut summa ad sensum ἀκριβείᾳ haec omnia, etsi non sint ita, tamen sensu esse videantur, et quantum ad usum nostrum, perinde sit ac si essent; atque ita incredibili Dei beneficio Optica, Musica, Statica, Elastica, πληγική (seu de impetu et percussione), Myologia seu de motu musculorum, imo et Pyrotechnica et Mechanica universa, et quidquid est mixtarum ex Physica Mathematicaque scientarum, ad purarum invidiam usque, non fallentibus ad sensum (nisi per accidens) theorematibus excoli possint. Quod nisi motibus structurisque qualitatum ac motuum sensibilium causatricibus infra quodlibet punctum sensibile imminutis, et in quamlibet plagam sensibilem directis, inimitabili artificio, non poterat procurari.

60. Atque ita ostendimus etiam duritiem, etiam tensorum restitutionem ab atmosphaerae gravitate et aetheris elatere peti posse. Unum praetereundum non est, ut ad principia chemica et bullas nostras redeamus, ab ipso Helmontio, Tachenio, aliisque praeter acidum et alcali addi Archaeum seu Rectorem, qui excitet duo illa naturae instrumenta ad reactionem: et sane sentimus mustum expressum non statim, sed ubi aliquamdiu quievit, sua sponte excitatum fermentare. Is vero Archaeus nihil est aliud, quam aether interspersus; modus, quo agit, nil aliud, quam universalis circulatio aetheris, qua et digestio rerum non nisi extrinseca excitatione fermentantium promovetur, qua tum omnia, tum liquida potissimum, sunt in perpetuo intestino motu, gravia subsidunt, heterogenea separantur, paries intergerinus phlegmatis ac terrae, alcali ab acido dividens, perrumpitur, actio sequitur. Adde supra §. 18. Is tamen aether non putandus est omnino liber esse et dissolutus, cum vix quicquam tale sit in rebus, et in minimis atomis innumerabilium specierum varietas lateat; plerumque igitur erit et ipse collectus in bullas suas jam liquida jam sicca forma velatas, id est, alcali ex sensibilibus volatissimum seu mercurialissimum, perpetuis displosionibus insensibilibus activum (omnis enim bulla aethere quam aëre plenior est alcali, unde et in

lacrymis vitri igne seu acido aquae extinguentis alcali absumto, magnum in vitro manet vacuum, seu alcali, seu aetheris collectio) hic est Helmontii Archaeus, Tachenii Rector, aliorum spiritus mundi, quidam tertium principium mercuriale vocant, eique tribuunt vim illam nobilissimam formatricem seu plasticam, qualis in seminibus, in sale communi, et potissimum in Mercurio, modo separari possit; unde Mercurius in amalgamate cum metallis in illam elegantem excrescentiam arborescit. Hic liquor aethereus, hoc sal coeleste, si capi posse Helmontio credimus, credibile est exercere tantas virtutes, quantas in suo alcahest seu alcali est, ille veneratur, de quo experientiae judicium esto. Quemadmodum etiam an huic alcali volatilissimo aliud acidum volatilissimum, seu mercurialissimum perfectione et virtute respondens, solum ei per reactionem agendo par, calido innato analogum, ut illud humido radicali; igni proportionale, ut alcahest aquae; filius solis, ut illud lunae; essentia nitri (nam etsi superficiaria nitri constitutio alcalizata est, solent tamen interiora seu centralia exterioribus seu superficiariis contraria esse) ut illud salis communis, opponatur, adde supra §. 50, 53. Etsi enim possint in subtilitate et virtute dari graduum progressus in infinitum, dantur tamen summi gradus sensibiles, ita ut quod ultra est, ne virtute quidem, nedum forma sensibili ad nos pertingat; in hoc ergo limite Philosopho pariter atque Empirico subsistendum.

Conclusio.

Nunc Hypotheseos meae summam inibo: suppono globorum mundanorum gyrationem circa proprium axem, et unius solis in nostro magno orbe actionem rectilineam extra se, ceterorum non nisi quatenus lucem a sole repercutiunt. Ex his motibus primigeniis deduco systema Copernicanum in mundo, et circulationem aetheris cum luce in tellure et circa tellurem. Ex hac motus maris et ventorum, verticitatem magnetis, ac denique, a quibus caetera non naturae minus quam artis machinamenta pendent, Gravitatem et Elaterem. Nam aether res densiores, quam fortissimo suo motui cuncta discutienti conveniat, cum potest (ut quando consistunt ex cumulo tantum male unito eorum quae non potest) discutit, hinc vis Elastica seu restitu-

toria non compressorum tantum, sed et per consequens dilatatorum, quia omnis dilatatio unius est compressio alterius; cum non potest (quando vasis suis separata circulatione firmatis continentur) dejicit, hinc gravitas. Speciatim ex motu recto a sole, et curvo a terra, oriuntur gyrationes certarum rerum globi nostri circa centrum particulare, seu bullae, nonnunquam etiam annuli, tubuli aliaque vasa ad rem pertinentia, a quibus consistentia rerum et specierum varietas. Ex vasis plenitudine variantibus, circulatione aetheris accedente, oritur in rebus diversitas gravitatis: unde jam omnia Phaenomena ponderum, item Hydrostatica, Aërostatica. Ex bullis ruptis et in alias aetheris circulatione transfusis, item (salvo vase) ex embolis attractis vel repulsis oritur Vis Elastica aetheris, seu conatus se restituendi in gradum raritatis vel densitatis praesenti aetheris sphaerae et structurae partium rei congruentem, unde impetus, repercussiones, reflexiones, refractiones, vibrationes, soni, solutiones, praecipitationes, fermentationes, principia Chemicorum, sympathiae, antipathiae, attractiones, motus musculorum, virtus ignis, pulveris pyrii, veneni, tincturae, si qua est; omnes omnino actiones vehementiores quam pro mole agentis, et quicquid nobis miraculorum naturalium physica extraordinaria monstrat. Atque haec quidem Hypothesis ita mihi varias aliorum hypotheses jungere inter se et conciliare; ubi deficiunt, supplere; ubi subsistunt, provehere; ubi obscurae sunt et ἄῤῥητοι, explicare atque intelligibiles reddere videtur, ut jam non tam de nova quadam hypothesi generali, quam particulari ac distincta applicatione ad phaenomena, magis magisque passim conspirantium Eruditorum pariter et mechanicorum industria eruenda, atque in solidae et feracis Philosophiae aerarium referenda, ac denique de translatione inventorum ad usum vitae augendamque potentiam et felicitatem generis humani, qui unus Philosophandi finis est, cogitandum esse videatur. Sin minus, saltem a conatu delineandi tale aliquid, dissertationi verbis illaboratae ac proinde obscuriusculae, ordine ut apparet confusaneae (quod in primis tentamentis solet, quae novis subinde memoriam subeuntibus passim interpolata non satis cohaerent) si res ipsas spectes, parum, ut in tanta tractandorum sylva, explicatae, veniam spero.

[illegible]

THEORIA MOTUS ABSTRACTI

SEU

RATIONES MOTUUM UNIVERSALES,

A SENSU ET PHAENOMENIS INDEPENDENTES.

AUTORE

G. G. L. L.

ILLUSTRI ACADEMIAE

REGIAE FRANCICAE,

AD PROMOVENDA

MATHEMATICA, PHYSICA, MEDICA STUDIA ET AUGENDA
GENERIS HUMANI COMMODA RECENS INSTITUTAE.

Inter tot acta MAGNI REGIS vestri, illa fortuna, illo spiritu digna, quo tanta potentiae moles sapientissime regitur, est cur non minima credam futura, quae per vos geret: plus est de genere humano mereri, quam de gente tantum sua: magnum est, ditionem suam ex culta cultissimam reddere, ex felice beatam; jungere maria fossis, et per Pyrenaeorum radices navigare, et commercia regni connectere, et substituere Herculeo illi piratis infami aliud in suo fretum; insurgere potentia navali, et ad rei militaris apicem eniti; venerabilem se christianis reddere, barbaris metuendum; sed majus est naturam arti subjicere, pomoeria humanae potentiae propagare, et debellare hostes illos invisibiles intestinos, in quos nulla vis satis valida est. Quam saepe maximi heroës, qui decies centena hominum millia ad nutum parata habuerunt, levi morbo ante diem succubuere! et tamen fortasse vincendi ejus rationem anicula aliqua in vicino neglecta abjectaque tenebat. Felices nos, et forte corporis nostri domini essemus, si a decem retro seculis id actum esset, quod nunc aegre coeptum est. Sed nunquam utilia sero inchoantur: posteritas saltem aetati nostrae gratias aget, et inter sidera collocabit Principem, cujus auspiciis naturae claustra perfringentur, cui gloriae Christianissimum Regem insita vis altae mentis, institutio, vires, opes, flos affluentium ingeniorum et caetera, quibus Gallia orbem provocare potest, admovent. Si serio res, si majore solito nisu agitur, possumus ipsi vivendo attingere fructum laborum temporis nostri. Neque enim mirum est, unum vix seculo praestiturum, quod centum anno; cum etiam centum juncti centies acturi sint, quantum totidem sparsi. Sparsi incohaerentia, imo pugnantia faciunt; plurima et faciliora saepius, quam opus est, maximorum et potissimorum nihil, miscentque inopiam superfluitati. Juncti non materiam tantum labo-

ris, sed et molestiam minuunt, condiuntque sibi difficultatem mutui applausus suavitate. Id vos exemplo vestro docebitis inter primos: cum enim tantas res Auzuti, Bullialdi, Cassini, Hugenii, Pecqueti, Petiti, Robervallii, Thevenotii et tot alii gesserint, quid poterit collatis consiliis nisi magnum, nisi vobis honorificum, gloriosum Regi, generi humano fructuosum expectari? Nec ominibus vos, nec praeconiis egetis: dudum haec de vobis sentit orbis, liceat tamen accedere me quoque publicae voci. Cum enim esset mihi nuper ad Carcavium vestrum, virum fama et doctrina insignem et ex flore egregiorum hominum quibus vos abundatis ad regiae bibliothecae hujusque adeo ipsius Academiae curam lectum, scribendi ab ipsomet, qua est humanitate, internuntio CLmo Ferrando praebita occasio; malui schedam hanc utcunque exiguam et illaboratam adjicere, quam omnino vacuis manibus venire. Argumentum certe vobis dignum est: nam labyrinthum in primis continui et motus compositionibus ingenia implicantem evolvisse, plurimum refert ad constituenda scientiarum fundamenta, confundendos scepticorum triumphos; Geometriam indivisibilium et arithmeticam infinitorum, tot egregiorum theorematum parentes, in solido locandas; hypothesin physicam per omnia congruentem elaborandam, et quod maximum est de intima cogitationis natura et mentis perennitate et causa prima demonstrationes plane geometricas hactenus intactas impetrandas. Unde boni quoque et aequi, jurisque ac legum fontes ita clari ac limpidi, ita simul et ambitu parvi et recessibus profundi profluunt, ut pro magnis voluminibus esse et solvendis omnibus casibus mirabili ad usum compendio sufficere possint, quale nihil, opinor, vulgo occurrit. Sed erit hic nobis alias professus labor. Caeterum, ut ad praesentia redeamus, imperfectionem primi tentaminis lubens agnosco; spero tamen nonnihil praestitum esse: indivisibilium naturam illustratam; cohaesionis rationem nunc primum detectam; physico-geometricam curvarum ex meris rectis et omnis generis curvorum corporum ex solis rectilineis expositam constructionem lentibus elaborandis fortasse profuturam; Hypothesin allatam, unde omnia naturae phaenomena mechanice explicari possint; quin et ostensum esse, quae sit materia illa magnetica, cujus circa terram motui adscribendam verticitatem, suspicatum nuper etiam ingeniosissimum Auzutum post Theoriam motus concreti jam excusam demum didici, quanquam qualis illa sit, non explicuerit: quo detecto ad constantem de va-

riatione magnetica hypothesin longitudinesque perveniri posse, nec ipse Auzutus desperat; denique si nihil aliud, cogitationum saltem non poenitendarum semina sparsa esse. Eas aliquando, cum plus otii erit, felicius fortasse persequar, et ad caeteros labores boni publici causa susceptos perficiendos animabor, si vos, si vestri similes faustis ominibus initia qualiacunque prosequentur.

Theoriae motus abstracti definitiones.

Corpus, quod movetur, vel contingit aliud, vel non contingit. 1) Contingit, si non datur spatium medium. Contingens si movetur, vel praetervehitur, vel impingit; 2) praetervehitur, si continuato motu suo alterius nihil loco moveret; sin aliquid moveret, 3) impellet, et si alterum quoque movetur, impinget; sed tamen vocum harum promiscuus fere usus est. 4) Toti impingit, quod continuato motu suo alterum totum loco pellit; 5) parti impingit, si secus. Porro varie impingitur, vel ratione lineae motus vel termini. 6) Linea motus est, quam describit centrum moti; linea impactus est, quam describit centrum impingentis seu ejus de moto, quod in excipientis locum successurum est. Unde interdum linea impactus a toto potest esse recta, a parte curva: quanquam ubi distinctione opus non est, in sequentibus lineae motus appellatione etiam pro linea impactus usurus sim. 7) Mensura lineae motus est vel ipsa linea motus sibi ipsi, si recta est, vel si obliqua est, recta facta ex obliqua retrorsum, extremo quod prorsum vertitur immoto, extensa. Linea motus impingentis vel comparatur ad lineam motus alterius vel ad centrum ejus. Si comparatur linea motus impingentis cum linea motus 8) excipientis, id est ejus, in quod impingitur, tum vel lineae motus impingentis et excipientis junguntur extremis, vel extremum lineae motus impingentis tangit non extremum, sed aliud punctum lineae motus excipientis. Hoc casu impingens dicitur 9) incurrere in excipiens, et excipiens tantum praetervehitur. Illo casu utrumque est impingens et dicuntur 10) concurrere: concursus est vel 11) occursus, quando mensura lineae motus unius continuata cadet in latus adventus alterius, vel 12) accursus, quando id non contingit. Occursus est vel 13) rectus, si mensura lineae motus producta facit angulum rec-

tum ad latus adventus alterius, seu coincidit cum mensura lineae motus alterius, vel 14) obliquus, si secus. Accursus est vel 15) rectus, si mensura lineae motus est parallela lateri adventus alterius, seu facit angulum rectum ad mensuram lineae motus alterius; vel 16) obliquus, si secus. 17) Latus adventus, seu a quo venitur, est recta, ex qua (planum, ex quo) mensura lineae motus perpendiculariter exit versus impactum. Porro si comparatur linea motus impingentis ad centrum excipientis, impactus est vel 18) centralis, si linea motus impingentis producta incidit in centrum corporis excipientis, vel 19) eccentricus, si secus. 20) Radere dicitur, quod momento contactus totum contactum corpus loco pellere non conatur (sive id sit praetervehens sive impingens, sed eccentrice). Denique si comparantur termini impingentis et excipientis, sunt vel utrinque superficies vel ab altera parte punctum aut linea. 21) Unum corpus constituunt partes, quae sibi contiguae aliquandiu mansurae sunt. 22) Cohaerent partes, quarum una mota movebuntur caeterae. 23) Flexio est mutatio circa rectitudinem et curvitatem. 24) Facies est omne extremum rei, quo tangi potest ab alio in unam plagam, seu quod una recta totum abscindi potest. 25) Durities est cohaesio non superabilis parvo motu. 26) Figura simplex est, cujus quaelibet facies una linea vel superficie clauditur. 27) Una linea vel superficies est, quae uno motu fieri potest. 28) Motus unus est prior et posterior, si continuatio sponte facta est, seu per se, nullo licet extrinseco impulsu accedente. 29) Corpus rotiforme est, quod potest moveri, ut locum suum non deserat, id est, ut nulla parte sui in locum veniat, in quo non jam tum aliqua ejus pars fuerit, qualis motus est orbium coelestium veteribus creditorum, qualemque solum in pleno existere necesse est.

Fundamenta praedemonstrabilia.

1) Dantur actu partes in continuo, contra quam sentit acutissimus Thomas Angelus. 2) Eaeque infinitae actu, indefinitum enim Cartesii non in re est, sed cogitante. 3) Nullum est minimum in spatio aut corpore, seu cujus magnitudo vel pars sit nulla: talis enim rei nec situs ullus est, cum quicquid alicubi situm est, simul a pluribus se non tangentibus tangi possit, ac proinde plures habeat facies; sed nec poni

minimum potest, quin sequatur tot esse totius quot partis minima, quod implicat. 4) Dantur indivisibilia seu inextensa, alioquin nec initium nec finis motus corporisve intelligi potest. Demonstratio haec est: datur initium finisque spatii, corporis, motus, temporis alicujus: esto illud, cujus initium quaeritur, expositum linea ab, cujus punctum medium c, et medium inter a et c sit d, et inter a et d sit e, et ita porro: quaeratur initium sinistrorsum, in latere a. Ajo ac non esse initium, quia ei adimi potest dc salvo initio; nec ad, quia ed adimi potest, et ita porro; nihil ergo initium est, cui aliquid dextrorsum adimi potest. Cui nihil extensionis adimi potest, inextensum est; initium ergo corporis, spatii, motus, temporis (punctum nimirum, conatus, instans) aut nullum, quod absurdum, aut inextensum est, quod erat demonstrandum. 5) Punctum non est, cujus pars nulla est, nec cujus pars non consideratur; sed cujus extensio nulla est, seu cujus partes sunt indistantes, cujus magnitudo est inconsiderabilis, inassignabilis, minor quam quae ratione, nisi infinita ad aliam sensibilem exponi possit, minor quam quae dari potest: atque hoc est fundamentum Methodi Cavalerianae, quo ejus veritas evidenter demonstratur, ut cogitentur quaedam ut sic dicam rudimenta seu initia linearum figurarumque qualibet dabili minora. 6) Quietis ad motum non est ratio quae puncti ad spatium, sed quae nullius ad unum. 7) Motus est continuus seu nullis quietulis interruptus. Nam 8) ubi semel res quieverit, nisi nova motus causa accedat, semper quiescet. 9) Contra, quod semel movetur, quantum in ipso est, semper movetur eadem velocitate et plaga. 10) Conatus est ad motum, ut punctum ad spatium, seu ut unum ad infinitum, est enim initium finisque motus. 11) Unde quicquid movetur, quantumcunque debiliter, quantumcunque etiam sit ostaculum, conatum per omnia obstantia in pleno propagabit in infinitum, ac proinde omnibus aliis imprimet conatum suum: neque enim negari potest, quin pergere etiam cum desinit, saltem conetur; ac proinde conetur seu, quod idem est, incipiat obstantia quantacunque movere, etsi ab iis superetur. 12) Possunt igitur in eodem corpore simul esse plures conatus contrarii. Nam si sit linea ab, et c tendat ab a ad b, contra d ab ad a et concurrant; momento concursus c conabitur ad b, etsi cogitetur desinere moveri, quia finis motus est conatus; sed et conabitur retro, si oppositum co-

gitetur praevalere, incipiet enim retro ire, sed etsi neutrum praevaleat, idem erit, quia conatus omnis propagatur per obstantia in infinitum, et ita utriusque in utrumque: et si aequali celeritate nihil agitur, nec duplicata seu majore quicquam agetur, quia bis nihil est nihil. 13) Unum corporis moti punctum tempore conatus seu minore, quam quod dari potest, est in pluribus locis seu punctis spatii, id est, implebit partem spatii se majorem, vel majorem quam implet quiescens, aut tardius motum, aut conans in unam tantum plagam; attamen et ipsam inassignabilem seu in puncto consistentem, quamquam puncti corporis (vel puncti spatii quod implet quiescens) ea sit ratio ad punctum spatii quod implet motu, quae est angulus contactus ad rectilineum, seu puncti ad lineam. 14) Sed et omnino quicquid movetur, non est unquam in uno loco, dum movetur, ne instanti quidem seu tempore minimo, quia quod in tempore movetur, in instanti conatur seu incipit desinitque moveri, id est locum mutare: nec refert dicere, quolibet tempore minore quam quod dari potest conari, minimo vero in loco esse: non enim datur pars temporis minima, alioquin et spatii dabitur. Nam quod tempore absolvit lineam, tempore minore quam quod dari potest, absolvet lineam minorem, quam quae dari potest seu punctum; et tempore absolute minimo partem spatii absolute minimam, qualis nulla est per fund. 3. 15) Contra, tempore impulsus, impactus, concursus duo corporum extrema seu puncta se penetrant, seu sunt in eodem spatii puncto: cum enim concurrentium alterum in alterius locum conetur, incipiet in eo esse, id est incipiet penetrare, vel uniri. Conatus enim est initium, penetratio unio; sunt igitur in initio unionis, seu eorum termini sunt unum. 16) Ergo corpora, quae se premunt vel impellunt, cohaerent: nam eorum termini unum sunt, jam ὧν τὰ ἔσχατα ἕν, ea continua seu cohaerentia sunt, etiam Aristotele definiente, quia si duo in uno loco sunt, alterum sine altero impelli non potest. 17) Nullus conatus sine motu durat ultra momentum praeterquam in mentibus. Nam quod in momento est conatus, id in tempore motus corporis: hic aperitur porta prosecuturo ad veram corporis mentisque discriminationem, hactenus a nemine explicatam. Omne enim corpus est mens momentanea, seu carens recordatione, quia conatum simul suum et alienum contrarium (duobus enim, actione et reactione, seu comparatione

ac proinde harmonia, ad sensum et sine quibus sensus nullus est, voluptatem vel dolorem opus est) non rétinet ultra momentum: ergo caret memoria, caret sensu actionum passionumque suarum, caret cogitatione. 18) Punctum puncto, conatus conatu major est, instans vero instanti aequale, unde tempus exponitur motu uniformi in linea eadem, quanquam non desint instanti partes suae, sed indistantes (ut anguli in puncto), quas Scholastici, nescio an Euclidis exemplo, vocant signa, ut in iis apparet, quae sunt simul tempore, sed non simul natura, quia alterum alterius causa est: item in motu accelerato, qui cum quolibet instanti atque ita statim ab initio crescat, crescere autem supponat prius et posterius; necesse est eo casu in instanti dato signum unum alio prius esse, etsi citra distantiam seu extensionem, adde probl. 24. 25, conatuum inaequalitatem nemo facile negaverit, sed inde sequitur inaequalitas punctorum. Conatum conatu majorem esse, seu corpus, quod celerius alio movetur, jam ab initio plus spatii absolvere, patet: nam si initio tantundem absolvit, semper tantundem absolvet, quia motus ut incipit, ita pergit, nisi sit causa extrinseca mutans per fund. 9; sed et si initia aequalia sunt, etiam fines aequales sunt, ergo momento concursus tantum aget velox in tardum, quantum tardum in velox, quod est absurdum: sunto ergo inaequales. Ergo instanti dato fortior plus spatii absolvet, quam tardior, sed quilibet conatus non potest percurrere uno instanti plus quam punctum, seu partem spatii minorem quam quae exponi potest; alioquin in tempore percurreret lineam infinitam: est ergo punctum puncto majus. Unde arcus inassignabilis circuli majoris major est, quam minoris; et linea quaelibet ducta a centro ad circumferentiam, circulo commensurabilis, seu circumductione sua circuli genitrix, est sector minimus perpetuo crescens, sed intra inextensionem. Hinc et difficultates de duabis rotis concentricis super plani recta gyratis, de incommensurabilibus, de angulo contactus, et tot alia solvuntur, ad quae explicanda eloquentissimus Bedinus omnes totius orbis philosophos provocaverat, et quibus Sceptici maxime triumphant. Angulus est quantitas puncti concursus, seu portio circuli minoris quam qui assignari potest, id est, Centri: tota de angulis doctrina est de quantitatibus inextensorum. Arcus minor quam qui dari potest utique chorda sua major est, quanquam haec quoque sit minor, quam quae exponi potest, seu con-

sistat in puncto. At ita, inquies, polygonum infinitangulum non erit circulo aequale: respondeo, non esse aequalis magnitudinis, etsi sit aequalis extensionis; differentia enim minor est, quam ut ullo numero exprimi possit. Unde ex definitione Euclidis: punctum est, cujus pars nulla est, nullus error irripere potuit demonstrationibus de extensione (ut quidem profundissimo alioquin Hobbio videbatur, qui ex eo capite 47 Imi canonem sinuum et quicquid quadraturae suae obstat, in dubium vocat, quod a tanto viro inexspectatum nunquam sine admiratione legi), modo intelligatur pars extensionis, seu pars distans ab alia parte. Certe, si arcus et chorda inassignabiles coincidunt, idem erit conatus in recta, qui in arcu: conatus enim est in arcu aut recta inassignabili. Jam si conatus idem est, etiam motus in recta et arcu, id est motus circularis et rectus (quia qualis motus coepit continuatur, seu qualis conatus talis motus) idem erit, quod est absurdum. 19) Si duo conatus simul sunt servabiles, componuntur in unum, motu utroque servato, ut in sphaera super recta plani gyrata patet, ubi motus puncti alicujus in superficie designati, ex recto et circulari per minima seu per conatus mixtis componitur in Cycloeidalem, adde de spirali th. 7 et 12. Meretur hoc argumentum diligentius tractari a Geometris, ut appareat, quarum linearum conatus, quibus mixti, quas lineas novas producant, unde multa fortasse nova theoremata geometrica demonstrari poterunt. 20) Corpus, quod movetur, sine diminutione motus sui imprimit alteri id, quod alterum recipere potest salvo motu priore, hinc theor. 5, 6. 21) Si quid non simul omnia agere potest et par omnium causa est, et tertium nullum est, nihil agit. Hinc causa quietis theor. 11, 12. 22) Si conatus incomponibiles sunt inaequales, sibi adimuntur, servata plaga fortioris, theor. 1, 2, 3, quia duo conatus sibi adimi possunt, est enim minor aequalis parti majoris: quamdiu igitur res exitum reperit parte alterutrius, non est cur tertium eligatur. 23) Si conatus incomponibiles sunt aequales, plaga mutuo deceditur, seu tertia intermedia, si qua dari potest, eligitur, servata conatus celeritate, theor. 7, 8, 9, 10. Hic est velut apex rationalitatis in motu, cum non sola subtractione bruta aequalium, sed et electione tertii propioris, mira quadam sed necessaria prudentiae specie res conficiatur, quod non facile alioquin in tota geometria aut phoronomia occurrit: cum ergo caetera omnia pendeant ex principio illo, totum

esse majus parte, quaeque alia sola additione et subtractione absolvenda Euclides praefixit Elementis; hoc unum cum fundam. 20 pendet ex nobilissimo illo: 24) Nihil est sine ratione, cujus consectaria sunt, quam minimum mutandum, inter contraria medium eligendum, quidvis uni addendum, ne quid alterutri adimatur, multaque alia, quae in scientia quoque civili dominantur.

Theoremata.

1. Si corpus impingit in aliud quiescens, vel tardius directe occurrens vel tardius antecedens, secum abripit (id est movet in eandem plagam) differentia celeritatum. 2. Si incurrens centraliter movetur tardius praetervehente, praetervehens secum abripit incurrens differentia celeritatum. 3. Sin incurrens et in genere impingens centraliter movetur celerius excipiente, impingens abripit totum excipiens differentia celeritatum. 4. Sin moventur aequivelociter incurrens et praetervehens, ambo movebuntur perinde ut concurrentia aequivelocia angulum facientia, de quibus mox theor. 7. 5. Si tamen praetervehens et omnino excipiens movetur circa proprium axem (sive tardius, sive celerius), simul et impingens et excipiens et retinebit motum suum et accipiet motum alterius. 6. Impingens eccentrice (sive celerius, sive tardius) in corpus cohaerens, qua cohaeret, et continuabit motum suum, et excipienti priorem relinquet, et eidem motum circa proprium axem motui impactus in loco impactus aequivelocem addet. 7. Si duo corpora concurrunt aequivelociter (vel etiam alterum incurrit, alterum praetervehitur, vid. theorema 4) et fit angulus (quod semper fit in accursu, nunquam in occursu recto) isque est bisectilis; duo corpora simul movebuntur recta (nisi motus unius sit uniformis, alterius acceleratus, quo casu oriri parabolas aliaque linearum genera Hobbio visum est, de quo alibi) angulum concursus (vel incursus) extrorsum bisecante (nisi duo conatus sibi mutuo addi possint, ut rectus circularisque in spiralem, servata singulorum celeritate, vid. fund. 19), celeritate vero priore. 8. Hinc sequitur, angulum incidentiae et reflexionis non esse semper aequales, sed in nostro casu (ubi utrumque concurrentium est mutuo incidens, utrumque compositum in unum reflectens) angulum incidentiae aut reflexionis rectilineum, uter minor est, esse alterius duplo supple-

mentum ad rectum. Causa aequalitatis in corporibus sensibilibus reddita est in Theoria motus concreti §. 22. 9. Hinc sequitur, solum angulum incidentiae rectilineum 30 graduum habere angulum reflexionis aequalem, secundum abstractas motus leges. 10. Incidentia et reflexio non aestimanda a superficie in quam inciditur, sed a linea recta per punctum concursus transeunte, ad mensuram lineae motus excipientis perpendiculari, ad latus adventus ejus parallela. 11. Sequitur etiam ex theor. 4, si duo concurrant aequiveleciter arcubus similium et aequalium curvilineorum, utrumque recta perrecturum esse. 12. Si non detur angulus, qui sit bisectilis (non datur autem angulus omnino in occursu recto; non datur angulus bisectilis in alio impactu, si impingitur linea motus recta et curva, vel curva et curva figurae dissimilis aut inaequalis) et impactus aequivelox est, utrumque quiescet (nisi scilicet non opus sit bisectione, ut in concursu aequabilis et accelerati aut acceleratorum difformium; vel omnino non sit opus anguli sectione, ut in casu conatuum componibilium, vid. theor. 7) impingens et in quod impactum est, quatenus impactum est. 13. Partes, quibus non impactum est, cessante cohaesione pergent, qua possunt, et sequetur divisio, unio et transformatio. 14. Sin datur angulus, sed non bisecabilis, ambo quiescent (cum limitatione tamen theor. 11). 15. Ex naturae corporeae viribus nulla datur flexio exacte geometrica seu per minima, 16. nec corpus diutissimum, quia nec motus celerrimus. 17. Duae aliquae contiguae corporis partes cohaerent tum demum sibi, si se premunt, seu si is est corporis motus, ut una alterum impellat, id est in alterius locum sit successura. Hoc est principium omnis cohaesionis in rebus hactenus non traditum; propositio haec est conversa fundamenti 15. 18. Unumquodque illud tantum impellit seu in illud impingit, in cujus locum veniret ipso non praesente, et quidquid illi cohaeret. 19. Nulla est corporis cohaesio simul in tota facie eodem tempore. 20. Quiescentis nulla est cohaesio. 21. Corpus discontiguum plus resistit contiguo. 22. Si non datur vacuum, nullus quoque motus rectilineus, aliusve in se non rediens (v. g. spiralis) dabitur. Hinc multa motus in pleno mira consectaria deduci possunt. 23. In corpore contiguo nihil refert, quanta sit longitudo (seu extensio secundum lineam motus). 24. In corpore cohaerente seu continuo nihil interest etiam, quanta sit latitudo (seu extensio secundum

perpendicularem ad lineam motus), scilicet corpus unum quantumcunque longum a quantumcunque brevi, corpus continuum quantumcunque latum a quantumcunque arcto, perinde ac si quantumvis minus esset, quantulocunque motus excessu impelli potest.

Problema generale.

Omnes possibiles lineas, figuras, corpora et motus secundum omnes lineas Physice construere meris motibus rectis inter se aequalibus, item meris motibus curvis cujuscunque generis, adhibitis corporibus quibuscunque. Triplex constructio est: **geometrica**, id est imaginaria, sed exacta; **mechanica**, id est realis, sed non exacta; et **physica**, id est realis et exacta. Geometrica continet modos, quibus corpora construi possunt, licet saepe a solo Deo, dummodo scilicet non implicare intelligantur, ut si circulus fiat flexione rectae per minima; Mechanica nostros; Physica eos, quibus natura res efficere potest, id est quos corpora producunt se ipsis.

Problemata specialia.

Problema 1. In omni corpore dato efficere cohaesionem; id fiet per theor. 17. 2. In omni corpore dato efficere duritiem; id fiet cohaesione magna, per def. 36, producta per probl. 1. 3. In omni corpore dato efficere flexionem; hoc problema accurate et geometrice ita, ut flexio fiat per minima extensionis, ex natura corporum solvi non potest. 4. In omni corpore quiescente efficere motum; id fiet per theor. 1. 5. Ex meris motibus efficere quietem; id fiet per theor. 11. Modus hic est per naturam rerum longe difficilior, quam modus faciendi motum, tantum abest, ut mota magis magisque per se tendant ad quietem, ut quibusdam, qui sensu ducuntur, persuasum est. 6. Ex meris motibus rectis facere motum circularem; id fiet per theor. 6 et 15. 7. Ex meris motibus curvilineis cujuscunque generis aequalis et similis figurae inter se efficere motum rectum; id fiet per theor. 7. De parabolico et spirali vid. theor. 7 et 12. 8. Ex meris motibus aequalibus efficere motum tardiorem. Fiat motus circularis per probl. 6, in corpore solido seu cohaerente per probl. 1 pars quaelibet centro vicinior tardius movebitur ex-

tremitate. 9. Ex meris motibus aequalibus efficere motum celeriorem. Fiat corpus oblongum cohaerens quantum satis est per probl. 1, id gyretur circa axem longitudini non coincidentem, incursu facto excentrico per theor. 6. Ergo pars a centro remotior, ipsa minimum extremitas celerius movebitur. 10. Corpus motum retroagere; id fiet per theor. 1 effecto motu celeriore per probl. 9. 11. Repercussionem mutuam efficere; id fiet, si ambo ferantur a liquido quodam discontiguo propter theor. 21 ita subtili, ut plurimum alterius per alterius polos mutuo, non obstante occursu progrediatur; tunc enim etiam in corpus oppositum impetum mutuo transferent, unde non tantum repercussio, sed et viarum et celeritatum permutatio orietur. Talis subtilitas est in luce radiis diversorum lucidorum per unum foramen sine confusione transeuntibus, et in sono, et meridianis magneticis in eodem polo, inoffenso motu, se intersecantibus: et generatim in AETHERE, per hypotheses nostras, cujus cum motu potius quam suo corpora sensibilia ferantur, habebunt ab hoc subtili portitore motuum divaricationem Hugenio-Wrennianam, motus indestruibilitatem (nisi quatenus dispersione fit insensibilior) Cartesianam, elaterem, reflexionis refractionisque leges, motum circularem simplicem Hobbianum, cohaesionem, duritiem, bullas (velut proprium quendam mundulum propriam atmosphaeram, proprios polos, et magnetismos, et electricismos, propriam lucem), pleraque gravitatem, gravia descendentia accelerationem, pendula vibrationem; projecta motus impressi, sublato licet motore, retentionem; Chemici principia, Mechanici potentias, Physici phaenomena omnia globi nostri. De quo pluribus in Theoria motus concreti. Potest ergo assumto solo aethere theoria motus concreti derivari ex theoria motus abstracti, et solvi hoc problema generale: Omnes motus sensibiles explicare. Sed pergamus. 12. Detorsionem efficere; id fiet per theor. 17. 13. Permutationem viarum inter impingentia efficere; id fiet constructione probl. 11. 14. Corpora unire; id fiet omni abreptione et quiete, seu omni contiguitate permanente, vid. def. 22 per theor. 1, 2, 3, 4, 5, 7, 11, 13. 15. Ex multis corporibus efficere unum simplex, vid. def. 27; id fiet per theor. 13, omissis scilicet partibus, in quas non impingitur, id est incohaerentibus, id est non uno motu unitis. 16. Divisionem dati corporis efficere motu quantulocunque. Cum corpus quodlibet sit alicubi non cohaerens per theor. 19,

eatenus impellatur, ergo impelletur pars, alia quadam non impulsa per theor. 18. Impulsa autem abripietur per theor. 1, non impulsa non abripietur, ergo divisio partium facta est. Adde theor. 13, ubi divisio fit, sed non motu quantulocunque. 17. Ex meris corporibus rectilineis efficere Cylindrum. Sit columnare rectilineum motum circa proprium axem per probl. 6; dum gyratur, irrumpat simul progressu suo (simul enim et progredi et gyrari potest theor. 5 et 6) in materiam mollem seu quiescentem (et ideo per theor. 20 incohaerentem) aut saltem tardius motam. Circumgyratione igitur sua tantum abscindet a materia molli, in quam irrupit, ut integrum absolvat cylindrum. Atque ita cum in uno latere materiam mollem ingressum sit columnare rectilineum, cylinder egredietur. Quod erat faciendum. 18. Ex meris rectilineis efficere conum. Gyretur pyramis rectangularis circa suam altitudinem intra materiam mollem eadem methodo, qua factus est cylinder probl. 17. 19. Ex rectilineis et cono (cylindro) efficere sphaeram. Sit conus (cylinder) latior, quam altior, is gyretur circa latitudinem seu diametrum baseos (medii circuli ad basin paralleli) intra materiam mollem eadem methodo, qua factus est cylinder probl. 17. 20. Corpora sectionum conicarum, et omnino datae cujuslibet figurae corpus efficere. Fiat corpus latius quam altius, cujus basis sit data figura, coniforme vel cylindriforme, id est nullibi latius, quam in basi: id gyretur intra materiam mollem, methodo dicta probl. 19. Ex hoc principio pro re nata variato lentium et speculorum secundum conicas sectiones formatorum tantis studiis quaesitam elaborationem derivari rationis est, qua de re cogitata nostra alio loco exponemus. 21. Dato motu figuram efficere; id fiet, si ille motus fiat intra materiam mollem methodo dicta. 22. Dato corpore figuram efficere. Hoc problema non indiget multa constructione, quia dato corpore vel secto, figura respondens, quippe terminus ejus, data est, v. g. data sphaera datur circulus, dato cono ellipsis sola sectione. 23. Data figura motum efficere. Hoc videtur effici posse, si mobile ita intra crenam cohaerentem datae figurae (sectione factam) arctatum sit, ut impulsum aliam viam quam per crenam non inveniat. Ita enim eliget potius motum in figura crenae, id est in figura data, quam ut omnia quiescant (per fund. 20, 23). 24. Datum motum continue accelerare. 25. Eundem retardare, in ratione data. Hoc puto fieri posse, si in diversis signis ejusdem instantis (vid.

fund. 18) diversi conatus eidem corpori imprimantur. Si prior est celerior, retardabitur; si posterior, accelerabitur motus in ea ratione, quae est celeritatis prioris ad posteriorem. Sed etsi plures sint impressiones, etsi celerior tardioribus interponatur, vel contra; continua multiplicatione ob accelerationem, divisione ob retardationem exitum res reperiet. Fateor tamen tria haec postrema problemata nondum a me satis expensa exacteve constructa esse.

Usus.

Etsi haec aliave solvi non possent ex abstractis motus rationibus in corporibus absolute consideratis, in sensibilibus tamen, assumto saltem aethere insensibili, facile explicari potest, qua ratione efficiatur, ut nullus error sensibilis rationes nostras turbet, quod phaenomenis sufficit. Nimirum longe aliter natura (quatenus sensibilis est, nam alioquin interioribus ejus figuras accuratas ex abstractis motus legibus secundum problemata praemissa construi, qualem constructionem physicam voco, non possibile tantum, sed et necessarium est) et ars haec problemata solvit, quam geometra, mechanice scilicet, motibus non continuis, sed revera interruptis; uti Geometrae describunt quadratricem per puncta, et Archimedes quadrat circulum per polygona, spreto errore nihil phaenomena turbaturo. Sensus enim dijudicare non potest, corpus aliquod unum continuum contiguumve sit, an multorum discontiguorum hiantium acervus; partes omnino quiescant an motu insensibili in se redeant; angulus concursus sit parum obliquus, an exacte rectus; contactus in puncto fiat, vel linea superficieve; celeritas quanta, curvitas vera, an ex recta fracta ementita: quibus variatis, patet ex theoria nostra et motus variari. Sed quid refert, inquies, si nihil phaenomena variantur? cui bono haec contemplatio suscipitur de eventis figurarum motuumque exactorum, si nulli tales unquam tractandi offeruntur? An Angelis, quibus cum subtilioribus corporum fortasse negotium est, artem mechanicam scribimus? Nolo respondere, etiam mechanicis nonnunquam majore solito exactitudine opus esse, ut in lentibus elaborandis sectionum conicarum, quia etsi majore, non tamen summa: neque ad geometras provocare licet, quia his ipsis objiciunt quidam frustra quadraturam circuli et tot alia quaeri, quae etiam inventa nihil levamenti rebus humanis sint allatura, quando exactiores jam tum proportiones

mechanicas habeamus, quam quas instrumentis assequi liceat; nec voluptatem maximam praedicabo, qua detecta quaedam nova rerum harmonia mentes huic musicae assuetas afficit (ut adeo is saltem huic doctrinae generi inter artes mentales locus sit relinquendus, qui pictoribus, poëtis, musicis, adde et Apiciis et arbitris voluptatum Petroniis inter corporales), quia nisi expertis persuaderi non potest rerum, ut ipsis videtur, tam sterilium aridarumque suavitas. Sed etsi ostendam maximas de finito et infinito, de vacuo et pleno, de compositione continui, de motu aut statione terrae controversias non nisi abstractis motus rationibus probe cognitis definiri posse, non erunt haec, opinor, tanti apud hos censores. Quid ergo? nisi ut ultima experiamur, ostendamusque aliquando ad solidas de Deo et mente demonstrationes, confirmandaque maxima fidei mysteria (cui negotio ego, si quis unquam, summa animi contentione incubui, nihilque fere aliorum inexcussum, nihil de meo intentatum reliqui) non aliter ascendi posse. Haec qui nihili faciunt, magna, fateor, scientiarum parte carere possunt. Ita enim jure divino humanoque, et quicquid his in philosophia gradum struit, abolitis, historia etiam vetere, cujus potissimus apud prudentes usus est, veritati religionis testimonium perhibere, nisi cum ad pompam adhibetur, neglecta; restabunt his hominibus artes tantum duae, una quam diutissime jucundissimeque vitam agendi, altera alios quam dexterrime in usum suum circumagendi, haec politica, illa medica: caetera aut contemnunt publice, aut, cum non nisi in speciem didicerint, intus rident: sed quam tuto, viderint ipsi. Ego ad eos redeo, quibus talia non omnia aspernanda videntur. Qui fortasse mecum agnoscent, partem phoronomiae elementalem, abstractam, mere rationalem, alia enim est mechanica et experimentalis (vel simplex, solis observationibus constans; vel consequentiis observationum, abstractarum regularum complicatione structis mixta), nuspiam hactenus, quod quidem increbuerit, demonstratam exstare. Cohaesionis, qualitatis tam obviae, rationem reddidit nemo: quid prodest ramos, hamos, uncos, annulos, aliaque corporum implicamenta comminisci, cum opus futurum sit hamis hamorum in infinitum? Ullas vere curvas in rerum natura esse, negavere multi; nominabo tantum, qui nunc occurrunt, Lubinum, Bassonem, Regium, Bonartem et, quem parum abest quin addam, Hobbium. Contrarium quis demonstravit, quis motum aliquem explicuit, ex quo physice, id

est geometrice simul et realiter generetur circulus? non satis est dicere, generari circulum circumductione rectae circa extremum alterum immotum, nisi explicetur, quomodo extremum constitui possit immotum; quomodo dari circumducens, quod non jam tum circulariter moveatur: alioquin in hoc ipso rediret quaestio, quomodo et ipsius motus circularis sit generatus. Id ergo explicatum est meris rectilineis probl. 6; componi tamen plures conatus rectilineos conservatos in unum curvilineum, nondum satis deprehendere potui. Hoc si assecutus fuero, concedam nonnulla, quae negavi: motum rotationis circa corporis axem extra se agere; sola solis rotatione, sine partium emissione, posse lucem caloremque seu motum aetheris produci, et caeteros circa eum globos gyrari; denique posse sine vacuo naturae phaenomena explicari. Sed haec etsi concessa, nihil in summa detrahent hypothesi nostrae. Interim ex his apparet, quantum tenebrarum in natura motus a philosophis sit relictum. Differentiam celeritatis in motibus Aristoteles derivat a resistentia medii, prius a posteriore; nam actio est prior reactione, actio autem sine quantitate actionis, seu motus sine gradu celeritatis, ne incipere quidem intelligi potest. Si Cartesium, virum utique incomparabilem, per omnia sequimur, quies potentior motu erit, nihil nempe unitate: negat enim quiescens quantocunque motu impelli posse. Eruditissimi Gassendi sententia facit, ut duo corpora semel contigua nulla unquam vi divelli possint: Atomorum enim suarum duritiem derivat a defectu vacui intercedentis, jam omnia contigua sunt sine vacuo intercedente. Hobbius tollit mentes incorporeas, tollit indivisibilia vera, atque ex eo principio in dubium revocat inventum Pythagorae hecatomba dignum, 47 Imi Euclidis, fundamentum geometriae, negat radicem quadrati, seu ut ego vocare soleo, numerum quadratillorum, de quo alibi, coincidere numero partium lateris, fundamentum non Algebrae tantum, sed et Geodaesiae, multaque alia de motu tradit parum demonstrata, quanquam caeteroquin nihil laudi ejus viri, cujus profunditatem maximi facio, detractum velim. Galilaeus et Honoratus Fabri prudenter phoronomiam experimentalem ratiocinationibus excoluere. Jungii inedita, Wallisii edita audivi tantum. Demonstrationes ergo Phoronomiae elementalis, quod ego sciam, exstant nullae, quae tamen per se separatae scientiae pensum implere possunt, experimentalis et mechanicae rationes physicas reapse in mundo

existentes fortasse non paucas reddidimus primi: hypothesis certe allata est, qua nescio an facile cogitari possit clarior simpliciorque; spero etiam posse aliquando nonnihil afferri, quod praesenti usu oculis incurrat. Quod superest, testor, nullum paene eorum, quos hoc loco nominavi, etiam a quo me discedere professus sum, esse, quem non magni faciam: certe plerisque immortalitatem a posteritate, statuas a re publica, panegyricos a nobis deberi arbitror. Sed non omnia unus videt: etiam in cogitationibus quaedam fortuna est, quae alia aliis, ac saepe mediocribus nonnulla offert. Errasse mihi in tanta alioquin multitudine cogitandorum, nullum, spero, dedecus erit: suffecerit pauca et recte et nove dicta viris candidis doctisque videri; caetera, etiam cum improbantur, excusari.

I.

Leibniz an Honoratus Fabri.

Nuper ex Gallia reversus incidi in Epistolas tuas, Moguntiae biennio abhinc editas, caeterum ante triennium scriptas ad R. P. Ignatium Baptistam Pardies e Societate vestra, in quibus aliquam mei mentionem factam video. Fuit mihi cum Pardiesio, dum ille in vivis esset et ego Parisiis agerem, consuetudo non vulgaris, ex quadam studiorum similitudine nata, ut mirer, quae, me apud Gallos versante, ad Gallum mihi amicum a te scripta fuerant et me tangebant, in Germania demum mihi innotuisse. Erat ille ingenio promptus, in Analysi Mathematica et penitiore Geometria egregie versatus, experimentorum minime negligens, machinamentorum curiosus, denique et scribendi validus, quod editis patrio sermone libellis ostendit, qui delicatis, ut scis, in illo genere hominibus satisfecere: paucis dicam, habebatur inter ornamenta Societatis vestrae, quod sufficit ad maximam laudem in tanta praestantium virorum apud vos copia. Quo magis ejus morti omnes indoluere, quos haec studia tangebant. Ego certe non mediocrem jacturam fecisse mihi visus sum, cujus sensum imminuit postea notitia R. P. de Chales, quem Lugduno evocatum in Pardiesii locum Claromontani suffecere. Hujus et candorem morum et multiplicem sine affectatione doctrinam semper amavi, diligentiam autem et perspicuitatem, quae in magno Corporis Mathematici opere eluxit, etiam sum miratus. Equidem et R. P. Berthet videram, sed hujus usum itinera et negotia viri mihi ademere, donec paulo ante novissimum iter, quod cum Eminentissimo Cardinali Bullionaeo Romam suscepit, facta subinde colloquendi copia est, ipso, qua est humanitate, audaciam meam invitante. Tum vero et viri doctrinam, et ingenii facilitatem agnovi, nam praeter exquisi-

tam variarum scientiarum notitiam et vim animi pluribus rebus parem, prompta illi eloquentia, seu dicendum ex tempore, seu stylus meditatione exercendus sit. Cum carmina pangit, igneus in illis vigor et character autoris micat. Romanum, Tuscum, Gallum, Hispanum pari facilitate exprimit. Sed haec nihil ad rem nostram. Interiorem vero Geometriae notitiam quis cum illis studiis consistere posse putet? Consistunt tamen, et cum de Geometria disserentem audias, putes tota vita pulveri Archimedeo impalluisse. Voluit me sibi debere notitiam R. P. Francisci de la Chaise, non minus Regis Christianissimi judicio quam sua dudum virtute ad summae laudis fastigia evecti. Hunc virum, cum vastissimum scientiarum orbem absolveret, nihil Mathematicarum artium fugit, nihil curiosae eruditionis latuit. Sed majoribus destinatum non potuere retinere pellaces Musae. Rerum divinarum profunda meditatio, experientia humanarum, virtus sine fuco, pietas sincera et ardens benefaciendi studium illi loco debebantur, ad quem postea ascendit. Nunc quoque eadem vitae simplicitas, et affectus in studia, et exprompta erga omnes humanitas.

Vides, Honorate, egregios Vestrae Societatis viros a me coli, virtutemque quocunque demum loco repertam in pretio esse debere homini profectum quaerenti. Te certe semper magni feci nec sine laude nominavi, qua tamen non indiges. Dudum enim plurimis et doctissimis in omni prope scientiarum genere monumentis id effecisti, ut inter primos nostri temporis autores habeare. Ego tuis scriptis, quae quidem vidi, valde delectatus sum, etiam illis, quae rebus a materia abstractis occupantur. Tecum enim sentio, caeterarum scientiarum fundamenta in prima philosophia contineri. Hujus meae sententiae etiam in Hypothesi Physica aliquot abhinc annis edita, expressa satis vestigia habentur. Et cum Marii Nizolii Brixellensis libros de veris Principiis et Vera ratione philosophandi, quos eruditis prope ignotos videbam, cum praefatione recudi curassem, adjecta epistola ad amicum ostendere conatus sum, Aristotelem a vera Philosophia non ita remotum esse ac quidam putant. Quo magis miror, quod me in epistola tua velut ab Aristotele omnino alienum publice notasti.

Equidem neque de judicio tuo neque de ejus publicatione queror. Scio enim, cuique liberam esse judicandi, et si abstineat verbis mordacibus, etiam judicium suum publicandi facultatem. Et qui publice loquitur, pati debet publice contradicentem. Quare

nonnullos facile tuli, qui quibusdam meis, quibus juvenis lucem publicam audacius quam prudentius experiebar, censuram appinxere; quorum alii, qui scripsere immodestius, a me facile contemnuntur, his enim magnorum quorundam virorum pene invidenda judicia opponere possum; qui vero maturo judicio meis opinionibus suas rationes objiciunt, his etiam gratias ago. Nam mihi ipsi multa, quae olim excidere, nunc minime satisfaciunt, ex quo interiore Geometriae familiaritate usus sum, quae scientia ingenii ebullientis tempestates opportune sedat. Itaque quod me a scopo aberrasse putas in Hypothesi Physica facile ferrem, neque a judicio tuo provocarem ad te ipsum, nisi aliam mihi personam induisses quam sustinere velim.

Epistolas tuas eo, ut ais, consilio scripseras, Honorate, ut hominis Democritici aut ut quidam vocant Atomistae opinionem amolireris, quam nonnullos de te habuisse didiceras, credo quod mathematica in philosophia a te adhiberi insolens illis videretur in tui ordinis viro. Tu vero, ut probes injuriam tibi fieri, parallelismo perpetuo ostendis, quantum a Cartesio et Gassendo absis, qui in Gallia imprimis sectam condidere, et philosophiae, quam aliqui corpuscularem vocant, in illa regione principes habentur. Qua occasione etiam Hobbesianae de corpore philosophiae nuntium mittis, et meam qualemcunque Hypothesin attingis, ut admoneas, diversa a te sentiri, quod facile persuadebis. Quoniam tamen digno tibi visa est nostra, quae rationibus objectis, obiter licet, convelleretur, cum alias contentus esse soleas dissensus professione, etiam me tibi debitorem constituisti. Fecisti enim pro humanitate tua, cum judicares, credo, alios, quos memoras, non aeque instructionis egere ac me, hominem juvenem ac novum, quem inter memorabiles novarum hypotheseum autores non nisi liberalitas tua locare potuit. Neque vero post rem a te judicatam litem instaurarem, nisi viderem, distento tibi tot negotiis, causae hujus cognitionem defuisse. Apparet hoc ex verbis tuis, quae integra exhibere interest. *)

Ubi quidem novissimis lineis vellem supersedisses, nam nec ab Aristotele sum alienus, nec in Democritum adeo propensus, nec Cartesii exemplo neque meo ingenio ad Hypothesin pro arbitrio fin-

---

*) Hier findet sich im Manuscript ein leerer Raum, um die Worte Fabri's anzuführen.

gendam proclivis. Ibo per singula, si pateris. Quam non contemnam Aristotelem, supra dixi; eloquentiae artem et civilem Scientiam praeclare tractasse scio, sed et in ipsa Physica de principiis, de motu et continuo, de anima acute et saepe solide disputasse, et in problematis et zoographicis praeclara et ingenii et diligentiae specimina edidisse arbitror, quod praeter alios eleganter ostendit P. Pardiesius in Epistola ad amicum Cartesianum, quam suppresso suo nomine edidit. In Germania Abdias Trew, Noribergensis Academiae Mathematicus sine controversia egregius, octo Aristotelis libros de physica addita demonstrationum forma exhibuit, ubi satis apparet quidem non omnia aeque firma esse, apparet tamen et pleraque non adeo inepta esse ac multis videntur.

Vides, quam sim ab Aristotele alienus. Superest, ut videamus, quam in Democritum propensus sim.

Ego vero pro certo habeo, esse substantias incorporeas, motum a corpore non esse sed extrinsecus advenire, nulla esse corpuscula natura sua insecabilia; neque ad visum necesse arbitror ut aliquod objecti effluvium ad nos perveniat. Quae tamen sunt prima capita Democriticae Philosophiae. Illud nihilominus Gassendo potius quam Cartesio assentior, essentiam corporis in extensione non consistere, sed aliam loci, aliam materiae naturam esse. Quod tamen non impedit quominus arbitrer mundum (saltem quantum ad Physicos usus sufficit) plenum esse.

Quod addis, Cartesii exemplo impulsum me novam Hypothesin comminisci voluisse, de eo sic habeto, cum meam ederem, nondum satis Cartesianam me intellexisse. Neque enim illa nisi ab attento admodum lectore intelligi potest; ego vero tunc in multa distractus nondum a me impetrare potueram, ut unius hominis, utcunque ingeniosi, scriptis tantam operam impenderem. Tantum vero abest, ut exemplo ejus novam Hypothesin fingere voluerim, ut contra sim arbitratus Hypothesibus quoad ejus fieri potest abstinendum esse, Hypothesibus, inquam, arbitrariis, qualis non est mea. Quod enim eam gratis assumi ais, ostendis non satis a te examinatum.

Ego, mi Honorate, cum viderem nullum esse condendarum Hypothesium finem et, ut quisque ingenio pollet, ita plus sibi licentiae sumere, diversam ab aliis viam institi, ni fallor, primus; quam si sequerentur plures, spem fore credebam, ut tandem ali-

quando certi aliquid in physica constitueretur. Nimirum tentandum putabam, an non phaenomena naturae difficiliora ex aliis quibusdam phaenomenis manifestis atque exploratis deduci possent. Hoc enim praestito patebat frustra causas possibiles assumi pro veris, dum ipsae verae atque certae causae in promptu essent. Itaque cum constet astrorum imprimis errantium actione atque luce solis fluidum omne circa nos motibus origine quidem variis, attamen in aequabilitatem compositis cieri, ex quibus ille imprimis motus eminet satis rapidus, quo lux quotidie tellurem ambit; volui harum causarum tam potentium tamque late fusarum consequentias scrutari adhibitis Mechanices legibus. Has inter consequentias visus sum mihi et Gravitatem et vim quam Elasticam vocant et Magnetis directionem, et multa alia naturae phaenomena reperisse. Quo successu aliis judicandam relinquo, credidi tamen excitari posse ingeniosiores hoc exemplo, ut imposterum quoad ejus fieri posset sine fictitiis Hypothesibus Philosophiam naturalem tractare conentur, assumtis causis, quas revera in natura esse constaret. Hoc fuit in edendo Schediasmate tumultuario consilium meum, quod quantopere a Gassendi aut Cartesii instituto absit, facile judicatu est. Nemo enim quod sciam antea phaenomena ex phaenomenis, particularia multa ex paucis generalibus explicare aggressus est, quae tamen vera est ratio physicam certis demonstrationibus muniendi. Nimirum causae effectuum dupliciter demonstrantur, vel cum ex ipsis effectibus erui possunt necessaria collectione (quod tamen saepe fieri non potest, quoties scilicet unius effectus, quoad nobis cognitus est, multae sunt causae possibiles), vel cum ipsae causae prostant, sed tamen connexio cum effectibus demonstranda est, quod in nostro instituto locum habet, eaque sola superest ratio inveniendi causam unicam veram, quoties effectus alioqui multas admittit possibiles. Vides, quod mihi fuerit institutum, cum Hypothesin Physicam condidi, in qua si rem acu non tetigi, non ideo minus operae pretium fecisse videbor: ad novam enim et ni fallor veriorem de rerum natura ratiocinandi viam homines vocavi. Si ausis ingentibus excidi tunc juvenis et harum rerum cum illa scriberem paene novus, non exemplo meo, sed consilio standum profitebor, quod alii majoribus ingenii atque experientiae opibus felicius exsequentur. Sed nec causa est, cur primi tentaminis eventu deferrem, nec despero, exquisitiora a me aliquando et fortasse jam nunc dici posse; sed haec in aliud tempus servo, quoniam altius repetenda sunt. Nunc Hypothesin in

Schediasmate edito adumbratam paucis repetam, ut totam ejus vim ac potestatem tibi ante oculos ponam.

Propositio 1.

Ante omnia pro certo sumo, Mundum planetarium quantum ad consequentias Physicas sufficit pro pleno habendum esse. Nam nullum in eo punctum sensibile assignari potest, in quo non possit videri lux alicujus astri, modo alia visionis requisita adsint, verbi gratia ut nihil opacum obstet. Ubicunque autem lux videri vel lumen transire potest, corpus esse necesse est. Nullum ergo punctum sensibile est in mundo planetario ubi non sit corpus. Porro ubique in mundo planetario astra videri posse patet, et quidem in nostra terra res manifesta est quotidiano experimento. Idem alibi ostendunt Planetarum quoque aliorum mutuatum lumen et Eclipses atque umbrae variis in positionibus. Cui addo, vix punctum sensibile in vasto illo spatio designari posse, per quod alicujus astri radius ad nos tendens non aliquando transeat. Radium autem lucis non esse sine corpore, pro certo sumo, sunt enim omnes lucis effectus corporei, ut qui hoc negat, pari jure corpora in universum negare posse videatur.

Propositio 2.

Motus omnis per liquidum plenum quantaecunque id sit magnitudinis propagatur. Est enim omnis motus aut totius extra locum, aut partium circa axem immotum: ille totam materiam commovet, quia dum corpus loco exit, aliud succedat necesse est; unde fit quidam motus per lineas in se redeuntes, qui per totam massam ideo propagatur, quoniam propagatur certe aliquousque, et limites nulli possunt assignari, intra quos ullo jure concludatur: quamquam enim remotiora tardius moveantur, moventur tamen. Si vero sit motus circa axem, rejiciuntur contigua per tangentem, etiam in omnes partes: impulsus autem ille semper exitum habet, quousque materia suppetit, quantumcunque per spatium diffundatur, quia nihil tam durum tamque magnum est, quin impulsum aliquantum cedat totum aut per partes.

Propositio 3.

Omnia liquida sive fluida sunt in motu intestino. Nam moventur Planetae et quidem in loco quantum ad sensum pleno per prop. 1, unde eorum motus ad nos propagatur per prop. 2. Is autem est varius. Ergo in liquido (quod scilicet

separationi partium sive motui vario minus repugnat) varius partium, id est intestinus motus erit.

Propositio 4.

Causam connexionis majoris ac minoris atque adeo Heterogeneitatis in corporibus explicare. Quaeritur, cur corpora plus minusve partes habeant cohaerentes: ajo ejus rei nullam aliam esse causam quaerendam, quam quod sunt atque moventur simul. Moventur autem simul, quia in tanta motuum generalium in totam massam propagatorum varietate utique necesse erat quaedam ab aliis contiguis valde abire, quaedam caeterorum comparatione parum. Igitur causa quae fecit ut alia ab aliis contiguis parum aut nihil abirent, facit etiam ut in eodem statu perseverare conentur, quia causa subsistit. Causa enim ipsa motuum generalium complicatio est: motus autem generales semper subsistunt. Hos ergo turbat qui quicquid ab illis effectum et constitutum est, in quod tota natura consensit, subito mutat. Unde manifestum est, pressionem externam esse causam firmitatis primam, quietem vero aut motum conspirantem partium esse causam proximam, sed tum demum cum a causa externa subsistente oritur. Ut ergo concomitantia, id est quies aut motus conspirans dicto modo ortus facit corpus firmum, ita motus partium varius liquidum constituit. Et hoc est principium Diversitatis specificae in corporibus, et quod alia aliis crassiora, id est magis firma aut ex partibus firmis majoribus composita sunt. Haec sententia experimentis quoque firmatur sic.

Propositio 5.

Quaecunque in fluido motum intestinum habente ponuntur heterogenea, turbant motus aequabilitatem. Nam causa motus aequabilis est fluidi uniformitas, tametsi enim in eo varius sit motus, erit tamen ubique eodem modo varius, nulla enim tum ratio est dissimilitudinis. Ea vero aderit posito heterogeneo.

Propositio 6.

Ubicunque motus est turbatus, conatus est ad aequabilitatem. Nam in statu motus turbati alia minus aliis resistunt; ergo debiliora vincuntur, donec tandem res eo redeat, ut omnibus aequaliter resistentibus non sit ratio, cur unum potius quam aliud vincatur; cumque omnia simul vinci non possint, quia

totum obstaculum e medio tolli non potest, sistitur tandem in aequabilitate.

Propositio 7.

Fluida fluidis heterogeneis circumdata in guttam rotundam colliguntur. Motui enim liquidorum intestino per prop. 3 resistunt sive eum turbant per prop. 5, sed aequaliter et omnium minime tum demum cum in guttam sphaericam collecta sunt. In hanc ergo colligentur per prop. 6.

Propositio 8.

Etiam solida fluidis circumdata aut varie jactata tractu temporis rotundantur. Nam nihil tam solidum est, quin paulatim deteratur, sive omne solidum sensibile aliquem habet liquiditatis gradum; ergo locum habet demonstratio propositionis praecedentis.

Propositio 9.

Causam rotunditatis terrae explicare. Si nimirum aliquando rotunda non fuisset, certe aliquando rotunda facta fuisset, qualis nunc est, per prop. 8. Quod si aliquando liquida fuit, licet exiguo tempore, in guttam collecta per prop. 7 et postea crusta dura obducta est, sive exhalantibus aquis sive in peculiaria receptacula collectis.

Propositio 10.

Habemus et causam gravitatis, nam eadem causa, quae terram rotundavit prop. 9, divulsam a globo partem ad eum repellit, nempe quia heterogeneo corpore turbatur liquidi ambientis aequabilis motus; unde et solidiora ac minus subtilis atque aetherei, plus crassi atque terrei continentia, aliis graviora sunt.

Propositio 11.

Quae est causa gravitatis, eadem est Elasticae quoque potentiae. Potentiam vocant Elasticam qua corpus volumen aut figuram mutare conatur. Porro liquidum nobis circumfusum solidorum interpositione turbatur, turbatum causam turbantem removere conatur per prop. 6. Hoc fit dupliciter, dejiciendo scilicet versus tellurem ob eam quam dixi gravitatis causam, aut dissipando in parem sibi subtilitatem, quod enim dissipatum est, heterogeneum esse cessat; quae est causa vis Elasticae, qua corpus volumen mutare conatur. Ex quo fit etiam, ut ple-

rumque dum partes volumen mutare conantur, et totum mutet figuram. Hanc porro Elasticam potentiam in aëre imprimis manifestam esse constat, et in aliis quoque rebus forte aëris nonnunquam interventu deprehendi. Et haec est vis Elastica subtiliorum. Nam alia etiam speciali ratione eam oriri posse in crassioribus jam dicemus.

Propositio 12.

Nimirum ex sola etiam gravitate sequitur Vis Elastica in crassioribus, quemadmodum videmus embolum, quem antlia extraximus, manu dimissum magna vi introrsum redire pondere aëris incumbentis. Manifestum est autem corpora solida, inaequalitatibus distincta et hinc cavitatibus illinc prominentiis variata esse, et prominentias cavitatibus inseri, planas etiam facies faciebus applicari; quanquam autem non exacte prominentiae quorundam corporum cavitates aliorum, quibus inseruntur, claudant (ut emboli solent) nec duo plana exacte consentiant, modo tamen hiatus tam arcti sint ut aëri incumbenti, cui gravitatem tribuimus, non pateat transitus, utique diducta ac mox dimissa ejus pondere in priorem statum restituentur, nisi divulsa sint, quantum satis est ad transitum aëri dandum, tunc enim ruptura sequetur aut certe restitutio cessabit. Patet autem nihil ad rem pertinere, quod aether, id est liquidum circumfusum quod gravitatis non subjectum sed causa est, per poros transire potest, modo aër non possit.

Propositio 13.

Ex his quoque aliqua Duritiei ratio est, nam quae crebras, sed exiguas habent applicationes, difficulter separantur, sed parum diducta statim franguntur. Hinc varii firmitatum gradus non difficulter explicantur. Ego semper in hanc inclinavi causam duritiei, ex quo experimentum duarum tabularum politarum sibi impositarum vidi; postea reperi et Galilaeum eandem assignare, quanquam causam causae, gravitatem scilicet aëris et motum liquidi aetherii, non viderit. Gravitatem tamen aëris praeclare et prorsus ex sententia mea ad Elasticae potentiae ac Duritiei explicationem vidi adhibitam a Clarissimo viro Claudio Peralto, Vitruvii Gallici autore. Caeterum cur ipsae tabulae ipsique emboli firmitatem habeant, quod utique necesse est, id sane ex hac ratione explicari non potest, opus enim esset tabulis tabularum in infinitum,

neque ideo magis ratio appareret. Ea ergo petenda est ex prop. 4 de causa connexionis et heterogeneitatis in corporibus.

Propositio 14.

Si tellus movetur motu diurno, necesse est ut imposita corpora solida sed libera rejicere conetur per tangentem in plano paralleli. Patet ex natura motus circularis. Quicquid enim circulariter movetur, cessante retinaculo aut per tangentem aut per lineam maxime accedentem tangenti motum continuat, quod experimentis pariter et rationibus constat. Nec valet exceptio Galilaei et Kepleri, qui Hypothesin Copernicanam hoc argumento prementibus respondebant, quod ob magnitudinem circuli telluris, linea tangens sensibilis in eo satis diu serpit, quasi globus accederet ad instar lineae rectae, praesertim cum nec ita politus sit telluris ambitus, quin asperitates ejus avolutatae per tangentem moveantur. Nam replicari potest, quae per tangentem abire conantur, nec possunt tamen abire per aliam tangenti quam maxime possunt vicinam, ut corpus quod in tubo circa alterum extremum rotato erit.

Propositio 15.

Necesse est ergo in ea Hypothesi esse vim retinentem vi terrae rejicientis fortiorem*). Ea est aut ipsa vis terrae rejiciens aut alia quaedam. Si est ipsa vis terrae rejiciens, tunc necesse est, ut ponamus esse circa terram corpuscula solida exigua atque insensibilia sed crebra, ita ut sit minus soliditatis exiguarum partium in lapide, quam in aëre paris spatii; ita enim fiet ut potius solida illa subtilia rejiciantur prae crassis, ac proinde crassa deprimantur ac retineantur. Alia tamen vi nihilominus opus erit, tum quae ipsa solida exigua rejecta retineat ne in vasta universi spatia diffugiant (ita enim nec crassa ab ipsis deprimerentur), tum quae faciat ut depressiones tendant versus telluris centrum, nam si a sola virtute telluris rejiciente oriretur gravitas, tenderent corpora ad telluris axem. Itaque ad nostram tandem gravitatis causam confugiendum est per prop. 10, quae non hypothesi, sed certa demonstratione nititur, terramque non formavit tantum, sed et continet et quicquid

---

*) Leibniz hat am Rande des Manuscripts bemerkt: Demonstrandum distinctius, quod corpora solidiora fortius rejiciantur ab eadem rota, modo rota ipsa satis magna sit, alioqui enim contrarium evenire potest.

ei, circumfusum, est arctis limitibus coërcit atque in unum compellit.

Propositio 16.

Datur motus fluidi cujusdam circa tellurem in aequatore et parallelis, motum lucis diurnum secutus. Cum enim rapidus sit lucis diurnae motus, qui uno horae minuto plus quam septem milliaria Germanica percurrit et vis ejus maxima, patet materiam liquidam ac proinde mobilem non minus radiis agitari, ac si baculi multi a sole ad nos usque protensi in hoc liquidum nobis circumfusum immergerentur, nam sive baculis cum sole circumeuntibus sive liquido cum vase in quo est moto et baculos deferente, motus in liquido nascetur a baculis impressus, quo partes liquidi sequi baculos, id est radios, quoad per alias causas licet, conabuntur.

Propositio 17.

Motus lucis in aequatore et parallelis rejicit corpuscula solida versus polos in meridianis. Cum enim solidum corpus non possit motum liquidi subtilioris aequis passibus sequi, eum turbabit; quare conante ad uniformitatem natura, rejicietur in locum debiliorem, id est ubi minor est motus, adeoque vel versus centrum vel (cum ille locus jam occupatus est) versus polos et quidem via in sphaera brevissima, id est per meridianos. Hic motus, cum sit in circulis magnis quorum omnium centrum commune centrum terrae est, inter primarios illos liquidi terram ambientis motus censeri debet, ex quibus in unum conspirantibus et uniformitatem suam tuentibus supra gravitatem deduximus.

Propositio 18.

Ex motu universali in meridianis directionem Magneticam oriri necesse est. Unde sine alia hypothesi pleraque Magnetis phaenomena explicari posse arbitror, de quibus alias amplius. Illud tamen addo, alios adhuc esse motus circa globum nostrum generales qui jungendi sunt: omnes enim in gravitatem, in Elasticam vim, in Magnetis actionem influunt, nec dubito experimenta excogitari posse, quibus plene definiatur et quinam sint illi, et quid a singulis contribuatur.

Propositio 19.

Si corpora diversa ita misceantur per partes exiguas ut viae fluidi motoris invisibilis satis mutentur, sequitur reactio sensibilis: reactio, inquam,

id est motus sensibilis partium cujus causa non apparet. Qualis est ebullitio, incalescentia, infrigidatio, odorum quoque et colorum subita mutatio. Hujus rei manifesta ratio est. Nam movens fluidum diu per easdem transiens vias, tandem aptissimas maxime ad transitum sui partes ibi collegit, quae libenter ibi haerent et exclusis aliis motum quendam in se redeuntem in loco sibi diutino usu aptato tuentur, qui ipsius motus generalis in fluido ambiente toto existentis propago quaedam atque consequentia est. Viis autem subito mutatis impediri illum motum specialem necesse est de improviso, et impedimentum in ipsum fluidum movens seu motum generalem refundi, quod tanta vi, quanta est perturbatio sive diminutio uniformitatis, in obstaculum pugnat. Unde intima quaedam commutatio nascitur cum tumultu, cujus effectus ad nos usque pervenit. Hinc mirari non debemus majorem saepe vim esse reactionis, quam pro mole corporis, quoniam non corporis in quo fit reactio, sed fluidi ambientis potentiae debetur. Ideo vis reactionis in composita ratione ex potentia fluidi ambientis sive motoris, et quantitate turbationis sive introductae difformitatis.

Propositio 20.

Si duo corporum genera sufficienter misceantur, unum in quo plurimum materiae crassioris, alterum in quo parum, post mixturam fiet distributio quaedam tendens ad aequabilitatem; ea autem distributio fit cum tumultu. Nam conatus generalis ad uniformitatem per prop. 5 causa est, cur materia aequabiliter distribuatur, ubi id fieri potest; potest autem cum locum nacta est, nacta est autem mixtione. Nam cum antea unumquodque corpus suis limitibus continebatur, quibus diutino motu liquidum ambiens assueverat, nihil nisi aequivalens elabebatur vel illabebatur: itaque ubi crassa erant corpora, alia crassa succedebant, et subtilibus subtilia; nunc postquam mixtura hos motus liquidorum turbavit, rupta sunt vincula (quae ut dixi non alia erant, quam hi ipsi motus) et materia per utrumque corpus diffunditur virtute conatus ad uniformitatem; unde omnibus discussis et disjectis tumultus, qui denique desinit in quietem, id est motum conspirantem et qualemcunque uniformitatem: qualemcunque, inquam, non omnimodam: hanc enim praecipitata in novum corpus coitio praevenire solet.

Unde fit, ut nova semper reactionum materia supersit, neque unquam Elementaria quaedam corpora plane pura habituri simus.

Propositio 21.

Si duo corpora ita sint constituta ut fluidi ambientis motus aequabilis facilius circa ipsa atque per ipsa exerceatur si propinqua sint quam contra; tunc ad se invicem tendent atque cohaerebunt; sin vero ille tunc difficilius exerceri possit, fugient sese atque repellentur. Patet ex prop. 6. Ex hoc principio dubium nullum est phaenomena fugae atque attractionis in magnete aliisque corporibus oriri. Et cum videamus limaturam ferri admoto magnete (id est aucto motu fluidi ambientis ob praesentiam materiae circa magnetem, ob dicta prop. 19, gyros exercentis) in pilorum formam erigi, et quasi funiculum ex arena necti, sequitur in corporibus saepe etiam hinc oriri connexionem atque firmitatem, et prioris formae recipiendae conatum, et corporum in liquidis solutorum recollectiones in crystallos certa forma praeditas.

Ex his paucis intelligi arbitror, quantus nobis apertus sit campus accurate et sine hypothesibus philosophandi, modo jam experimenta (quae habentur annotata a viris diligentibus aut quae adhuc sumenda esse vera Analysis ostenderit) cum geometricis elementis et legibus mechanicis conjungantur, nec dubito, quin studio adhibito de summa rerum et potissimis motibus, qui circa nos exercentur, aliquid certi demonstrari possit, unde postea varia rerum particularium phaenomena explicabuntur, et imperium nobis in naturam afferetur.

Cum enim ego pro certo habeam, omnes motus in corporibus nobis obviis ab Astrorum motibus atque luce oriri, fixarum autem distantia causa sit cur credam, quae in ipsis fiunt, ea effectus quidem aliquos sed lentos tamen et multorum saeculorum decursu aegre sensibiles apud nos excitare; ideo superest, ut omnia solis et planetarum luci et motibus transscribantur. Hi motus neque tam multi neque tam implicati sunt ut a Geometriae et Mechanices intelligentibus accurate satis cognosci posse sit desperandum. His autem semel constitutis poterunt ab ipsis principiis et a priori, ut vocant, rerum terrestrium phaenomena derivari: unde patebit quae sit natura Elementorum et quibus omnia mixtionibus formentur

Quibus si addantur Analyses corporum quaeque nobis quotidie occurrunt, non dubitem certis demonstrationibus constitui posse causas rerum. Et quemadmodum in Analysi Mathematica judicari potest, sufficientiane sint data ad solvenda problemata, ne scilicet quaeramus quae dudum in potestate sunt; ita in re physica analysin aliquam superesse arbitror, cujus ope et ex datis phaenomenis duci queat, quicquid in illis continetur, et appareat quantum datorum desideretur ad absolvendam quaestionem. Inde enim ars nascitur, experimenta ita data opera instituendi ut ad difficultates e medio tollendas serviant. Equidem fateor, quosdam bona fortuna in experimenta quaedam insigniter lucifera incidere: saepe tamen ad easdem conclusiones via certa perveniri poterat, in quam nihil fortunae juris esset. Neque dubito, si homines aliquot lecti serio agerent, quae in nostra potestate sunt, unius decennii opera omnium retro saeculorum labores obscurari posse.

Habes, Honorate, sententiam meam de fugiendis hypothesibus arbitrariis deque quaerendis in re naturali demonstrationibus, quod fit, dum probabilia a certis sejunguntur, et ex compertis phaenomenis inveniuntur aliorum phaenomenorum rationes incompertae, ut fingere causas minime opus esse videatur. Hujus instituti specimen paucis hoc loco propositionibus exhibui, sed ex quibus vides res magnas pendere. Breviter animi sententiam exposui, quod scribam versatissimo in hoc atque omni alio studiorum genere viro. Nam apud plurimos omnia minutim declaranda essent familiaribus exemplis et schematismis. Quod si viri docti quemadmodum coepere hanc naturalis scientiae tractandae rationem, utilem judicare pergent, spes est a me aliisque majora praestari posse. Quae contra Hypothesin meam objecisti, iis ni fallor ipsa ejus explicatione factum est satis; quae ubi perpenderis, fateberis forte mecum, qua es perspicacia atque ingenuitate, non esse cur diutius gravitatis aut restitutionis aut sympathiae explicandae causa, appetitus quosdam aut qualitates atque virtutes adhibeamus, quae etiamsi admittantur, quid ad rem clariorem reddendam praestent, ne intelligi quidem a quonam potest.

Nunc postquam causam meam apud te satis dixisse videor, invitante occasione, quaedam tuarum literarum loca, si pateris, obiter attingam. De Cartesio tecum ita sentio, magni ingenii virum fuisse, et illud addo, longe plura recte ab eo dicta quam errata esse. Dictio ejus vere philosophica est, expressiones lucidae atque

naturales, verba neque inanibus coloribus picturata neque scholastico pulvere squalentia, ordo qualem desideres a docente, tametsi aliquando dum meditationibus potius lectorem ducit quam demonstrationibus cogit certitudinem abruperit, sententiae in re morum sanae admodum et probae, de Deo ac mente rectae atque praeclarae, in naturali scientia certe in exemplum utiles, ut etiam cum veras rerum causas non explicat, ingenia tamen inveniendis illis atque percipiendis aptiora reddat, ne scilicet unquam admittant hypotheses pro veris, quae minus clarae sint quam haec ficta est. Quare Cartesii scripta vestibulum appellare soleo Philosophiae verae, tametsi enim intima non attigerit, propius tamen accessit quam ante illum quisquam, uno excepto Galilaeo, cujus viri utinam omnes de variis rebus meditationes haberemus quas infortunia ejus suffocavere. Itaque qui Galilaeum et Cartesium leget, aptior erit ad inveniendam veritatem, quam si per omne autorum vulgarium genus vagetur. Fateor tamen multas et magnas res in Cartesio emendandas esse; potissima est, quod corporis naturam ponit in extensione, quod est notionibus nostris vim facere, ut taceam rationem mysteriis quae ipse credere profitebatur inconciliabilem reddere. Nam qua ratione corpus unum in pluribus locis esse potest, si corpus et spatium, ut ille ait, in re idem sunt? Quis vero toleraret, quod eludendae hujus ipsius difficultatis causa commentus est, DEUM quidvis posse, etiam quod fieri non posse demonstratur, exempli causa ut alia sit Trianguli natura quam ab Euclide demonstratur, ut Circulus non sit capacissima figurarum ejusdem ambitus, quasi scilicet DEUS libero quodam decreto capacitatem largitus sit velut Rex subdito privilegium concedit, aut quasi eam hodie possit in quadratum transferre. Quae satis ostendunt, intimam veritatis atque certitudinis rationem ei non intellectam. Quae ratio est etiam, si quid judico, cur ad veram analysin non pervenerit. Unde alius mea sententia gravissimus et periculosissimus ejus error nascitur, quod Bonitas pendeat a libero DEI arbitrio, non a natura rei. Hoc enim admisso frustra de Justitia Dei disputamus, qua sublata non tantum admissa Cartesio redemtionis mysteria laborant, sed et in universum amor Dei tollitur, nam quid est quod DEUM, id est optimum universi regem, a Tyranno distinguat, si ejus voluntas bonitatis causa est, aut cur ab eo bona potius quam mala nostra expectemus, si caeco quodam impetu sine ulla ratione, id est ob solam voluntatem suam eligit.

Neque est cur promissis ejus credamus, si veracem esse non constat. At, inquies, verax est, quia perfectus. Recte, perfectionis igitur natura non pendet a Dei arbitrio, nisi DEUM ipsum a sui ipsius arbitrio pendere ponamus. Si vero, quemadmodum mea sententia est, essentiae rerum non a Dei arbitrio, sed essentia ejus pendent, manifestum est ipsam boni atque justi ideam quoque non a Dei arbitrio pendere, quanquam rerum bonarum atque perfectarum creatio a Dei arbitrio sit profecta, neque enim essentiae sed res creantur. Res autem creavit DEUS quas creari bonum esse vidit, quae rerum sive potius idearum bonitas non magis libertati ejus obest, quam sapientiae quae facit ut nisi bene agere non possit. Quod si non est bonitas in ipsis ideis, certe nec in DEO sapientia est, quae nil nisi scientia boni est. Imo si naturae rerum atque veritates a Dei arbitrio pendent, non video quomodo illi scientia tribui possit aut etiam voluntas. Nam voluntas utique intellectum aliquem requirit, neque enim velle quisquam potest, nisi sub ratione boni. Intellectus autem requirit aliquid intelligibile, aliquam scilicet naturam. Quod si ergo naturae omnes sunt a voluntate, etiam intellectus a voluntate erit. Quomodo ergo voluntas intellectum requirit? Haec faciunt, ut vereor ne DEUS fuerit Cartesio res longe alia quam haberi solet. Caeterum ut error errorem trahit, cum bonitatem ac perfectionem e rerum natura sustulisset Cartesius omniaque ad caecum quoddam conditoris arbitrium reduxisset, quod scilicet, cum ipsae rationes arbitrariae sint, nullis utique rationibus niti poterat, mirum non est si periculosam supra quam credi potest sententiam asseveravit, materiam omnes successive formas recipere, sive quod idem est, omnia possibilia aliquando existere; unde sequitur, nihil tam inepte ac mirifice fingi posse, quin aliquando existat in mundo: quare omnes illi qui fabulas Milesias sive ut hodie vocant Romanas fingunt, historiam quandam per omnes circumstantias verissimam, sive praeteritam sive futuram sive etiam in spatiis longe dissitis, praesentem tradere censendi sunt. Quod falsum esse, demonstrari ni fallor potest. Eo vero admisso mirum non est, si Deus bonum non elegit, sive potius si nihil sua natura bonum est, quando omnia tandem aliquando futura sunt, nec forte nisi temporis praerogativa discernuntur.

De Logica etiam et in universum de receptis studiis mihi contemtius videtur sensisse Cartesius quam par erat. In Geome-

tria, tametsi res maximas gesserit, abfuit tamen ab ea perfectione quam prae se ferebat, in quo non ingenium ejus quod maximum erat, sed pronuntiandi audaciam culpo. Videbatur enim sibi determinare posse in Geometria quicquid ab homine fieri potest, unde quantum abfuerit eventus ostendit. Est enim ejus geometria non nisi rectilinearis, neque ad problemata servit nisi quae magnitudinem quarundam rectarum per alias rectas determinatam quaerunt; ea enim sola ad aequationes revocantur et a locis pendent. Tantum ergo Cartesius Apollonium ad altiores gradus promovit, praeclare quidem, sed non ut propterea omnibus Veterum luminibus obstruxisse putari debeat. Quoties vero curvilineorum magnitudo quaestionem ingreditur, incipit Geometria illa cujus vim nullus opinor Veterum praeter Archimedem intellexit. Cujus non nisi pauca elegantia licet Cavalerius et Torricellius attigere. Ego et duobus e Societate vestra viris summis, Guldino et San. Vincentio, plurimum debere arbitror Geometriam. Sed nunc eo ni fallor provecti sumus, ut tantum ab illis absimus, quantum illi a prioribus, quod, si nihil aliud, Hugenii certe opus ostendit de Pendulis, in quo sublimis cujusdam atque arcanae Geometriae specimina eduntur. Quodsi dicam a me nunc aliquid addi posse Geometriae, fortasse non indignum seculo, rem Hugenii aliorumque amicorum sententia non absurdissimam asseruero; possumus enim quae Cartesius a se praestari non posse fassus est, et singulari quodam analyseos genere tribus lineis praestamus quae tota sua methodo nequicquam aggressum alicubi Epistolae ostendunt.

Haec ut res ipsa tulit de Cartesio dixi; nunc tua vestigia sequar, Honorate, et quod scientiam rationum universalium sive Metaphysicam a Cartesio praeteritam excoluisti, valde laudo, ac vellem tamen aliquando fuisses paulo in demonstrando severior quam fuisti *). Ita enim stabiliorem nobis illam scientiam dedisses, quam ego quoque maximi facio. Quod ais, corporis naturam in extensione non consistere, assentior, sed vellem dixisses in quo consistat, nam cum dicis exigere impenetrabilitatem, naturaliter scilicet quamdiu ea a Deo non denegatur, dicis quam exigat, non quid habeat naturam. Esse aliquas qualitates non modales,

*) Hierbei findet sich folgende Randbemerkung: de causis finalibus, de infinito ac libero arbitrio inquiri debere.

vacuum non repugnare, Geometrarum demonstrationes indubitabiles esse, nec ad certitudinem omnem requiri ut DEUM esse sciamus, tecum contra Cartesium sentio; quod ais, corpoream substantiam incorporea notiorem esse, non item. Nec refert quod de rebus incorporeis plures quam de corporibus dubitarent, nam multo majores de corporibus dubitandi rationes habebant, ut taceam qui praepostere dubitarunt non satis quid dicerent intellexisse. DEUM esse per se notum esse, tibi Cartesioque concederem, si constaret conceptum Entis quod sit a se non implicare. Sed hoc demonstratione indiget. Quod dicitis, conservationem perpetua creatione indigere, rem veram dicitis, sed ni fallor principiis Cartesianis inconsistentem.

Caeteris missis, quae aut omnino probo aut in alium locum differo, nunc ad Physicam tecum transeo, ubi quidem non video, cur eidem spatio pleno nunc plus nunc minus materiae tribuamus. Quid est enim penetratio, si hec non est? certe cum manifesta in promtu explicatio sit rari atque densi, per subtiliorum ac minus resistentium extensionem atque intensionem, cur ad nescio quae non intellecta confugiamus. Quod materiam homogeneam ad diaphanum requiris, cum pororum usu conciliari posset, nam in homogeneo similes ubique pori..... *)

Beilage. **)

Maji 1702.

Nullum quidem librum contra philosophiam Cartesianam typis emisi hactenus, passim tamen in Actis Eruditorum Lipsiensibus et in Diariis Gallicis et Batavis inserta reperiuntur a me Schediasmata, quibus dissensum ab ea meum sum testatus. Sed imprimis (ut alia nunc taceam) circa naturam corporis et virium motricium quae corpori insunt, in alia omnia mihi eundum fuit. Nempe corporis essentiam Cartesiani collocant in sola extensione, ego vero etsi cum Aristotele et Cartesio contra Democritum Gassendumque

*) Hiermit bricht das Schreiben ab; offenbar fehlt der Schluss.

**) Obwohl das Folgende in einer viel spätern Zeit abgefasst ist, so habe ich doch die Einschaltung desselben an dieser Stelle für gerechtfertigt erachtet, insofern dadurch die in dem Vorhergehenden gegebene Kritik des Cartesius vervollständigt wird.

Vacuum nullum admittam, et contra Aristotelem cum Democrito et Cartesio nullam Rarefactionem aut Condensationem nisi apparentem statuam, puto tamen cum Democrito et Aristotele contra Cartesium aliquid in corpore esse passivum, praeter extensionem, id scilicet quo corpus resistit penetrationi; sed et praeterea cum Platone et Aristotele contra Democritum et Cartesium in corpore aliquam Vim activam sive ἐντελέχειαν agnosco, ut ita recte mihi Aristoteles naturam definisse videatur principium motus et quietis, non quod putem ullum corpus nisi jam in motu sit moveri a se ipso aut ab aliqua qualitate, qualis est gravitas, incitari, sed quod arbitrer omne corpus vim motricem, imo motum intrinsecum actualem semper habere insitum inde ab origine rerum. Exercitium autem potentiae motricis et phaenomena corporum assentior Democrito et Cartesio contra vulgus Scholasticorum semper mechanice posse explicari, demtis ipsis Legum motus causis quae ab altiore principio, nempe ab Entelechia proficiscuntur neque ex sola massa passiva ejusque modificationibus derivari possunt.

Sed ut melius intelligatur sententia mea rationesque etiam ejus nonnihil appareant, primum sentio naturam corporis non consistere in sola extensione, quia notionem extensionis evolvendo animadverti eam relativam esse ad aliquid quod extendi debet et diffusionem sive repetitionem cujusdam naturae significare. Repetitio enim omnis (seu multitudo eorundem) alia est discreta, ut in rebus numeratis ubi partes aggregati discernuntur; alia est continua, ubi indeterminatae sunt partes atque infinitis modis assumi possunt. Continua autem duorum sunt generum, alia successiva, ut tempus et motus, alia simultanea seu ex coexistentibus partibus constantia, ut spatium et corpus. Et quidem uti in tempore nihil aliud concipimus quam ipsam variationum dispositionem sive seriem, quae in ipso possunt contingere, ita in spatio nihil aliud quam corporum dispositionem possibilem intelligimus. Itaque cum spatium dicitur extendi, non aliter accipimus quam cum tempus dicitur durare, aut numerus numerari; revera enim nihil aut tempus durationi, aut spatium extensioni supperaddit, sed ut variationes successivae tempori insunt, in corpore varia sunt quae simul diffundi possunt. Nam quia extensio est repetitio continua simultanea, uti duratio successiva, hinc quoties eadem natura per multa simul diffusa est, velut in auro ductilitas aut gravitas specifica aut flavedo, in lacte albedo, in corpore generaliter resistentia

seu impenetrabilitas, extensio locum habere dicitur, quanquam fatendum sit diffusionem illam continuam in colore, pondere, ductilitate et similibus in speciem tantum homogeneis non nisi apparentem esse neque in partibus utcunque parvis locum habere, solamque adeo extensionem resistentiae quae per materiam diffunditur, hoc nomen apud rigidum examinatorem tueri. Ex his autem patet, extensionem non esse absolutum quoddam praedicatum, sed relativum ad id quod extenditur sive diffunditur, atque adeo a natura cujus fit diffusio non magis divelli posse quam numerum a re numerata. Et proinde illi qui Extensionem assumsere tanquam aliquod attributum in corpore absolutum primitivum, indefinibile atque ἄρρητον, defectu Analyseos peccavere et reapse ad qualitates occultas confugerunt quas alioquin adeo contemnunt, tanquam extensio esset aliquid quod explicari non potest.

Quaeritur jam quae sit illa natura cujus diffusio corpus constituit? Resistentiae quidem diffusione jam diximus materiam constitui; sed cum nostra sententia aliquid aliud in corpore sit quam materia, quaeritur in qua ejus natura consistat. Eam ergo dicimus non in alio posse consistere quam ἐν τῷ δυναμικῷ seu principio mutationis et perseverantiae insito. Unde et doctrina physica duarum scientiarum Mathematicarum quibus subordinata est principiis utitur, Geometriae et Dynamices, cujus posterioris scientiae Elementa nondum hactenus satis tradita alicubi promisi. Ipsa autem Geometria seu scientia extensionis rursus subordinatur Arithmeticae, quia in extensione, ut supra dixi, repetitio est seu multitudo; et Dynamice subordinatur Metaphysicae quae de causa et effectu agit.

Porro τὸ δυναμικὸν seu potentia in corpore duplex est, Passiva et Activa. Vis passiva proprie constituit Materiam seu Massam, Activa ἐντελέχειαν seu formam. Vis passiva est ipsa Resistentia, per quam corpus resistit non tantum penetrationi, sed et motui, et per quam fit, ut corpus aliud in locum ejus subire non possit nisi ipso cedente, ipsum vero non cedat nisi motu impellentis nonnihil tardato, atque ità perseverare conetur in priore statu non ita tantum ut sponte non inde discedat, sed ita etiam ut mutanti repugnet. Itaque duo insunt Resistentiae sive Massae: primum Antitypia ut vocant seu impenetrabilitas, deinde resistentia seu quod Keplerus vocat corporum inertiam naturalem quam et Cartesius in Epistolis alicubi ex eo agnovit, ut scilicet novum mo-

tum non nisi per vim recipiant corpora adeoque imprimenti resistant et vim ejus infringant. Quod non fieret, si in corpore praeter extensionem non inesset τὸ δυναμικὸν seu principium legum motus, quo fit ut virium quantitas augeri non possit, neque adeo corpus ab alio nisi refracta ejus vi queat impelli. Haec autem vis passiva in corpore ubique est eadem et magnitudini ejus proportionalis. Nam etsi corpora alia aliis densiora appareant, id tamen fit, quod pori eorum materia ad corpus pertinente magis sint repleti, dum contra corpora rariora spongiae naturam habent, ita ut alia subtilior materia eorum poros perlabatur quae corpori non computatur nec motum ejus sequitur vel expectat.

Vis activa, quae et absolute vis dici solet, non est concipienda ut simplex potentia vulgaris scholarum seu ut receptivitas actionis, sed involvit conatum seu tendentiam ad actionem, ita ut nisi quid aliud impediat, actio consequatur. Et in hoc proprie consistit ἐντελέχεια, parum scholis intellecta; talis enim potentia actum involvit neque in facultate nuda persistit, etsi non semper integre procedat ad actionem ad quam tendit, quoties scilicet objicitur impedimentum. Porro vis activa duplex est, primitiva et derivativa, hoc est vel substantialis vel accidentalis. Vis activa primitiva quae Aristoteli dicitur ἐντελέχεια ἡ πρώτη, vulgo forma substantiae, est alterum naturale principium quod cum materia seu vi passiva substantiam corpoream absolvit, quae scilicet unum per se est, non nudum aggregatum plurium substantiarum, multum enim interest verbi gratia inter animal et gregum. Adeoque haec Entelechia vel anima est, vel quiddam Animae analogum, et semper corpus aliquod organicum naturaliter actuat, quod ipsum separatim sumtum, seposita scilicet seu semota anima, non una substantia est, sed plurium aggregatum, verbo, machina naturae.

Habet autem Machina naturalis hanc pro artificiali summam praerogativam, ut infiniti autoris specimen exhibens, ex infinitis constet organis sibi involutis, neque adeo unquam prorsus destrui possit, quemadmodum nec prorsus nasci, sed diminui tantum et crescere, involvique atque evolvi, salvo semper hac ipsa quadantenus substantia et in ea (utcunque transformetur) aliquo vitalitatis aut si mavis actuositatis primitivae gradu. Idem enim quod de animatis, etiam proportione de iis dicendum est, quae animalia proprie non sunt. Interim ponendum est intelligentias seu nobiliores animas quae et spiritus appellantur, non tantum a Deo tan-

quam machinas, sed etiam tanquam subditos regi, neque iis quibus alia viventia revolutionibus obnoxia esse.

Vis derivativa est id quod quidam vocant impetum, conatus scilicet seu tendentia ut sic loquar ad motum aliquem determinatum, quo proinde vis primitiva seu actionis principium modificatur. Hanc ostendi non quidem eandem in eodem corpore conservari, sed tamen, utcunque in pluribus distribuatur, eandem in summa manere et differre a motu ipso, cujus quantitas non conservatur. Atque haec ipsa est impressio quam corpus impulsu accipit, cujus ope projecta motum continuant, neque novo indigent impulsu, quod et Gassendus elegantibus experimentis illustravit in navi factis. Itaque non recte quidam putant projecta continuationem motus ab aëre habere. Porro vis derivativa ab Actione non aliter differt, quam instantaneum a successivo; vis enim jam in primo est instanti, actio indiget temporis tractu, adeoque fit ex ductu virium in tempus, qui intelligitur in quavis corporis parte. Itaque actio est in ratione composita corporis, temporis et vis sive virtutis, cum Cartesianis Motus quantitas solo ductu celeritatis in corpus aestimetur longeque aliter se habeant vires quam celeritates, ut mox dicetur.

Ut autem Vim activam statuamus in corporibus, multa cogunt, et ipsa maxime experientia quae ostendit motus esse in materia, qui licet originarie tribui debeant causae rerum generali, Deo; immediate tamen ac speciatim vi a Deo rebus insitae attribui debent. Nam dicere Deum in creatione corporibus agendi Legem dedisse, nihil est nisi aliquid dederit simul per quod fiat ut Lex observetur; alioquin ipse semper extra ordinem procurare legis observationem debebit. Quin potius lex ejus efficax est, et corpora reddidit efficacia, id est vim insitam ipsis dedit. Considerandum praeterea est vim derivativam atque actionem quiddam esse modale, cum mutationem recipiat. Omnis autem modus constituitur per quandam modificationem alicujus persistentis sive magis absoluti. Et quemadmodum figura est quaedam limitatio seu modificatio vis passivae seu massae extensae, ita vis derivativa actioque motrix quaedam modificatio est non utique rei mere passivae (alioqui modificatio seu limes plus realitatis involveret, quam ipsum illud quod limitatur), sed activi cujusdam, id est entelechiae primitivae. Ergo vis derivativa atque accidentalis seu mutabilis erit quaedam modificatio virtutis primitivae essentialis atque in una quaque substantia cor-

porea perdurantis. Unde Cartesiani, cum nullum principium activum substantiale modificabile in corpore agnoscerent, actionem omnem ipsi abjudicare et in solum Deum transferre sunt coacti, accersitum ex Machina, quod philosophicum non est.

Variatur autem vis primitiva per derivativam in concursibus corporum, prout scilicet exercitium vis primitivae introrsum aut extrorsum vertitur. Revera enim omne corpus habet motum intestinum, neque unquam ad quietem deduci potest. Haec porro vis intestina sese extrorsum vertit, cum vis Elasticae officium facit, quando scilicet motus intestinus in cursu suo solito impeditur, unde omne corpus essentialiter Elasticum est, ne aqua quidem excepta, quae quam violenter repercutiat, etiam pilae tormentariae docent. Et nisi Elasticum esset omne corpus, leges motuum verae et debitae obtineri non possent. Interim ea vis non semper sese conspicuam in ipsis sensibilibus corporum partibus reddit, cum eae scilicet non satis cohaerent. Quanto autem corpus est durius, tanto est elasticum magis fortiusque repercutit. Nempe in concursu cum corpora a se invicem resiliunt, id fit per vim Elasticam, unde revera corpora motum a concursu proprium semper habent a vi sua propria, cui impulsus alienus tantum occasionem praebet agendi et ut sic dicam determinationem.

Hinc autem intelligitur, etsi admittatur vis illa primitiva seu Forma substantiae (quae revera etiam figuras in materia determinat, dum motum efficit), tamen in vi elastica aliisque phaenomenis explicandis semper procedendum esse Mechanice, nempe per figuras quae sunt modificationes materiae, et per impetus qui sunt modificationes formae. Et inane est, cum rationes distinctae et specificae reddi debent, ad formam seu primitivam in re vim immediate et generice confugere, uti inane est in creaturarum phaenomenis explicandis recurrere ad primam substantiam seu Deum, nisi ejus instrumenta aut fines simul speciatim explicentur, causaeque efficientes proximae aut etiam finales propriae recte reddantur, ut potentia ejus et sapientia appareat. Omnino enim (quicquid dixerit Cartesius) non efficientes tantum, sed et finales causae sunt physicae tractationis; prorsus quemadmodum domus male exponeretur, si quis partium structuram traderet tantum, non usum. Jam supra etiam monui, cum omnia in natura explicari dicimus Mechanice, excipiendas esse ipsas Legum Motus rationes seu principia Mechanismi, quae non ex solis mathematicis atque imaginationi subjectis,

sed ex fonte metaphysico, scilicet ab aequalitate causae et effectus, deduci debent aliisque hujusmodi Legibus quae sunt Entelechiis essentiales. Nempe ut jam dictum est, Physica per Geometriam Arithmeticae, per Dynamicen Metaphysicae subordinatur.

Cartesiani vero, natura virium non satis intellecta, Vim motricem cum Motu confundentes, graviter in legibus Motuum constituendis sunt lapsi. Nam cum intelligeret Cartesius, vim eandem in natura debere conservari, et corpus cum vis suae (derivativae scilicet) partem alteri tribuit, partem ita retinere ut summa virium eadem maneat, deceptus exemplo aequilibrii seu vis mortuae quam voco (quae hic in computum non venit, et vis vivae seu de qua nunc agitur non nisi infinitesimalis pars est) credidit vim esse in ratione composita massarum et celeritatum, sive idem esse cum eo quod vocat quantitatem motus, quo nomine intelligit factum ex ductu massae in celeritatem, cum tamen a priori a me sit alibi demonstratum, vires esse in ratione composita ex simplice massarum et duplicata celeritatum. Scio quosdam viros doctos nuper cum tandem agnoscere contra Cartesianos cogerentur non conservari quantitatem motus in natura eamque hanc solam pro vi absoluta haberent, hanc quoque vim non manere conclusisse confugisseque ad solam conservationem vis respectivae, sed a nobis deprehensum est, ne in absoluta quidem vi conservanda naturam constantiae suae atque perfectionis dememinisse. Et Cartesianorum quidem opinio, qua quantitas motus conservatur, cum phaenomenis omnibus pugnat, nostra mirifice experimentis confirmatur.

In eo etiam erratur a Cartesianis, quod putant mutationes fieri per saltum, tanquam exempli causa corpus quiescens momento possit transire in statum determinati motus, aut tanquam corpus in motu positum subito redigi possit ad quietem, non transeundo per intermedios velocitatis gradus, quia scilicet usum vis elasticae in corporum concursu non intellexere. Quae si abesset, fateor, neque lex quam voco continuitatis in rebus observaretur, per quam evitantur saltus, neque lex aequivalentiae qua vires absolutae conservantur, neque alia egregia Naturae Architectae inventa locum haberent, quibus necessitas materiae et pulchritudo formae conciliantur. Ipsa autem vis Elastica omni corpori insita ostendit, omni etiam corpori motum intestinum inesse et vim primitivam (ut ita dicam) infinitam, licet in ipso concursu, circumstantiis exigentibus vi derivativa determinetur. [Ut enim in fornice incumbentis

aut in chorda tensa trahentis totam vim quaevis pars sustinet et quaevis portio aëris compressi tantam vim habet quantam aëris incumbentis pondus, ita quodvis corpusculum totius massae ambientis vi conspirante ad agendum solicitatur nec nisi occasionem exercendae potentiae expectat, ut pulveris pyrii exemplo patet].

Sunt alia multa, in quibus a Cartesio mihi fuit abeundum, sed quae nunc attuli ad principia ipsa substantiarum corporearum potissimum referuntur et ad antiquam Scholae sanioris philosophiam, si recte interpretere, vindicandam valent, quam video a multis doctissimis Recentioribus, etiam ei faventibus, desertam, ubi non erat opus. R. P. Ptolemaei, in Veterum et Recentiorum placitis versatissimi viri, cujus doctrinam insignem Romae ipse perspexi; philosophia (a qua plurimum mihi polliceor) nondum ad nos pervenit.

In einer Note hat Leibniz hinzugefügt: Praeterquam finiam, adjicere placet, etsi Cartesiani plerique Formas Viresque in corporibus audacter rejiciant, Cartesium tamen moderatius locutum esse et hoc tantum professum, se nullam invenire iis utendi rationem. Equidem fateor, si usu carerent, merito rejiciendas; sed in hoc ipso Cartesium lapsum esse ostendi. Non tantum enim in Entelechiis seu τῷ δυναμικῷ sita sunt principia Mechanismi, quo omnia in corporibus reguntur, sed etiam a me in Actis Eruditorum, cum celeberrimo Viro Joh. Christophoro Sturmio in Physica sua Eclectica doctrinam meam non satis perceptam impugnanti responderem, irrefragabili demonstratione ostensum est: posita plenitudine, si nihil esset in materia quam massa ipsa ejusque partium variatio situs, impossibile fore, ut ulla contingat perceptibilis cuiquam variatio, cum semper aequivalentia limitatis substituantur seponendoque conatum sive vim tendendi ad futurum (sublatis scilicet Entelechiis) praesens unius momenti status rerum ab alterius cujusque momenti statu distingui non possit. Idque Aristotelem perspexisse arbitror, cum praeter motum localem etiam alterationem necessariam esse vidit, ut phaenomenis satisfiat. Alterationes autem, etsi in speciem multiplices, perinde ac qualitates in ultima analysi ad solam virium variationem rediguntur. Nam et omnes qualitates corporum, id est omnia praeter figuras accidentia eorum realia stabilia (id est quae non in transitu existunt, ut motus, sed impraesentiarum intelliguntur etsi in futurum referantur), instituta Analysi ad vires demum revocantur. Praeterea sublatis viribus in

motu ipso nihil manet reale, nam ex sola variatione situs determinari non potest, ubi sit motus verus seu variationis causa.

II.

DEMONSTRATIONES NOVAE DE RESISTENTIA SOLIDORUM.

Scientia Mechanica duas videtur habere partes, unam de potentia agendi seu movendi, alteram de potentia patiendi seu resistendi, sive de corporum firmitate. Harum posterior a paucis admodum tractata est. Archimedes, qui prope solus veterum Geometram in Mechanicis egit, hanc partem non attigit. Inde ab Archimede nihil fere actum est in Geometria Mechanica usque ad Galilaeum, qui exacto judicio magnaque interioris Geometriae notitia instructus, pomoeria scientiae protulit primus, idemque Solidorum resistentiam ad Geometriae leges revocare coepit. Et quanquam neque hic, neque circa motum projectorum rem acu tetigerit, usus hypothesibus non satis certis, et fundamentis tamen positis recte ratiocinatus est. Sic ergo ille sentit de resistentia trabium, quae muris vel parietibus infiguntur. In figuris 1 et 2 Trabs ABC normaliter infixa sit muro vel sustentaculo DE. Sit AC aequalis ipsi AB, et in fig. 1 sit in C appensum pondus F, quod trabem horizontalem praecise avellere possit a muro erecto; et in fig. 2 pondus G, quod trabem verticaliter avellere praecise possit a sustentaculo horizontali (quorum prius vocabo transverse abrumpere, posterius directe evellere), erit secundum Galilaeum pondus F dimidium ponderis G, posito solidum esse perfecte rigidum seu nullius flexionis capax, et pondus ipsius trabis negligi, vel in pondus appensum jam computari. Nam quia AB et AC aequales, ideo pondus F in fig. 1 eandem inveniet resistentiam in puncto B, ac si perpendiculariter traheret, ut in fig. 2. Resistentia ergo puncti B in utraque figura repraesentetur per BK; itaque resistentia puncti H in fig. 2 repraesentabitur per HL, aequalem ipsi BK, quia in fig. 2 omnium punctorum resistentia eadem. At resistentia ejusdem puncti H in fig. 1 repraesentabitur per HM ordinatim applicatam trianguli ABK, quia est ad resistentiam ipsius

B, ut AH ad AB, ex natura vectis. Idemque, quod in puncto H fecimus, faciendo in puncto alio inter A et B quocunque, complebitur pro repraesentanda resistentia in fig. 2 quadratum BC, et pro resistentia in fig. 1 triangulum ABK, illius quadrati dimidium. Itaque pondus F, si ponatur huic resistentiae in fig. 1 praecise par, ita ut quantulocunque pondere adjecto eam vincat, etiam ponderis G (illi resistentiae in fig. 2 praecise paris) dimidium erit, seu potentia abrumpendi transverse erit dimidia (ostendemus mox revera non esse dimidiam, sed tertiam partem) potentiae evellendi directe. Unde jam multae conclusiones practicae deduci possunt.

Has autem aliasque id genus Galilaei sententias Paulus Wurzius, summis militiae honoribus rebusque gestis non ita pridem clarus idemque horum studiorum valde intelligens, experimentis compluribus sumtis examinare olim aggressus est, successu quibusdam conclusionibus parum respondente, quemadmodum habeo a Cl. Blondello in his aliisque studiis eximio, Serenissimi Delphini nuper in Mathematicis Magistro et Academiae Architectonicae Directore, qui idem argumentum excoluit et Wurzio familiaris fuit; sed et Cl. Mariottus ex Academia Regia, de rebus opticis et mechanicis praeclare meritus, experimentis factis comperit, pondus F multo minus, quam voluit Galilaeus, ad abrumpendam trabem sufficere. Cujus causa nulla alia esse potest, quam quod is trabem consideravit ut perfecte rigidam, quae uno momento tota abrumpatur, ubi resistentia ejus superata est, cum tamen omnia corpora, quae nobis tractare datum est, nonnihil cedant antequam divelli possint. Unde Cl. Mariottus hoc observans ingenioso calculo collegit, pondus F esse circiter quartam partem ponderis G. Sed cum inde data mihi esset occasio rem considerandi profundius et ad leges Geometrarum exigendi, veras tandem proportiones erui, demonstravique inter alia pondus F fore tertiam partem ponderis G, et proinde firmitatem corporum rupturae resistentiam in sesquialtera proportione minorem esse, quam voluit Galilaeus.

Quod ut intelligatur, ante omnia sciendum est, corpora duo cohaerentia non statim uno momento a se invicem tota divelli, quod judicari potest exemplo baculi qui flectitur antequam frangatur, et exemplo chordae, quae extenditur antequam rumpatur, et ipsa flexio baculi est quaedam extensio in convexa ejus superficie. Nihilque tam rigidum esse, quin levi etiam impulsu flectatur non-

nihil, ex natura soni sequitur, qui tremor est quidam, sive flexio reciprocata partium corporis sonantis, licet eo promtior atque insensibilior sit restitutio acutiorque sonus, quo partes tremulae sunt breviores et magis tensae corpusque durius constituunt. Vitrum ipsum flexile esse probant filamenta ejus longa et tenuia; quomodo vitrum satis crassum frigore contrahatur, experimenta Florentina ostendunt. Partes quidem plantarum et animalium quodammodo textiles esse et ex filamentis varie implicatis constare, sensu ipso docemur. Mineralia quoque et metalla cum fluida essent, postea congelata sunt, et eadem nunc quoque habere tenacitatem et in fila duci, malleoque extendi, atque in fusione adhaerescere patet. Consideremus ergo velut fibras quasdam quae partes corporum connectant, et intelligamus trabem BC parieti vel sustentaculo DE plurimis fibrarum plexibus alligari in punctis A, H, B et aliis intermediis innumeris. Appenso jam pondere F, movebitur nonnihil trabs circa fulcrum A in fig. 3, et punctum trabis B a pariete discedens a puncto parietis ${}_1B$ veniet ad punctum a pariete distans ${}_2B$, secumque trahens fibram qua parieti annectitur, eam tendet instar chordae sive ultra naturalem suum statum extendet in lineam ${}_1B\,{}_2B$; eodemque modo punctum H fibram suam tendet in ${}_1H\,{}_2H$, quae lineae licet revera sint insensibiles, tamen docendi causa visibiliter exhibeantur, et quidem fibris ${}_1H\,{}_2H$ minus resistet trahenti, quam fibra ${}_1B\,{}_2B$ idque in duplicata ratione distantiae ab A, seu ex duplici capite a distantia sumto. Nam primo pondus in C, quo opus esset ad tendendam fibram ${}_1H\,{}_2H$ tantundem, quantum fibram ${}_1B\,{}_2B$, foret minus pondere requisito ad tendendam fibram ${}_1B\,{}_2B$, in ratione AH ad AB; verbi gratia si AH sit tertia pars ipsius AB, tunc et pondus in C, quod solam fibram ${}_1H\,{}_2H$ ita extendere potest, ut fiat aequalis ipsi ${}_1B\,{}_2B$, erit tertia pars ponderis tendentis solam fibram ${}_1B\,{}_2B$. Verum nunc secundo cum ambae simul tenduntur a pondere appenso in C, utique fibra ${}_1H\,{}_2H$ non est tantum tensa quantum fibra ${}_1B\,{}_2B$, sed multo minus, idque rursus in ratione AH ad AB. Nam si AH sit tertia pars ipsius AB, erit ${}_1H\,{}_2H$ tertia pars ipsius ${}_1B\,{}_2B$. Itaque (ex hypothesi alibi confirmata, quod extensiones sint viribus tendentibus proportionales) ad eam ita tendendam tertia tantum ponderis parte opus erit, qua ad eam tantundem quantum ${}_1B\,{}_2B$ tendendam opus fuisset, id est tertia parte tertiae partis ponderis ipsam ${}_1B\,{}_2B$ tendentis seu parte ejus nona. Itaque gene-

raliter in hac simultanea tensione omnium fibrarum ad quaevis puncta existentium, resistentiae in quolibet puncto erunt in duplicata ratione distantiarum a fulcro imo seu centro vel axe librationis sumtarum, id est resistentia in H erit ad resistentiam in B, ut quadratum ipsius AH ad quadratum ipsius AB. Itaque si jam pondus F in fig. 3 sit corpus parabolicum NRSQN, libere suspensum ex C, in quo altitudo NR sit aequalis basi RS (uti AB aequalis est ipsi AC) et sint ordinatim applicatae quadratis altitudinum proportionales, seu PQ ad RS ut quadratum NP ad quadratum NR: tunc posito basin RS repraesentare resistentiam in B, ordinata PQ repraesentabit resistentiam in H, si scilicet altitudines NP, NR sint altitudinibus respondentibus AH, AB proportionales; totum vero trilineum parabolicum concavum NRSQN repraesentabit resistentiam totius lineae AB, si scilicet trabs ABC transversim seu per modum vectis à pondere appenso F deprimatur. At quadratum RNTS, huic trilineo parabolico circumscriptum, repraesentaret resistentiam ejusdem lineae AB directam, si scilicet trabs directa ex pariete esset evellenda, ut in fig. 2. Nam quia AB et AC aequales, resistentia puncti B transversa eadem erit quae directa, nempe repraesentata per RS in fig. 3; jam si directe evellatur trabs (ut in fig. 2), resistentia omnium punctorum eadem est; ergo resistentia directa puncti H erit PV, aequalis ipsi RS: et ita procedendo in reliquis complebitur quadratum RT, quod cum sit triplum trilinei parabolici concavi inscripti, nempe NRSQN, ideoque erit et rectae alicujus lineae (ut AB) resistentia directa resistentiae transversae tripla. Quod demonstrandum erat.

Hinc porro quantacunque sit longitudo trabis, aut ponderis appensi distantia a pariete (quam hactenus sumsimus altitudini trabis aequalem), facile determinari poterit pondus ad abrumpendam trabem sufficiens: ut si pondus G trabem directe evellere possit in fig. 4, erit quidem pondus F tertia pars ipsius G (modo sit AC aequalis AB); si vero pondus J appendatur ex K, sitque AK quadrupla ipsius AB vel AC, erit pondus J quarta pars ipsius F, et duodecima ipsius G. Generaliter ergo pondus trabem parallelepipedam directe evellens, erit ad pondus abrumpens transverse seu per modum vectis, ut longitudo vectis est ad tertiam partem crassitiei trabis. Consideravimus autem hactenus ipsam trabem ut pondere carentem; quod si pondus ipsius trabis in rationes venire debeat, perinde erit ac si pondus J trabi aequale suspensum esset

ex K, centro gravitatis ipsius trabis. Fieri etiam poterit, ut trabs pondere suo frangatur in loco aliquo, ut G in fig. 5 inter parietem AB et extremitatem trabis C, quando scilicet gravitatio portionis FGCF, libratae ex puncto quietis G, majorem habet rationem ad resistentiam in FG, quam gravitatio totius trabis BAC ex puncto quietis A ad resistentiam in AB. Quaeritur autem, qualis esse debeat linea BFC, ut resistentiae sint gravitationibus respondentibus proportionales, et trabs ubique aequaliter resistat: hanc ergo invenietur esse Parabolicam. Est enim resistentia in FG ad resistentiam in BA ut trilineum parabolicum concavum FGHF ad aliud BACB, si basis trilinei sit altitudini ejusdem aequalis (ut patet ex praecedentibus), seu ut quadratum FG ad quadratum BA (quia trilineum tale est tertia pars quadrati circumscripti). Sed momentum seu gravitatio portionis FGCF cujuscunque ex G libratae, est ad momentum totius trabis BACB ex A libratae, etiam ut quadratum FG ad quadratum BA, quemadmodum ex natura parabolae facile demonstratur (nam portiones CGFC et CABC sunt ut cubi a CG, CA. Porro A2 et G3 sunto quartae partes ipsarum CG et CA, eruntque distantiae centrorum gravitatis portionum CGFC et CABC a punctis quietis seu centris librationis G et A, et momenta dictarum portionum sunt ut facta ex portionibus in distantias, seu in composita ratione portionum sive cuborum a GC et CA, et distantiarum, quae sunt ut ipsae CG et CA: ergo in ratione quadrato-quadratorum a CG, CA, id est in ratione quadratorum ab FG et BA). Ergo resistentiae sunt momentis seu viribus proportionales, seu ubique eadem momenti cujusque ad suam resistentiam proportio, atque adeo aequabilis erit firmitas, qua trabs ponderi proprio ubique resistit: et proinde in quantamcunque longitudinem procurrat trabs ita figurata, si prope murum pondere suo non frangatur, nec alibi frangetur. Praeterea cum trabs Prismatica parabolica CABC sit tertia tantum pars plenae CDBA, hinc tertia ponderis parte detracta et distantia centri gravitatis ab AG ad ejus dimidiam A2 retracta, trabs parabolica sextuplo plena firmior erit. Sed si neglecto pondere trabis intelligatur vis aquae aut venti, aut alia quaedam aequaliter distributa per totam trabis longitudinem, ut si in fig. 6 tignum ABD ex muro procurrens, onus terrae ingestae vel frumenti alteriusve materiae ferre debeat, poterit esse triangulare, lineaque AD recta, et tignum ubique aequaliter resistet ponderi imposito, ut si in muro non frangatur, nec alibi frangi

possit: nam ex notis mechanicae legibus, momentum ponderis incumbentis ipsi GD, est ad momentum ponderis incumbentis ipsi BD, ut quadratum GD ad quadratum BD, seu ut quadratum GF ad quadratum BA, id est ut resistentia in GF ad resistentiam in BA: quod si partim pondus impositum, partim figura trabis consideretur, nihilominus figuram aequaliter resistentem dare possum.

Hactenus autem consideravimus tantum trabem, cujus superficies, qua muro vel sustentaculo adhaeret, ubique aeque alta est, unde suffecit assumere rectam BA, sed quia superficies communis trabi et parieti varia esse potest, demus regulam generalem pro resistentia ejus Geometrice determinanda, cujus speciales casus si cui pertractare vacabit, is multa perelegantia theoremata deprehendet. In genere autem sit trabs ABHC (fig. 7), cujus sectio ad sustentaculum DE sit planum ABH figurae cujuscunque. Demittatur illud in horizontem, seu in plano horizontis describatur aliud ei aequale, simile, et similiter positum AGH. Ex puncto G ab AH horizontalium infima maxime remoto (quod respondet puncto B) ducatur ad AH perpendicularis GF (ipsi BF aequalis) et fiat corpus cylindricum, cujus basis aut sectio quaecunque parallela horizonti sit similis et aequalis ipsi AGH, altitudo autem perpendicularis sit GJ, aequalis FG vel BF, quod corpus liceat appellare cylindrum. Per J ducatur tangens indefinita KJL parallela ipsi AH. Tandem planum transeat per AH et KL, quod ad horizontem faciet angulum semirectum, et corpus cylindricum secabit in duas partes, quarum illa in quam cadit GJ, quae in figura est supra planum secans, a Geometris dicitur Ungula. Dico hanc Ungulam a cylindro resectam facientem officium vectis, cujus fulcrum sit in AH, aequare vel repraesentare resistentiam trabis ABHC transversim in AHB rumpendae, si pondus ipsius clylindri ad eandem directe ex muro evellendam sufficit. Sed ne opus sit ungulam considerari ad modum vectis, et ut pondus resistentiam repraesentans absolute habeamus, suspendatur ungula ex puncto M, seu ex FM distantia centri gravitatis ungulae a pariete, et ita exacte resistentiam transversalem aequabit, si cylinder aequat directam. Itaque cum quaeretur an et ubi solidum aliquod frangi debeat, Geometrae non erit difficilis aestimatio; id enim aut non aut ibi potissimum fiet, ubi momentum ungulae, seu factum ex ungula ducta in distantiam sui centri gravitatis, a plano verticali, in quo est axis librationis, omnium minimam habebit rationem ad potentiam ibi ab-

rumpere tentantem: ut proinde his paucis consideratis tota haec materia redacta sit ad puram Geometriam, quod in physicis et mechanis unice desideratur.

Additio: Si quis connoeides aliquod quaerat aequalis resistentiae, huic satisfaciet Tuba parabolica. Sit in fig. 8 parabolica linea AEC cujus vertex A, tangens verticis AB, circa quam tanquam axem rotetur linea parabolica, et fiet Tuba AECGDFA. Sumta jam adhuc alia Tubae portione AEHFA, cum resistentiae basium seu circulorum CGD, EHF sint ut cubi diametrorum CD, EF, reperietur momenta ipsarum portionum AECGDFA et AEHFA ex natura parabolae esse etiam ut cubos CD, EF.

III.

DEMONSTRATIO GEOMETRICA REGULAE APUD STATICOS RECEPTAE DE MOMENTIS GRAVIUM IN PLANIS INCLINATIS, NUPER IN DUBIUM VOCATAE, ET SOLUTIO CASUS ELEGANTIS, IN ACTIS NOVEMBR. 1684 PAG. 512 PROPOSITI, DE GLOBO DUOBUS PLANIS ANGULUM RECTUM FACIENTIBUS SIMUL INCUMBENTE, QUANTUM UNUMQUODQUE PLANORUM PREMATUR, DETERMINANS.

Sit in fig. 9 planum verticale ADB, et inclinatum ACE, et in illo descendere tendat grave B, in hoc grave C, quae designo per puncta, in quae incidunt eorum centra gravitatis. Sint autem gravia connexa fune BAC, et in aequilibrio, angulusque ABC rectus. Ajo fore grave B ad grave C, ut recta AB ad rectam AC, quod sic ostendo: Funem (qui gravitate carere intelligitur) manu prehendendo in C, trahendoque grave C deorsum in E, adeoque simul grave B sursum in D (quo facto aequales erunt CE et BD), patet aequilibrium, quod prius erat inter gravia, manere, nec manum ab ipsis juvari vel impediri, nec proinde eorum centrum gravitatis commune (seu centrum totius ex ipsis compositi, sive centrum aequilibrii) attolli vel deprimi. Et cum gravium in situ B, C centrum gravitatis commune esset in recta BC, horizonti parallela, ideo eorundem centrum in situ DE positorum manebit in

recta BC, alioqui attolleretur vel deprimeretur. At idem est in recta DE, quippe quae eorum centra gravitatis B et C jungit: erit ergo in H puncto communi rectarum BC et DE. Jam ex Geometria ostendi potest Lemma facile nec injucundum: Si sint CE et BD aequales, fore DH ad HE, ut AC ad AB (de quo mox). Est autem etiam grave E (sive C) ad grave D (sive B) ut DH ad HE, quia H est centrum aequilibrii ipsorum. Ergo erit grave C ad grave B, ut AC ad AB, quod asserebatur. Idem aliter etiam sine assumto lemmate illo geometrico ostendi potest, si grave B attollatur usque ad A, seu si (D) incidat in ipsum punctum A, eo enim casu C(E) seu B(D) erit aequalis BA, et (H) incidet in C, et (H)(D) coincidet cum CA; eritque C centrum aequilibrii gravium ex B et C translatorum in A et (E), ac proinde grave in (E), hoc est grave C, ad grave in A, hoc est grave B, erit ut AC ad C(E) sive AB, ut ante. Placet tamen ipsius propositionis Geometricae supradictae demonstrationem subjicere.

LEMMA. Omnium triangulorum, angulum coincidentem et summam laterum circa eundem angulum aequalem habentium, bases a basi unius ex ipsis trianguli in eadem ratione secantur, quae scilicet est ratio laterum hujus trianguli positorum circa angulum communem. Sit angulus communis FAM in eadem fig. 9, et triangula quotcunque ut ABC, ADE angulum BAC, DAE habentia coincidentem, et summam laterum BA+AC vel DA+AE semper aequalem (unde et BD aequalis erit ipsi CE) unumque ex his triangulis assumatur ut ABC: dico a basi ejus BC secari basin DE trianguli alterius cujuscunque supradictas conditiones habentis ADE in partes DH, HE, quae sint in ratione AC, AB. Nimirum ex D ad AC ducatur DG parallela ipsi BC, et ex G ad BC ducatur GL parallela ipsi AB. Jam (ob triangula ABC, GLC similia) est AC ad AB, ut GC ad GL seu ad DB seu ad CE. Rursus (ob triangula EGD, ECH similia) GC ad CE, ut DH ad HE. Ergo (a primis ad postrema) erit AC ad AB, ut DH ad HE, quod ostendendum proponebatur. Patet autem ex demonstratione, nihil referre utrum angulus B sit rectus, et proinde etiam DE, basin trianguli ADE, secare basin BC alterius trianguli ABC (eandem laterum circa communem angulum summam habentis) ita ut segmenta CH, HB sint proportionalia ipsis DA, AE lateribus trianguli ADE circa angulum triangulis communem A. Potest etiam Lemma

nostrum haberi pro accessione Locorum Planorum. Locus enim punctorum, quibus bases omnium triangulorum eandem summam laterum circa communem angulum habentium in data ratione secantur, est recta. Superest nunc, ut veniamus ad solutionem casus de globo J (fig. 10) duobus planis HC, ZC ad horizontem NO inclinatis, sed ad se invicem angulum rectum facientibus simul incumbente, illi in F, hic in H, ut determinemus, quantum sit momentum, quo unumquodque planum premitur. Statim autem patet (quod etiam ab Adm. Rev. P. Kochanskio in Actis Junii 1685 recte notatum video), globum in plano aliquo inclinato duplex exercere momentum, unum quo decliviter descendere tendit, alterum quo planum declive premit, quae duo simul absolutum seu totale gravis momentum constituunt. Itaque in nostro casu ob duas causas planum alterutrum, ut XFC, a globo J premi intelligitur: prima est quod globus J descendere tendens in plani XFC linea FC, momento quod sit ad totale ut XN ad XC (quemadmodum demonstravimus) aget reliquo (quod erit ad totale ut XC — XN ad XC) in ipsum planum declive XFC, a quo sustentatur. Sed actio ista etsi vera et realis sit, est tamen alternativa, et ob praesentiam alterius plani etiam sustentantis refracta, ut postea explicabitur. Secunda causa premendi planum XFC, est, quod globus J descendens in altero plano ZHC, momento quod sit ad totale ut ZO ad ZC, premit hoc ipso momento planum XFC descensui suo declivi, in linea HC affectato, se directe objiciens, atque ita hanc descensus vim excipiens. Porro eadem ratiocinatio institui potest de plano altero ZHC, etiam ex duabus illis premendi causis, et quidem ex prima causa, quae erat sustentatio globi in ipso plano, in quo decliviter descendere tendit, premitur hoc planum ZHC momento, quod sit ad totale momentum globi, ut ZC — ZO ad ZC: at vero ex altera causa quae erat exceptio globi, dum scilicet planum ZHC, ei in altero plano XFC decliviter descendere conanti se directe objiciens, vim illam excipit, premitur planum ZHC momento, quod sit ad totale ut XN ad XC. Et quidem causa prima premendi planum XFC, et secunda premendi planum ZHC, quae sunt dissimilares, simul constituunt totum momentum globi; globus enim premit planum XFC quatenus ab eo sustentatur, et planum ZHC quatenus a priore non sustentatur. Similiter causa prima premendi planum ZHC, et secunda premendi planum XFC,

licet dissimilares, constituunt totum momentum globi. Causae autem similes conjunctae, duae scilicet pressiones ob sustentationem, vel duae pressiones ob exceptionem (quibus duabus posterioribus compositis utitur doctissimus Autor speciminis de momentis gravium in Actis Novembr. 1684 exhibiti, qui casum hunc de duobus planis angulum rectum facientibus a se ingeniose excogitatum proposuit) momentum totale non integrant, sumtae scilicet ex diversis momenti totalis partitionibus. Verum cum quatuor premendi causis simul sumtis his integretur momentum totale, patet illas sic absolute sumtas non esse compatibiles, nec cumulative, sed ut post dicam, tantum elective sive alternative componendas: alioqui effectus globi in plana major esset momento globi totalis absoluto. Cum vero manifestum sit, duas semper causas in quolibet plano aequali ratione in considerationem venire debere, nec tamen integras retineri posse, adhibenda est regula alternativorum, quae in jure accrescendi, in aestimatione spei alea ludentium, aliisque casibus locum habet, hoc est utriusque momenti sumendum est dimidium seu, quod eodem redit, medium inter ipsa arithmeticum sive dimidium summae ex ambobus. Itaque si momentum globi totale sit unitas, cum duo momenta premendi planum XFC sint $\frac{XC - XN}{XC}$, et $\frac{ZO}{ZC}$ seu $\frac{ZO}{XC}$ (si ponantur XC et ZC aequales), sequitur momentum, quo revera in hoc situ premitur planum XFC, fore dimid. $\frac{XC - XN}{XC}$ + dimid. $\frac{ZO}{XC}$ seu $\frac{XC - XN + ZO}{2XC}$ et similiter momentum, quo revera premitur planum ZHC, erit dimid. $\frac{ZC - ZO}{ZC}$ $\left(\text{seu dimid. } \frac{XC - ZO}{XC}\right)$ + dimid. $\frac{XN}{XC}$, hoc est $\frac{XC - ZO + XN}{2XC}$, quorum duorum momentorum revera duo plana prementium summa componit momentum globi totale seu unitatem, quod omnino opus erat observari. Atque adeo cessat difficultas, quae ex casu proposito nasci posse videbatur, quae tamen talis erat, ut omnino mereretur explicari: nec ideo minus obligati sumus Autori speciminis, qui eam excogitavit, pariter atque Adm. R. P. Kochanskio, qui viam jam tum designavit, cui recte insistendo ad determinationem pressionis cujusque plani perveniri poterat. In numeris Kochanskianis sit XN vel CO, 3; CN vel ZO, 4; XC vel ZC, 5; tunc planum XFC revera premitur a $\frac{3}{5}$ et planum ZHC

a $\frac{2}{5}$ momenti totalis. Sin pro 3, 4, 5 numeri sint 5, 12, 13, tunc planum XFC premitur a $\frac{10}{13}$, et planum ZHC a $\frac{3}{13}$ momenti totalis. Ad examen autem regulae nostrae proderit etiam considerare et cum regula conferre solutiones casuum specialium aliunde notas, ut si XN fiat aequalis nihilo, planum XFC fiet horizontale, ZHC verticale, rectaeque XC et ZO aequales, ubi etiam ex regula recte prodibit totum momentum totale pro premendo plano XFC, et nihil pro premendo plano ZHC. Si vero rectae XN et ZO sumantur aequales, adeoque et anguli XCN, ZCO aequales, tunc per se manifestum est, utrumque planum eodem modo premi a globo, ac proinde dimidium momenti totalis unicuique impendi, quod ipsum et ex regula nostra prodit. Methodus autem qua usi sumus, per regulam alternativorum, etiam in aliis casibus perplexis enodandis magnum usum habere potest, quamvis non sit pure Geometrica, sed quodammodo Metaphysica simul; unde provisionalis censeri potest, donec idem demonstretur alia via, magis secundum vulgares notiones geometrica et rigorosa, quam ubi vacaverit exhibere mihi reservo. Porro unum adhuc admonendum est, ne quis in captionem satis alioqui subtilem incidat, et ut appareat clarius, cur duos conatus componendos vocaverimus alternativos: nempe haec quidem, quae de pressione cujusque plani determinavimus, tantum locum habent, cum unumquodque planum satis firmum est, ut resistere possit unicuique conatuum alternativorum a quibus premitur, separatim sumto; sed si unum ex planis resistere quidem posset minori conatui se urgenti, vel etiam dimidiae amborum summae, non vero majori, alterum vero planum ita firmum esset, ut unicuique ex ambabus in se pressionibus posset resistere, tunc eo ipso locum habebit absolute unus ex casibus alternativis p r a e r e l i q u i s, ac proinde cessante regula alternativorum aequaliter locum habentium, prius illud seu debilius planum vi ejus conatus, cui impar est, superaretur. Quae quidem observatio singularis est utilisque, ut conatus naturae alternativi singuli a conatu ob exitum alterutro modo frustra tentatum, ex ipsis alternativis sibi obstantibus resultante, distinguantur: nec ideo exempli causa putetur planum XFC premi absolute momento $\frac{ZO}{XC}$, quoniam eo ipso momento premitur conditionaliter, ita scilicet, ut frangendum sit, si ei resistere non possit. Nam in casu quo ei resistere potest, vi sua elastica renitens prementi, onus in alterum planum rejicere

tentat, quod ipsum si etiam satis firmum sit, ex conflictu ea demum aequissima distributio sequitur, quam exposuimus, ubi non ipsa quidem quatuor momenta, sed tamen ipsis proportionalia adhibentur, in quae momentum totale distribuitur. Sunt autem haec, quemadmodum prima fronte paradoxa (ut scilicet planum aliquod dicatur certo aliquo momento seu conatu premi alternative sive conditionaliter), ita consideratu jucunda, et processum naturae non tantum mathematicum, sed et quodammodo Metaphysicum illustrare apta.

IV.

BREVIS DEMONSTRATIO ERRORIS MEMORABILIS CARTESII ET ALIORUM CIRCA LEGEM NATURALEM, SECUNDUM QUAM VOLUNT A DEO EANDEM SEMPER QUANTITATEM MOTUS CONSERVARI, QUA ET IN RE MECHANICA ABUTUNTUR.

Complures Mathematici cum videant in quinque machinis vulgaribus celeritatem et molem inter se compensari, generaliter vim motricem aestimant a quantitate motus, sive producto ex multiplicatione corporis in celeritatem suam. Vel ut magis geometrice loquar, vires duorum corporum (ejusdem speciei) in motum concitatorum ac sua mole pariter ac motu agentium esse dicunt in ratione composita corporum seu molium et earum quas habent velocitatum. Itaque cum rationi consentaneum sit, eandem motricis potentiae summam in natura conservari, et neque imminui, quoniam videmus nullam vim ab uno corpore amitti, quin in aliud transferatur, neque augeri, quia vel ideo motus perpetuus mechanicus nuspiam succedit, quod nulla machina ac proinde ne integer quidem mundus suam vim intendere potest sine novo externo impulsu; inde factum est, ut Cartesius, qui vim motricem et quantitatem motus pro re aequivalente habebat, pronunciaverit eandem quantitatem motus a Deo in mundo conservari.

Ego vero ut ostendam quantum inter haec duo intersit, suppono primo, corpus cadens ex certa altitudine acquirere vim eousque rursus assurgendi, si directio ejus ita ferat nec quicquam

externorum impediat: exempli causa, pendulum ad altitudinem, ex qua demissum est, praecise rediturum esse, nisi aëris resistentia similiaque impedimenta exigua alia nonnihil de vi ejus absorberent, a quibus nos quidem nunc animum abstrahimus. Suppono item secundo, tanta vi opus esse ad elevandum corpus A (fig. 11) unius librae usque ad altitudinem CD quatuor ulnarum, quanta opus est ad elevandum corpus B quatuor librarum usque ad altitudinem EF unius ulnae. Omnia haec a Cartesianis pariter ac caeteris Philosophis et Mathematicis nostri temporis conceduntur. Hinc sequitur corpus A delapsum ex altitudine CD praecise tantum acquisivisse virium, quantum corpus B lapsum ex altitudine EF. Nam corpus (A) postquam lapsu ex C pervenit ad D, ibi habet rem reassurgendi usque ad C, per suppos. 1, hoc est vim elevandi corpus unius librae (corpus scilicet proprium) ad altitudinem quatuor ulnarum. Et similiter corpus (B) postquam lapsu ex E pervenit ad F, ibi habet vim reassurgendi usque ad E, per suppos. 1, hoc est vim elevandi corpus quatuor librarum (corpus scilicet proprium) ad altitudinem unius ulnae. Ergo per suppos. 2 vis corporis (A) existentis in D, et vis corporis (B) existentis in E sunt aequales.

Videamus jam an et quantitas motus utrobique eadem sit. Verum ibi praeter spem discrimen maximum reperietur. Quod ita ostendo. Demonstratum est a Galilaeo, celeritatem acquisitam lapsu CD esse duplum celeritatis acquisitae lapsu EF. Multiplicemus ergo corpus A, quod est ut 1, per celeritatem suam, quae est ut 2, productum seu quantitas motus erit ut 2; rursus multiplicemus corpus B quod est ut 4, per suam celeritatem, quae est ut 1, productum seu quantitas motus erit ut 4. Ergo quantitas motus, quae est corporis (A) existentis in D, est dimidia quantitatis motus, quae est corporis (B) existentis in F, et tamen paulo ante vires utrobique inventae sunt aequales. Itaque magnum est discrimen inter vim motricem et quantitatem motus, ita ut unum per alterum aestimari non possit, quod ostendendum susceperamus. Ex his apparet, quomodo vis aestimanda sit a quantitate effectus, quem producere potest, exempli gratia ab altitudine, ad quam ipsa corpus grave datae magnitudinis et speciei potest elevare, non vero a celeritate quam corpori potest imprimere. Non enim dupla, sed majore vi opus est ad duplam eidem corpori dandam celeritatem. Nemo vero miretur in vulgaribus machinis, vecte, axe in peri-

trochio, trochlea, cuneo, cochlea et similibus aequilibrium esse, cum magnitudo unius corporis celeritate alterius, quae ex dispositione machinae oritura esset, compensatur, seu cum magnitudines (posita eadem corporum specie) sunt reciproce ut celeritates, seu cum eadem alterutro modo prodiret quantitas motus. Ibi enim evenit etiam eandem utrobique futuram esse quantitatem effectus seu altitudinem descensus aut ascensus, in quodcunque aequilibrii latus motum fieri velis. Itaque per accidens ibi contingit, ut vis a motus quantitate possit aestimari. Alii vero casus dantur, qualis is est, quem supra attulimus, ubi non coincidunt.

Caeterum cum nihil sit probatione nostra simplicius, mirum est vel Cartesio vel Cartesianis, viris doctissimis, in mentem non venisse. Sed illum quidem nimia fiducia sui ingenii in transversum egit, hos alieni. Nam Cartesius, solito magnis viris vitio, postremo factus est paulo praefidentior. Cartesiani autem non pauci vereor ne paulatim Peripateticos complures imitari incipiant, quos irrident, hoc est ne pro recta ratione et natura rerum, consulendis magistri libris assuefiant.

Dicendum est ergo vires esse in composita ratione corporum (ejusdem gravitatis specificae seu soliditatis) et altitudinum celeritatis productricium, ex quibus scilicet tales celeritates acquiri potuissent, vel generalius (quia interdum nulla adhuc celeritas producta est) altitudinum proditurarum, non vero generaliter ipsarum celeritatum, utcunque id plausibile prima specie videatur et plerisque sit visum; ex quo complures errores nati sunt, qui in scriptis mathematico-mechanicis RR. PP. Honorati Fabri et Claudii Dechales, itemque Joh. Alph. Borelli, et aliorum virorum, caeteroqui in his studiis praestantium, deprehenduntur. Quin et hinc factum puto, quod nuper Regula Hugeniana circa centrum oscillationis pendulorum, quae verissima est, a nonnullis viris doctis in dubium fuit vocata.

Beilage.

Ostendendum est, ejusdem esse potentiae elevare unam libram ad duos pedes, et elevare duas libras ad unum pedem.

Hanc propositionem non admittunt tantum, sed et diserte adhibent et pro principio habent Cartesius in Epistolis et brevi trac-

tatu Mechanico, qui tum Epistolis insertus tum etiam separatim editus habetur; Pascalius in tractatu de aequilibrio liquorum; Samuel Morlandus Anglus (inventor Tubae Stentoreae) in tractatu Hydraulico nuper edito; et Cartesianus quidam eruditus qui meae demonstrationi Anti-Cartesianae sed non satis perceptae aliis nescio quibus effugiis quaesitis respondere voluit in Novellis Reipublicae literariae apud Batavos editis; ut alios Cartesianos non minus quam alterius sententiae philosophos taceam. Itaque ad revincendam Cartesianorum Naturae Legem tuto a me adhiberi potuit.

Eandem propositionem confirmant quinque Mechanicae potentiae vulgo celebratae, vectis, axis in peritrochio, trochlea, cuneus et cochlea, ubique enim reperietur veram esse nostram propositionem. Nunc autem brevitatis causa sufficiet rem solo vectis exemplo ostendere, vel (quod eodem redit) ex nostra regula deducere reciprocam esse proportionem distantiarum et ponderum in aequilibrio positorum. Ponamus enim AC (fig. 12) esse duplam ipsius BC, et pondus B duplum ponderis A, ajo A et B esse in aequilibrio. Ponamus enim alterutrum praeponderare, ut B, atque ita B descendere in (B), et A ascendere in (A); demittantur ex (A) et (B) perpendiculares in AB, nempe (A)D et (B)E, patet si D(B) sit unius pedis, fore (A)E duorum pedum, ergo si duae librae descendant ad altitudinem unius pedis, unam libram ascendere ad altitudinem duorum pedum, atque adeo cum haec duo aequivaleant, nihil acquiri proindeque nec fieri descensum inutilem, sed omnia potius ut antea in aequilibrio manere. Eodem modo ostendetur, nec A descendere sive praevalere. Atque ita a posteriori confirmatur nostra propositio tanquam Hypothesis, ea enim assumta ostendi possunt omnes propositiones Mechanicae vulgaris ad aequiponderantia sive potentias quinque pertinentes.

Quin imo affirmare ausim nullum extare Theorema Mechanicum, quo non confirmetur Hypothesis nostra vel supponatur, quemadmodum ostendi posset ex regula plani inclinati, vel jactibus aquarum, vel descensu gravium accelerato. Et licet nonnulla horum conciliari etiam posse videantur cum illa Hypothesi quae potentiam ex mole ducta in celeritatem metitur, hoc tamen fit per accidens, quoniam in potentiis mortuis, ubi conatibus primis vel ultimis agitur, duae Hypotheses coincidunt, sed in potentiis vivis seu concepto impetu agentibus divortium fit, quemadmodum in

exemplo patet, quod a me in edito Schediasmate propositum est. Est autem potentia viva ad mortuam vel impetus ad conatum ut linea ad punctum vel ut planum ad lineam. Et quemadmodum circuli non sunt ut diametri, sed ut quadrata diametrorum, ita potentiae vivae corporum aequalium non sunt ut celeritates, sed ut quadrata celeritatum.

Sed quoniam neque autoritate hic standum est, neque inductionibus atque hypothesibus contentus est animus sciendi cupidus, en age dabimus Demonsrationem propositionis nostrae, ut imposterum inter immota Mechanicae doctrinae fundamenta collocari possit.

Assumo autem hoc unum, corpus grave, quod ex aliqua altitudine descendit, exacte vel praecise habere potentiam rursus ad eandem altitudinem assurgendi, si scilicet nihil virium in itinere attritu aliquo aut resistentia ambientis vel alterius corporis perdidisse intelligatur.

Corollarium. Itaque corpus unius librae quod descendit ex altitudine unius pedis, exacte acquisivit potentiam attollendi corpus unius librae (aequale scilicet corpori proprio) ad altitudinem unius pedis.

Postulo praeterea mihi concedere, ut liceat supponere varias gravium inter se connexiones et a se invicem liberationes, aliasque comminisci mutationes quae potentiae mutationem non involvunt, fingendo fila, axes, vectes aliaque machinamenta pondere et resistentia carentia.

Theorema. His positis, ajo corporis B (fig. 13) unius librae descensum ex B((B)) altitudine duorum pedum exacte habere tantum potentiae, quanta opus est ad attollendum corpus A duarum librarum ad altitudinem A(A) unius pedis.

Demonstratio. Pono corpus A componi ex duabus partibus E et F, quarum unaquaeque sit unius librae. Jam corpus B unius librae descendens ex altitudine B(B) unius pedis praecise potentiam habet (per corollar.) attollendi corpus E unius librae ad altitudinem E(E) unius pedis, si (per postulat.) ei connexum ponatur. Ponamus porro (per idem postulatum) corpus B in loco (B) liberari a connexione cum corpore E, relicto in loco (E), et connecti jam cum corpore F, tunc corpus B descensu suo continuato ex altitudine (B)((B)) poterit (per coroll.) ipsum corpus F

unius librae attollere ad F(F) altitudinem unius pedis. Ergo toto corpore B unius librae descensu bipedali B(B)((B)) corpus compositum ex ambobus simul E et F, hoc est A, duarum librarum elevatum est ad A(A) altitudinem unius pedis. Quod praecise fieri posse erat ostendendum.

Scholium.

Si quis rem modo attente consideret, facile sine omni figurarum apparatu intelliget, aequivalere haec duo, unam libram attollere ad duos pedes (hoc est libram ad pedem, et rursus libram ad pedem) et duas libras attollere ad unum pedem (hoc est libram ad pedem, et adhuc libram ad pedem). Et in universum potentia ab effectu aestimanda est, non a tempore; tempus enim per externas circumstantias variari potest. Sic globus C (fig. 13a) impetum conceptum habens, cujus ope se attollere possit ad altitudinem HG in plano inclinato LM vel LN, tanto majore indigebit tempore, quanto longius erit planum inclinatum. In alterutro tamen ad eandem altitudinem perpendicularem assurget, si scilicet (ut in his fieri debet) resistentia aëris et plani pro nulla habeatur. Et eadem manet potentia globi, quaecunque demum linea inclinata ipsi assurrecturo objiciatur. Effectum autem hoc loco intelligo, qui vim naturae facit seu cujus productione impetus diminuitur, qualis effectus est ascensio vel elevatio alicujus gravis, tensio Elastri, concitatio corporis in motum vel moti retardatio aliaeque hujusmodi operationes. At corporis semel in motu positi major minorve progressus in plano horizontali non est talis Effectus, quo potentiam absolutam aestimo; manet enim eadem potentia durante progressu, quod deceptionis vitandae causa annotare operae pretium fuit, cum ista non satis explicata habeantur. Equidem fateor, ex cognito tempore vel reciproco ejus, nempe celeritate, cognitisque caeteris circumstantiis judicari posse de potentia corporis dati, nego tamen tempus vel celeritatem esse mensuram potentiae absolutam, sed effectum, quippe quem eadem manente potentia nec tempus nec aliae circumstantiae variare possunt. Unde mirum non est, quod potentiae duorum corporum aequalium non sunt ut celeritates, sed ut causae vel effectus celeritatis, hoc est altitudines productrices vel productibiles seu ut celeritatum quadrata. Unde etiam fit ut corporibus duobus concurrentibus post concursum non eadem servetur quantitas motus vel impetus, sed eadem quantitas virtutis.

Hinc etiam fit ut chorda quadruplo pondere tendi debeat, quo sonus duplo acutior fiat, pondus enim potentiam repraesentat, sonus chordae vibrationum celeritatem. Ratio autem ultima est, quod ipse motus per se non est aliquid absolutum et reale.

V.

ILLUSTRATIO ULTERIOR OBJECTIONIS CONTRA CARTESIANAM NATURAE LEGEM, NOVAEQUE IN EJUS LOCUM REGULAE PROPOSITAE.

Tametsi in nupera objectione mihi satis falsitatem regulae de servanda motus quantitate ostendisse et meliorem substituisse videar, quoniam tamen intellexi nonnullis viris doctis aliquid superesse difficultatis, non melius eam tolli posse existimavi, quam proposito aliquo casu certo et secundum Cartesianas pariter measque leges examinato, ut sensus, vis discrimenque utriusque dogmatis appareat. In figura 14 sit recta horizonti parallela FE, in qua duo globi solidi duri, aequales ejusdemque materiae, unusquisque unius si placet librae, nempe B et C, ex locis ${}_1B$, ${}_1C$ ferantur ad occursum ${}_2B\,{}_2C$; globi autem B ante concursum dum in plano horizontali aequabiliter ferri intelligitur, celeritas sit ut 9, et globi C similiter celeritas ut 1. Si jam his positis secundum tertiam motus regulam Cartesianam parte I Principiorum articulo 48 traditam, ambo simul post concursum tendere ponantur versus ${}_3B\,{}_3C$ ea directione quam antea habebat globus B, celeritate amborum nunc aequali, erit ea celeritas communis ut 5, quemadmodum ex dicta regula tertia patet, ut scilicet eadem prodeat quantitas motus in summa quae fuerat ante concursum, nam ante concursum globus B librae 1 ductus in celeritatem 9 dat 9, globus C librae 1 in celeritatem 1 dat 1, et 9 plus 1 dat quantitatem motus totam 10: nunc vero post concursum ambo globi simul librarum 2 in celeritatem communem 5 dant quantitatem motus totam rursus 10, idemque in aliis omnibus casibus a Cartesio obervatur. Ego vero ostendam, hinc oriri incongruum, et servata quantitate motus perdi quantitatem virium. Possumus enim concipere globum B suam celeritatem ut 9 quam habet in loco ${}_1B$, nactum esse de-

ascendendo ex loco β, altitudine perpendiculari βE 81 pedum, et globum C nactum esse celeritatem ut 1 descendendo ex altitudine perpendiculari KF unius pedis; nihil enim quoad praesentes vires interest, quomodo corpus aliquod suam celeritatem sit nactum, modo eam nunc habeat. Altitudinem autem perpendicularem tantum considero, licet descensus utcunque inclinatus esse possit, unde tempora quoque descensuum ex diversis altitudinibus pro arbitrio aequalia vel inaequalia reddi possunt nec proinde ad rem faciunt. Cumque corpus ea vi quam labendo acquisivit, si nihil externi, quod impedire possit, accidat, rursus ad eam altitudinem perpendicularem ex qua decidit, ascendere possit, habebit globus B ante concursum potentiam attollendi unam libram ad pedes 81, et globus C potentiam attollendi unam libram ad pedem 1, et ambo simul ante concursum habent potentiam attollendi libram unam ad pedes 82, sed post concursum cum ambo simul habeant celeritatem ut 5, habebunt potentiam assurgendi usque ad D, cujus altitudo perpendicularis DG erit 25 pedum, habebunt ergo potentiam attollendi 2 libras ad 25 pedes seu unam libram ad 50 pedes, non ad 82 ut ante; periit ergo potentia attollendi unam libram ad pedes 32, et quidem periit sine causa, quod est impossibile.

Ut vero appareat, non deesse alios qui hanc Cartesianam computandi rationem sequantur, afferamus locum praeclari Autoris de Inquirenda Veritate lib. 6. Is quaedam Cartesiana recte correxit, optandumque esset ut alii in dogmatibus magistri expendendis studium ejus imitarentur, principii tamen hujus quod refutamus speciositate deceptus in eundem scopulum impegit. Nempe in casu regulae sextae Cartesianae, ubi ipse dissentit a Cartesio, si ponatur corpus B librae 1 incurrere celeritate ut 10 in corpus C quiescens, itidem librae 1, tota quantitas motus erit ut 10; post concursum ambo simul (secundum Autorem) ibunt celeritate ut 5, adeoque moles 2 in celeritatem 5 dabit iterum 10; servabitur ergo quantitas motus. At vero quantitas virium hac ratione minime servabitur, nam ante concursum aderat vis attollendi libram 1 ad pedes 100, si placet, post concursum superest vis attollendi libras duas ad pedes 25 seu libram unam ad pedes 50 tantum; periit ergo dimidia potentiae quantitas, et quidem sine causa, quod defendi non potest.

Alia ratione incongruitas contraria oritur, ut servata quanti-

tate motus, augeantur vires. Ponamus enim aliqua ratione effici, ut tota potentia molis quatuor librarum, cujus gradus celeritatis sit ut 1, transferatur in corpus quiescens unius librae, ita ut post translationem factam quatuor illae librae quiescant, quinta vero quae prius quieverat, nunc moveatur; quaeritur quis huic tribui debeat gradus celeritatis? Secundum legem Cartesianam quam refutamus celeritas ejus erit ut 4, nam 4 librae in 1 gradum celeritatis eandem dant motus quantitatem, quam 1 libra in 4 gradus. Sed ita si ponamus ante translationum 4 libras uno gradu celeritatis sursum converso potuisse ascendere ad altitudinem unius pedis, seu quod idem est, 1 libram ad 4 pedes, utique post translationem una libra 4 gradibus celeritatis praedita, versa sursum directione ad altitudinem 16 pedum, et proinde quadruplicatae erunt vires sine causa, quo nihil est a ratione alienius. Mea vero sententia, si ponatur potentia librarum 4 praeditarum celeritate ut 1, tota transferenda in aliam libram unicam, tunc celeritas hujus per translationem acquisita debet esse ut 2, ita enim ante pariter et post concursum eadem erit potentia, nempe attollendi libram ad pedes 4.

Ex his habetur generalis Methodus caeteras quoque regulas examinandi; quo facto patebit, solam primam (quae per se nota est) ex septem illis quas Cartesius, itemque quas Autor de Inquirenda Veritate tradunt, consistere posse cum principio a me proposito, sane certissimo universalissimoque, quod eadem semper virium summa servetur, virium, inquam, quae nempe eundem semper effectum praestare possint. Temporis autem, quo grave descendit vel ascendit, consideratio nihil novi affert, jamque in celeritate continetur, cui proportionale est caeteris paribus, quoniam celeritates temporibus aequaliter inter descendendum vel ascendendum crescunt vel decrescunt; ideo tempus a me in objectione omissum est, ac proinde licet verum sit corpus (simplum) duplae celeritatis duplo tempore pro ascensu ad quatuor ulnas indigere ejus, quo indiget corpus (quadruplum) simplae celeritatis pro ascensu ad unam ulnam, non tamen proprie ob tempus duplum fit, ut dupla celeritas simplum corpus quadrupli corporis potentiae aequet (cum potius caeteris paribus major potentia futura esset, quae non duplo sed simplo tempore eundem effectum praestare posset), sed ob quadruplum effectum altitudinis, quem dupla celeritas corpori simplo tribuere potest, quantocunque demum id

tempore praestet, pro variis enim inclinationibus planorum mutari potest tempus. Quoniam tamen caeteris paribus diximus tempora esse celeritatibus proportionalia, hinc temporis recte intellecti considerationem celeritatis considerationi addere nihil aliud est quam celeritatis considerationem duplicare, hoc est altitudinis considerationem adhibere, quae dupla celeritate et duplo tempore est quadrupla, et tripla celeritate triploque tempore noncupla, adeoque est in ratione composita celeritatum et temporum ascensus, hoc est in ratione celeritatum duplicata. Hinc satis habui altitudinem considerare, quae caetera jam includit, vel rationem celeritatum duplicatam, praesertim cum celeritatis duplicata ratio, vel altitudinis simpla, si moli conjungantur, potentiam constituant sine ulla exceptione, quod de tempore secus est, cum ob ejus variabilitatem fallat aestimatio per tempus, nisi cautelae adhibeantur omniaque in modo ascendendi utrobique in his quae comparantur sint paria. Cartesius certe nec temporis consideratione hic usus est, nec celeritatis rationem duplicavit, sed non nisi quantitatem motus seu factum ex mole in celeritatem simplicem tanquam virium mensuram aestimare et in corporibus conservare voluit, quemadmodum ex dictis manifestum est: nec facile (opinor) Cartesianus quisquam produci poterit, qui aliter Magistrum sit interpretatus ante objectionem meam, aut qui regulam ejus ad solas quinque machinas vulgares vel ad potentias isochroni motus restrinxerit; hoc enim legem naturae pro universalissima venditatam et (si vera esset) pulcherrimam prorsus coarctare ac corrumpere, et deserere potius quam defendere foret. Si quis vero putet tempus novam aliquam vim moli et celeritati addere, sic ut e duobus corporibus existentibus aequalibus et aeque velocibus illud sit potentius quod majore tempore totam vim suam acquisivit aut exeret, eum longe aberrare manifestum est: potentia enim ex quantitate et mole datis jam tum determinata est; si vero possibile esset, his manentibus, ob temporis differentiam variari vires, magis rationi consentaneum foret, illi majorem potentiam tribuere, quod effectum praestaret tempore minore, caeteris paribus. Verum tempus per se nihil addit potentiae, sed potius potentia sibi ipsi tempus agendi determinat pro circumstantiis externis, quibus variantibus etiam tempus variatur infinitis modis. Et sane possum efficere ope planorum varie inclinatorum, ut gravia diversis temporibus, utcunque in quacunque data ratione aequalitatis vel inaequalitatis sese habentibus,

easdem vires acquirant vel exerant; imo, dum haec scribo, elegantia problematis motus, lineam descensoriam singularem excogito, cujus ea est natura mirabilis, ut grave in ea non accelerate, sed aequabiliter et isochrone sit descensurum, hoc est ut descensus (in perpendiculari nimirum, non ipsa linea descensoria sumti, seu quod idem est appropinquationes ad planum horizontale) futuri sint temporibus proportionales, et grave tantum uno minuto quantum altero ad inferiora progrediatur; cujus lineae naturam illis divinandam relinquo, qui nimiae me confidentiae insimulabunt, quod aliquid Cartesianis objicere et ipsam Cartesii (viri licet mea quoque confessione summi) Geometriam imperfectionis accusare non dubitavi. Habebunt enim hic ejus cultores exercendae artis suae analyticae materiam, praesertim cum non difficile sit problema et paucis peragi possit, si ea analysi tractetur, cujus principia a me sunt publicata.

Porro praeter propositam supra naturae legem, quod eadem servetur summa virium, aliam habeo non minus generalem et rationi consentaneam, nempe eandem semper in summa servari quantitatem directionis sive in corporibus particularibus inter se communicantibus sive in tota natura, hoc est si ducatur recta quaecunque pro arbitrio et propositis corporibus solum inter se communicantibus quotcunque aestimetur in rectis assumtae parallelis quantitas progressus in unam partem detracta quantitate progressus in contrariam, reperietur hanc differentiam semper manere eandem, adeoque naturam non obstantibus corporum conflictibus, non interrupto tenore aequabiliter prosequi scopum eundem, quem in toto, singulis partibus in unum computatis, compensatione facta sibi proposuit, quippe ipsamet sibi ipsi obstare atque impedimenta ponere non possit. In universa autem natura omnia in aequilibrio sunt et respectu plagarum quarumcunque totius universi parallelos conatus contrarios inter se in summa perfecte aequales esse necesse est, differentia (nempe nulla) itidem semper eadem manente. Quod si abesset illud aequilibrium universi, omnia aequabili tenore migrarent continuo ad easdem partes, quod ratione caret, quoniam spatium ubique sibi simile est, nec causa intelligi potest cur in hanc potius plagam quam in contrariam sit eundum. In partibus tamen universi varios aestus et quasi reciprocationes materiae esse, dubium nullum est, salvo aequilibrio summae. Ut autem vis hu-

jus naturae legis melius intelligatur, inspiciatur iterum figura 14. Sint corpora quotcunque cujuscunque magnitudinis aut figurae, quae moveantur aut quiescant, ut B, C, M, N, P, Q; ducatur recta quaecunque A H; dico in alterutram plagarum A vel H, quae detracto contrario conatu praevalet, eundem semper in his corporibus in summa nisum fore; et quidem corpora M et N ponantur moveri in recta parallela ipsi AH, ipsius M moles sit 2, celeritas qua tendit ex $_1M$ versus $_2M$ seu versus plagam H sit 9, quantitas directionis ad H erit 18. Contra, corporis N moles sit 4, celeritas qua moveatur ex $_1N$ versus $_2N$ seu versus plagam A sit 3; quantitas directionis ad A erit 12. Quod vero attinet corpora B et C, etsi moveantur in recta FE quae non est parallela ipsi AH, directio tamen earum in plagas A et H ita aestimatur, posito B tendere ex $_1B$ in $_2B$ celeritate $_1B\,_2B$ ut 9; ducatur per $_1B$ recta $_1BT$ parallela ipsi HA, cui ex $_2B$ educta $_2BT$ ad angulos rectos occurrat in T, tunc celeritas, in qua B tendit ad plagam A, aestimabitur magnitudine rectae $_1BT$ quam ponamus esse 8, moles autem ipsius B est 1 et quantitas directionis ejus ad plagam A erit 8; contra, si $_1C\,_2C$ ponatur 1, erit $_1CL$ (parallela ipsi AH) $\frac{8}{9}$, posito angulo $_1CL_2C$ recto, et quia ipsius C moles est 1, utique quantitas directionis versus H erit $\frac{8}{9}$. Similiter corpora P et Q licet moveantur in recta non parallela ipsi AH, si tamen ipsius P celeritas $_1P\,_2P$ sit ut 3, et ipsius Q celeritas $_1Q\,_2Q$ ut 2, ductis ipsi AH parallelis $_1PR$ et $_1QS$ sic ut anguli $_1PR\,_2P$ et $_1QS_2Q$ sint recti, et PR $\frac{82}{27}$, et QS $\frac{164}{81}$, tunc posito molem ipsius P esse 5, erit ejus quantitas directionis versus H 5 in $\frac{82}{27}$ seu $\frac{410}{27}$, et posito molem ipsius Q esse 3, erit ejus quantitas directionis versus A 3 in $\frac{164}{81}$ seu $\frac{164}{27}$; itaque computando omnia, summa directionum in plagam H erit $18+\frac{8}{9}+\frac{410}{27}$, summaque directionum in plagam contrariam A erit $12+8+\frac{164}{27}$, et ab illa hanc detrahendo restabit 8 quantitas directionis totalis in recta AH et parallelis tendens in plagam H, eaque semper manebit eadem utcunque haec sex corpora motum communicent atque inter se concurrant, modo nullum externum accedat. Semper enim erit perinde quoad directionen ac si libra ut 1 celeritate ut 8 feratur versus plagam H in parallela ipsi AH, et secundum hanc aestimationem etiam continue moles horum sex corporum versus plagam A promovebitur, in summa scilicet, licet particulatim considerando aliqua minus progrediantur, imo contraria directione ferantur.

VI.

PRINCIPIUM QUODDAM GENERALE NON IN MATHEMATICIS TANTUM SED ET PHYSICIS UTILE, CUJUS OPE EX CONSIDERATIONE SAPIENTIAE DIVINAE EXAMINANTUR NATURAE LEGES, QUA OCCASIONE NATA CUM R. P. MALLEBRANCHIO CONTROVERSIA EXPLICATUR, ET QUIDAM CARTESIANORUM ERRORES NOTANTUR.

Principium hoc Ordinis Generalis ab infinito habet originem, magnique in ratiocinando usus est, quanquam non satis usurpatum nec pro amplitudine sua cognitum. Absolutae est necessitatis in Geometria, sed tamen succedit et in Physica, quoniam suprema Sapientia, quae fons est rerum, perfectissimum Geometram agit et Harmoniam observat, cujus pulchritudini accedere nihil potest. Itaque principio hoc saepe utor tanquam probatione sive examine ad Lydium quendam lapidem, unde statim et solo exteriore aspectu multarum opinionum male cohaerentium detegi potest falsitas, etsi ad interiorem discussionem non perveniatur. Enuntiari potest hoc modo: Cum differentia duorum casuum infra omnem quantitatem datam diminui potest in datis sive positis, necesse est, ut simul diminuatur infra omnem quantitatem in quaesitis sive consequentibus quae ex positis resultant. Vel ut loquar familiarius: Cum casus (vel data) continue sibi accedunt, ita ut tandem alter in alterum abeat, oportet in consequentiis sive eventibus (vel quaesitis) respondentibus idem fieri. Quod pendet a principio adhuc generaliore: Datis nimirum ordinatis etiam quaesita esse ordinata. Sed regula illustranda est exemplis facilibus, quo melius appareat ratio ipsam in usum transferendi. Scimus per umbram seu projectionem circuli fieri Conicas, et projectionem rectae esse rectam. Si jam recta circulum in duobus punctis secet, etiam recta projecta circuli projectionem, verbi gratia Ellipsin aut Hyperbolam in duobus punctis secabit. Cum igitur porro recta circulum secans sic moveri possit, ut magis magisque extra circulum egrediatur, et puncta intersectionum sibi magis magisque appropinquent, donec tandem coincidant, quo casu recta circulo egredi incipit sive ipsum tangit; sequitur puncta intersectionum rectae et circuli projecta seu

puncta intersectionum rectae projectae cum projectione circuli et ipsa sibi continue accedere, et postremo punctis intersectionum veris in se invicem abeuntibus, etiam projecta in se invicem abire, ac proinde ubi recta circulum tangit, etiam rectam ab ipsa projectam tangere lineam conicam a circulo projectam. Quod est inter primaria Conicorum theoremata, et non ambagibus et apparatu figurarum, aut in unaquaque Conica separatim, ut solet apud alios, sed facili mentis intuitu generaliter hoc modo demonstratur. Sumamus aliud ex Conicis exemplum. Constat casum vel suppositionem Ellipseos accedere posse casui Parabolae, quantum quis volet, sic ut discrimen inter Ellipsin et Parabolam fieri possit minus discrimine quovis dato, modo concipiatur alterum focum Ellipseos a foco nobis propiore satis longe removeri, ita enim radii ab illo remoto foco venientes a parallelis tam parum different, quam quis volet, et proinde vi principii nostri omnia Theoremata Geometrica de Ellipsi in universum applicari poterunt ad Parabolam, siquidem haec consideretur tanquam Ellipsis foci alterius infinite abhinc distantis aut (si quis infiniti expressionem vitare velit) tanquam figura ab Ellipsi quadam minus differens quantitate data.

Idem jam Principium ad Physica transferamus. Exempli causa Quies considerari potest ut celeritas infinite parva, vel ut tarditas infinita. Et proinde quicquid verum est de celeritate et tarditate in universum, id verum etiam suo modo esse debet de quiete seu tarditate summa, et proinde qui regulas motus et quietis dare vult, meminisse debet, regulam quietis sic oportere concipi, ut possit intelligi velut corollarium quoddam sive casus specialis regulae motus. Quodsi id non succedat, certissimum signum est, regulas esse male constitutas et minime inter se consentientes. Sic et aequalitas considerari potest ut inaequalitas infinite parva, ubi discrimen est dato quovis minus. Neglectu hujus quoque observationis Cartesius, magni licet ingenii vir, in suis naturae legibus constituendis lapsus est. Nec repetam nunc quidem alium fontem errorum ejus, supra a me obstructum, ex confusione virium et quantitatis motuum ortum. Tantum ostendam quomodo in principium nostrum hic expositum peccaverit. Sumamus exempli causa regulam motus primam et secundam, quas in Principiis Philosophiae tradidit; has ajo inter se pugnare. Secunda enim ejus regula est: Si duo corpora B et C sibi directe

occurrant aequali velocitate, et B sit major quam C, reflecti quidem C priore sua velocitate, B autem continuare motum, atque ita ambo conjunctim ire in plagam quo prius tendebat B. Sed secundum regulam ejus primam B et C aequalia et aequivelocia directe sibi occurrentia reflectentur ambo ea qua venerant velocitate*). Hanc ego differentiam inter duos istos casus aequalitatis et inaequalitatis nego esse rationi consentaneam, cum enim inaequalitas corporum magis magisque decrescere possit tandemque fieri quantumlibet parva, ita ut discrimen inter suppositiones duas inaequalitatis et aequalitatis minus sit quovis dato; igitur vi nostri principii et luminis adeo naturalis, discrimen inter effectus vel consequentias harum suppositionum etiam deberet continue decrescere et tandem quovis dato fieri minus. Verum si secunda regula aeque vera esset ac prima, contrarium eveniret. Nam ex secunda regula augmentatio utcunque parva corporis B, antea aequalis ipsi C, facit in effectibus non discrimen utcunque parvum et paulatim crescens pro crescente augmentatione, ut debebat, sed statim maximum, ita ut hac additione indefinite parva ex absoluta reflexione ipsius B, tota sua velocitate, fiat absoluta continuatio ipsius B etiam tota sua velocitate, qui est ingens saltus ab uno extremo ad aliud, cum ratio jubeat, aucta nonnihil magnitudine atque adeo potentia ipsius B reflecti ipsum seu repelli paulo minus quam ante, ita ut augmento vel excessu imperceptibili ac pene nullo existente, etiam repulsae diminutio sit exigui admodum et pene nullius momenti. Similes incongruitates in reliquis Cartesii regulis deprehendentur, quas nunc non persequar.

Porro cum R. P. Mallebranchius in libro de Inquirenda Veritate praeclara non pauca monuerit, et nonnulla Philosophiae Car-

---

*) Anmerkung Leibnizens:

${}_1B$ ○ ${}_2B\,{}_2C$ ○○ ${}_1C$ ○ Cartes. reg. 1.
${}_3B$ ${}_3C$

${}_1B$ ○ ${}_2B_2C$ ○○ ${}_1C$ ○○ Cartes. reg. 2.
${}_3B\,{}_3C$

${}_1B$ et ${}_1C$ situs ante concursum, ${}_2B$ et ${}_2C$ in concursu, ${}_3B$ et ${}_3C$ aequali tempore a concursu quo prius ${}_1B$ et ${}_1C$ ante concursum. Et erit hoc loco secundum Cartes. ${}_1B\,{}_2B$ aequ. ${}_1C\,{}_2C$ aequ. ${}_2B\,{}_3B$ aequ. ${}_2C\,{}_3C$.

tesianae dogmata correxerit, et regulas quoque motuum aliter constituendas censuerit, operae pretium tunc putavi annotare nec ab ipso hujusmodi incongruitates esse vitatas, quod feci eo libentius, quia nec ipsum pro suo quem profitetur veritatis amore aegre laturum judicavi, et vel hinc apparere censui, quam utile sit haec admoneri, ut imposterum caveantur quae viris etiam ingeniosissimis imposuere. Sic igitur ille, ut in exemplo sententiam ejus proponamus: Sit Corpus B ut 2 celeritate $_1B_2B$ ut 1, Corpus vero C ut 1 celeritate $_1C_2C$ ut 2, quae directe sibi occurrant. Statuit ambo reflecti qua quodque venerat celeritate. Sed si vel celeritas vel magnitudo alterutrius corporis velut B tantillum augeatur, vult ambo corpora simul in eam plagam ire, in quam prius tenderat solum B, et quidem velocitate communi, quae erit circiter quatuor tertiarum seu quae velocitatem ipsius B priorem uno triente excedat, si scilicet ponamus augmentationem potentiae circa B factam tam esse exiguam, ut priores numeri sine errore consideratu digno retineri possint *). Sed quis credat ob mutationem tam exiguam, quam quis velit in suppositione respectu ipsius B factam, exsurgere magnam adeo differentiam in eventu, ita ut omnis cesset reflexio, et maximo saltu ab uno extremo ad aliud facto, B quod prius reflectebatur velocitate ut 1, nunc ideo tantum quia tantillum potentiae adjectum est, non modo non reflectatur, sed etiam progrediatur celeritate ut $\frac{4}{3}$. Ubi illud quoque prorsus παράλογον accidit, ut ictus contrarius alterius corporis C non repellat aut retardet corpus B ullo modo, sed ipsum quodammodo ad se attrahat, et conatum ejus contrarium sibi augeat, cum enim B ferretur ante ictum celeritate ut 1, nunc post occursum contrarii corporis C continuat motum velocitate ut $\frac{4}{3}$. Quod puto digeri non posse. Haec cum ergo monuissem in Replicatione mea ad Dn. Abb. D. C. Novell. Reip. lit. mense Febr. an. 1687 p. 139, respondit R. P. Mallebranchius April. ejusdem anni p. 48 laudabili admodum ingenuitate, agnoscens animadversionem hanc meam aliquid in recessu habere, paradoxas autem istas consecutiones ex hypothesi a

---

*) $_1B$ $\quad _2B\ _2C$ $\quad _1C$
□ □○ ○
$_3B$ $\quad _3C$ } Mallebranch.
$_1B$ $\quad _2B\ _2C$ $\quad _3B\ _3C$ $\quad _1C$
□ □○ □○ ○

se jam tum pro falsa agnita et refutata esse natas; sese enim in suo illo Inquirendae Veritatis opere libro 6. cap. ult. ratiocinatum esse ex hypothesi corporum perfecte durorum, cum tamen durities non nisi a circumstantium compressione, nec ut Cartesius putaverat, a quiete partium oriatur, ac proinde nunquam sit perfecta et absoluta. Si tamen ponatur Deum creare corpora perfecte dura, et simul servare eandem quantitatem motus (quod ipsi R. Patri etiamnum, si meam demonstrationem expendisset, verisimile amplius videri non potuisset) vel potius (ut ego sentio) eandem quantitatem virium, pro certo habet illas prope incredibiles consequentias a me notatas debere sequi aut necesse esse, ut vel corpus debilius C determinationem fortioris B mutet vel corpus debilius a fortiore, majore quam ipsius est fortioris velocitas repellatur sine interventu Elastri, quorum utrumque parum admodum credibile ipsi videtur. Quibus a me nonnihil responsum est Nov. Resp. lit. Jun. 1687 pag. 745. Et quidem ut taceam multo omnibus esse incredibilius, ut corpus B attrahatur a contrario C. Ubi semel admiserimus, quod vult R. P. Malebranchius non corpus tardius alteri dare motum suo celeriorem, sed Deum esse qui occasione situs corporum ipsos motus in iis producit, non apparet, cur etiam sine ullo elaterio non possit corpori C motum dare, quem conservandarum virium ratio dictat, celeriorem motu ipsius B, cujus occasione id facit, imo hoc ipsum ad confirmandam sententiam quae corpori in corpora veram actionem negat, prodesse potest. Utcunque autem sit, si Deus vellet perfecte dura creare corpora, caeteris omnibus ut nunc servatis, sequetur ex Principio nostro Generali, rationi consentaneum fore, ut ipsa dura Leges corporum quae revera in Mundo reperiuntur, hoc est Elasticorum sequantur, concipiendo dura ut Elastica perfectissima, quae in sese restituendis sint promtitudinis infinitae.

Et quanquam fatendum sit a voluntate divina pendere motuum leges, ut R. P. Mallebranchius notat, ipsa tamen voluntas divina ordinem ac rationem quandam servat in omnibus quae agit, ut consentiant inter se, nec proinde Principium Generale hic traditum in legibus naturae constituendis infringet aut male colligata atque hiantia fundamenta ponet. Et si evenirent in natura hujusmodi irregularitates quales admiserat R. Pater, credo Geometras prope non minus attonitum iri, quam si proprietates Ellipseos ad Parabolam praescripto supra modo accommodari non possent. Sed

nunquam opinor ullum exemplum occurret in natura, quod usque adeo offendat rationem. Porro quae in ipsis principiis simplicibus abstractisque paraloga sunt, ea in concretis naturae phaenomenis sunt tantum paradoxa. Nam in corporibus compositis fieri potest, ut exigua mutatio in datis magnam faciat effectus mutationem in eventibus, ita scintillula ingenti massae pulveris pyrii injecta urbem evertere potest, et videmus elaterium aliquod densum, exiguo obstaculo detentum, levi attactu liberari et magnam vim exercere; sed haec tantum abest ut contraria sint principio nostro, ut potius ex ipsis principiis generalibus recipiant explicationem. Sed in principiis ac rebus simplicibus nihil tale admitti potest, alioqui natura non foret effectus sapientiae infinitae.

Hinc jam apparet (paulo melius quam vulgo proponitur), quomodo vera Physica ex divinarum perfectionum fontibus sit haurienda. Deus enim est ultima ratio rerum, et Dei cognitio non minus est principium scientiarum quam essentia ejus et voluntas principia sunt rerum. Quo quisque in Philosophia interiore versatior est, eo facilius hoc agnoscit. Sed pauci hactenus ex consideratione Divinarum proprietatum veritates ducere potuerunt alicujus in scientiis momenti. Erunt fortasse qui speciminibus istis excitabuntur. Sanctificatur Philosophia, rivulis ex sacro Theologiae naturalis fonte in eam immissis. Et tantum abest, ut causae finales rejici debeant, et consideratio Mentis sapientissimae propter bonum agentis, atque adeo ut bonitas et pulchritudo rei sit arbitraria vel ad nos tantum relata et a Deo removenda, quorum illud Cartesio, hoc Spinosae visum est, ut contra potius ex consideratione Mentis potiora Physicae dogmata deducantur. Hoc jam praeclare a Socrate in Phaedone Platonis annotatum est, in Anaxagoram invehente aliosque Philosophos nimium Materiales, qui cum agnovissent principium intelligens materia superius, non utuntur tamen ejus ope, cum philosophandum est de universo, et ubi ostendendum erat, Mentem omnia optime ordinare eamque esse rationem rerum omnium quas producere scopo suo conveniens judicavit, confugiunt potius ad motus atque concursus brutorum corporum, confundentes conditiones et instrumenta cum causa vera. Perinde est (ait Socrates) ac si quis rationem redditurus, cur ego hic sedeam in carcere fatalem haustum expectans, nec potius ad Boeotios aliosve populos fugam, ut poteram, ceperim, hoc ideo fieri diceret, quod ossa et tendines et musculos habeam, ita flexos, quemadmodum ad

adhendum opus. Profecto nec ossa ista nec musculi hic forent, nec me vos sedentem videretis, nisi Mens judicasset dignius esse Socrate subire quod Leges jubent. Meretur ille Platonis locus integer legi, habet enim cogitationes solidas et perpulchras. Interea non nego, Effectus naturae et posse et debere explicari Mathematice vel Mechanice principiis semel positis, modo fines ususque admirabiles Providentiae ordinatricis non negligantur. Sed principia Physicae atque ipsius adeo Mechanicae non possunt amplius ex legibus mathematicae necessitatis deduci, sed ad rationem earum reddendam oportet supremam intelligentiam vocari in partes. Hoc demum est conciliare pietatem rationi, quod si considerasset Henricus Morus aliique viri docti ac pii, minus metuissent, ne quid religio detrimenti caperet ex incrementis Philosophiae Mechanicae vel Corpuscularis. Quae tantum abest, ut a Deo et Substantiis immaterialibus avertat, ut potius adhibitis correctionibus et omnibus bene consideratis, multo melius quam antea factum est a philosophis nos ad sublimiora illa ducat.

VII.

SCHEDIASMA DE RESISTENTIA MEDII ET MOTU PROJECTORUM GRAVIUM IN MEDIO RESISTENTE.

Galilaeus cum regulas motus projectorum investigavit, resistentiam medii seposuit; fecere idem Torricellius et qui secuti sunt, fatentur tamen aliqui defectum doctrinae atque hinc orientes in praxi errores. Blondellus quidem in libro de Jactu Bomborum putat, impune posse negligi hanc considerationem, sed argumenta ejus non sufficiunt, nec experimenta affert in magno sumta. Caeterum difficilior est rei Geometrica investigatio, quam ut ab illis, doctissimis licet viris, expectari facile et sperari potuerit, nondum inventis tunc aut certe non satis passim notis subsidiis. Et tamen leges projectorum verae et calculus experimentis consentiens, magno in balistica et pyrobolicis usui futurus, hinc potissimum pendere videntur.

Ego jam dudum inclytae Academiae Scientiarum Regiae Parisinae, cum apud illos agerem, de hoc argumento ratiocinationes communicavi et modum aestimandi ex parte tradidi, speciesque distinxi. Duplex igitur medii resistentia est, una absoluta, altera respectiva, quae plerumque concurrere solent. **Absoluta resistentia** est, quae tantundem virium mobilis absorbet, sive id parva sive magna velocitate moveatur, dummodo moveatur, et pendet a medii glutinositate; perinde enim est ac si partes filamentis motu mobilis perrumpendis connexae essent inter se. Eadem locum habet in **frictionibus** superficierum asperarum, in quibus mobilia decurrunt: nam obstacula sunt abradenda vel saltem deprimenda, ad instar pilorum elasticorum sese postea rursus erigentium; ad elastrum autem deprimendum vel ad filum rumpendum eadem semper vis impendenda est, nec refert quae sit agentis velocitas. **Resistentia respectiva** oritur ex medii densitate, et major est pro majori mobilis velocitate, eo ipso quod partes medii agitandae sunt a penetrante, movere autem aliquid est vim impendere, et eo majorem, quo major communicatur motus medii partibus, hoc est, quo celerior est motus penetrantis. Et resistentia fluidi quiescentis erga corpus incurrens est aequalis vi fluidi incurrentis in corpus quiescens, quae major est, cum celerior est motus fluidi, ut videmus corpora vento et aqua moveri, imo jactu aquae satis impetuoso gravia sustineri, licet hic quoque sese absoluta resistentia immisceat, a qua tamen abstrahendus est animus, cum respectivam aestimamus, quasi nulla esset medii tenacitas. Hoc quoque interest inter duas resistentiarum species, quod absoluta habet quodammodo rationem superficiei mobilis sive contactus, respectiva vero soliditatis. Utrobique paradoxum occurrit, quod mobile penetrans in medium uniforme ubique resistens, nunquam quidem ab eo redigetur ad quietem: a resistentia tamen absoluta corpus, quod vi semel concepta movetur neque aliunde acceleratur, certum habet limitem spatii sive penetrationis in medium, ita ut semper ad ipsum recta accedat, nunquam tamen eo perveniat, quam voco penetrationem maximam exclusivam, seu maximam quae non; a resistentia vero respectiva corpus uniformiter acceleratum (ut grave descendens) habet certum limitem velocitatis, seu maximam velocitatem exclusivam, ad quam semper accedit (ut postremo differentia sit insensibilis), ita tamen ut eam nunquam perfecte attingat. Et haec velocitas est illa ipsa, qua motum fluidum

(ad instar jactus aquae) posset grave sustinere, ne descendere incipiat. Utriusque motus leges primarias hic exponemus, quantum ista brevitas patitur, nam cuncta distincte tradere res integri tractatus foret.

De resistentia absoluta.

Artic. I.

Si motus mobilis sit per se uniformis et a medio aequaliter secundum spatia retardatus.

1) Decrementa virium sunt proportionalia incrementis spatiorum (quae est **hypothesis** casus praesentis).

2) Velocitates sunt proportionales spatiis, perditae percursis, residuae adhuc percurrendis. Ponantur incrementa spatii esse aequalia, erunt decrementa virium aequalia (per proposit. 1); jam si ejusdem mobilis decrementa virium sint aequalia, etiam decrementa velocitatum sunt aequalia*) (sunt enim vires ut quadrata velocitatum, aequalibus autem existentibus quadratis etiam aequalia sunt latera); itaque elementa velocitatum amissarum sunt ut elementa spatiorum percursorum, residuarum ut adhuc percurrendorum. Ergo velocitates sunt ut spatia. Nempe si in fig. 15 velocitas initio sit AE, spatium integrum in medio percurrendum sit recta AB, ejus pars jam percursa AM, adhuc percurrenda MB, velocitas residua MC (vel AF), amissa FE, erit ECB recta.

3) Si spatia residua (MB vel LT) sint ut numeri, tempora insumta (ML vel BT) erunt ut logarithmi; nam si elementa spatii sint progressionis Geometricae, erunt spatia residua ejusdem progressionis Geometricae, ergo (per 2) etiam velocitates residuae, ergo incrementa temporis sunt aequalia, ergo tempora ipsa progressionis Arithmeticae.

4) Mobile M nunquam absolvit spatium percurrendum integrum (AB), etsi semper accedat ad limitem (B), patet enim BT esse asymptoton lineae logarithmicae AL, scilicet ipsius AB numerus hic est 0, ipsius 0 logarithmus est infinitus. Interim in praxi motus fit tandem insensibilis, ut et distantia a B; praeterea nullibi datur medium perfecte uniforme.

5) Si mobile moveatur motu composito ex uniformi et ae-

---

*) Vergl. hierbei die Bemerkung Leibnizens in seinem Briefe an Joh. Bernoulli vom $\frac{8}{18}$ März 1696. Bd. III. S. 255.

qualiter a medio secundum spatia retardato, [illegible] si mobile ([illegible]) feratur in regula rigida (AB) secundum hypothesin praesentem (uti revera sic satis contingit ob frictionem, si globus in regula rigida horizontali recta moveatur), ipsa vero interim regula (AB) sibi parallela manens, uniformiter mota, uno extremo (B) incedat in aliqua recta (BT), describet lineam logarithmicam (AL). Generaliter enim, si mobile feratur motu composito ex uniformi et alterius legis, describet lineam ordinatis suis et abscissis relationem inter tempora et spatia dictae legis exprimentem, quod est memorabile Theorema. Habemus etiam hinc modum Physicum construendi Logarithmos, quos Geometria communis exacte construere non potest.

Artic. II.

Si motus sit a gravitate acceleratus et a medio aequabiliter secundum loca retardatus.

1) Est hoc loco hypothesis prima eadem cum hypothesi unica praecedenti, nempe decrementa virium (id est hoc loco velocitatum) facta a resistentia absoluta, sunt proportionalia incrementis spatiorum.

2) Accessiones velocitatum a gravitate sunt proportionales incrementis temporis, estque hypothesis altera ex natura motus gravium.

3) Dantur rectae proportionales temporibus insumtis, a quarum unaquaque si detrahatur recta aequalis respondenti spatio percurso a puncto mobili, residua recta erit proportionalis velocitati acquisitae; nam velocitates impressae sunt proportionales temporibus (per 2), amissae spatiis percursis (per 1 hic, ad modum proposit. 2 articuli praecedentis), ergo residuae acquisitae differentiis.

4) Si velocitatum acquisitarum complementa ad maximam sint ut numeri, tempora insumta erunt ut logarithmi. Nempe, retenta figura priore 15, sit AB velocitas maxima (quam mox patebit esse talem exclusive), AM acquisita, BM vel TL adhuc acquirenda seu complementum acquisitae BT, et ML tempus impensum; ex prop. 1 et 2 reperietur, temporum BT incrementis sumtis aequalibus, velocitatum AM incrementa esse ipsis BM proportionalia. Ergo si BT logarithmi, erunt BM numeri.

5) Hinc patet (ad modum proposit. 4 articuli praecedentis)

ad velocitatem maximam AB nunquam perveniri, seu esse talem exclusive.

Artic. III.

Si grave projiciatur in medio resistentiam habente absolutam,

hoc est si feratur motu composito ex motibus duorum articulorum praecedentium. In figura 16 ponatur grave in A positum, conans descendere in AG et parallelis, projici ex A directione AMB angulo quocunque MAG, et describere lineam AP; sit AB via maxima exclusiva articuli primi; compleantur parallelogramma MAGP, BAGH.

1) Recta horizonti perpendicularis (BK) per (B) limitem penetrationis (seu per punctum, ad quod mobile motu per se uniformi, in medio uniformi et absolute resistente, in recta AM progrediens, penetrare non potest) est lineae projectionis asymptotos, seu lineae duae, videlicet recta BK et curva AP utcunque continuatae sibi quidem semper accedunt, sese tamen nunquam attingunt, quia mobile ad partes B in AB et parallelis eodem modo tendit motu composito, ac si secundum solius articuli primi leges sine gravitate ferretur, nunquam ergo pervenit ad B vel aliquod ei aequivalens punctum in recta BK utcunque producta.

2) Linea projectionis non est ex numero conicarum, non utique parabola, circulus, aut ellipsis, hae enim carent asymptotis, non hyperbola, neque enim hic ut in hyperbola per punctum aliquod in recta utrinque indefinita BK sumtum duci potest adhuc alia linea asymptotos.

3) Datur certa quaedam linea simplex (hoc est paraboloeides aut hyperboloeides), cujus abscissae si sint proportionales spatiis (BM) residuis ad limitem penetrationis (AB) projectioni praescriptum, ordinatae sunt proportionales velocitatibus adhuc deficientibus ad acquirendum limitem velocitatis descensui praescriptum: lineam simplicem hic intelligo, cujus ordinatae sunt in ratione quacunque multiplicata aut submultiplicata abscissarum. Itaque sensus est, velocitates descensui adhuc deficientes esse in ratione spatiorum adhuc limiti penetrationis deficientium, secundum certum aliquem numerum constantem multiplicata. Hoc ex eo demonstratur, quod ambo possunt intelligi progressionis Geometricae, si tempora inserta sint progressionis Arithmeticae per art. 1 prop. 3 et art. 2 prop. 4, et utrobique numeri maximi le-

garithmus est 0, minimi infinitus, per art. 1 prop. 4 et art. 2 prop. 5. Cum numerus rationem multiplicans est rationalis, oritur aliqua linea paraboloeides aut hyperboloeides Geometriae communis. Porro hic numerus quibusdam experimentis inveniri potest.

4) Inveniri potest linea projectionis AP, seu relatio inter coordinatas AG spatium descensus et AM spatium progressionis per se uniformis. Nam art. 2 propos. 3 datur relatio simplex inter tempus insumtum, spatium descensu percursum AG, et velocitatem descensu acquisitam in G. In hac relatione pro tempore substituatur AM, ope relationis inter ipsa datae artic. 1 propos. 3, restat ergo relatio inter AG et AM, quae etsi sit transcendens, tamen nihil aliud supponit quam logarithmos.

Artic. IV.

De Resistentia Medii respectiva, si motus per se uniformis a medio uniformi retardatur proportione velocitatis,

quemadmodum fit considerata tantum medii densitate, nulla habita ratione tenacitatis.

1) Diminutiones velocitatum sunt in ratione composita velocitatum praesentium et incrementorum spatii. Quae est hypothesis casus praesentis.

2) Si velocitates residuae (ut MB seu LT fig. 15) sint ut numeri, spatia percursa (BT seu ML) sunt ut logarithmi. Eodem modo demonstratur ut art. 1 prop. 3, si pro spatiis illic positis ponas velocitates, et pro temporibus spatia.

3) Si tempora insumta, certa quantitate constanti aucta, sint ut numeri, spatia percursa sunt ut logarithmi. Nam spatii elementis existentibus aequalibus, temporis elementa sunt reciproce ut velocitates, hoc est crescunt progressione Geometrica (per praeced.), ergo (ex quadratura logarithmicae) tempora constanti quantitate aucta etiam sunt progressionis Geometricae.

4) Hinc etiam tempora constanti quantitate aucta sunt reciproce ut velocitates residuae. Patet ex consideratione praecedentis. Constans autem illa quantitas est tempus finitum, quo percurreretur spatium infinitum, si prima velocitas ea proportione cresceret, qua nunc a resistentia medii diminuitur. Et potest inveniri haec quantitas duobus experimentis, ex collatis spatiis et

temporibus, imo unico experimento, in quo considerantur tempus et velocitas.

Artic. V.

Si motus a gravitate acceleratus a medio uniformi retardetur proportione velocitatis.

1) Est hoc loco hypothesis 1. eadem cum hypothesi unica articuli praecedentis.

2) Et hypothesis 2. est eadem cum hypothesi 2. articuli secundi.

3) Resistentia est ad impressionem novam, a gravitate eodem temporis elemento factam (seu diminutio velocitatis ad accessionem) ut quadratum excessus velocitatis maximae super acquisitam est ad quadratum maximae*). Nam ex prop. 4 (hic) sequitur resistentias esse in composita ratione elementorum temporis et quadratorum velocitatum; at impressiones novae sunt ut elementa temporis per prop. 2, et in casu maximae velocitatis diminutio et accessio velocitatis sunt aequales. Unde facile concluditur propositum.

4) Si rationes inter summam et differentiam velocitatis maximae et minoris assumtae sint ut numeri, tempora, quibus assumtae velocitates sunt acquisitae, erunt ut logarithmi. Cum enim incrementum velocitatis sit differentia inter impressionem et resistentiam, hinc (ex praecedenti) statim sequitur impressionem esse ad incrementum velocitatis, ut quadratum velocitatis maximae ad excessum hujus quadrati super quadratum praesentis velocitatis assumtae. Ex quo scimus per quadraturas, summam impressionum inde ab initio, quae est proportionalis insumto tempori, esse ut logarithmum, si numerus sit qualem in propositione hac enuntiavimus.

5) Velocitas maxima est talis exclusive, seu nunquam attingi potest, etsi ad eam intervallo inassignabili accedatur. Nam cum ratio est aequalitatis, seu cum velocitas assumta est incipiens sive infinite parva, tempus (adeoque logar.) est 0, et proinde cum fit ratio infinita, hoc est cum velocitas assumta est ipsamet maxi-

*) In der Correspondenz zwischen Leibniz und Hugens (Bd. II. S. 75) findet sich folgende Verbesserung dieser Stelle: Resistentia est ad impressionem gravitatis ut quadratum velocitatis acquisitae ad quadratum velocitatis maximae.

ma, logarithmus rationis est infinitus. Itaque ad eam velocitatem acquirendam infinito tempore opus foret. Inveniri autem potest maxima velocitas per duo experimenta, collatis temporibus et velocitatibus, item per prop. 3.

6) Si velocitates acquisitae (AV fig. 17) sint ut sinus (arcuum HK portionum quadrantis circularis HKB), erunt spatia percursa (AS) ut logarithmi sinuum complementi (VK), posito radium seu sinum totum (AB) esse ut velocitatem maximam. Nam ex hypothesi 2. sequitur incrementa spatii esse in ratione composita velocitatum acquisitarum et impressionum gravitatis, sed impressiones sunt ad incrementa velocitatis, ut enunciatum est in demonstratione prop. 4. Hinc sequitur incrementa spatii esse in ratione composita incrementorum velocitatis et velocitatum directa, et reciproca ratione excessus quadrati maximae velocitatis super quadratum assumtae. Unde scimus per quadraturas sequi propositum. Patet hinc logarithmum sinus totius esse 0 (cum velocitas est 0), at evanescentis sinus complementi (cum velocitas est maxima) logarithmum seu spatium esse infinitum, unde rursus patet velocitatem maximam nusquam attingi.

7) Si spatia percursa (AS fig. 17) sint ut logarithmi sinuum (KV arcuum BK), tempora insumta sunt ut logarithmi rationum, quae sunt inter sinum versum (BV) et (VD) complementum ejus ad (BD) diametrum seu duplum sinus totius (AB). Patet ex collatis propositionibus 4 et 6.

Artic. VI.

Si grave projiciatur in medio uniformi resistentiam habente respectivam,

seu feratur motu composito ex motibus duorum articulorum praecedentium. Sit (fig. 17) projectio in AM et parallelis, descensus in AS et parallelis, angulo MAS quocunque; locus motus compositi P habetur compléto parallelogrammo MASP.

1) Inveniri potest linea projectionis (seu relatio inter AS et AM). Ex spatio AS datur (per artic. 5 prop. 6) AV velocitas descendendi in S seu in P. Ex hac (per prop. 7) datur tempus insumtum. Ex hoc (per artic. 4 prop. 3) datur spatium AM seu SP. Ex datis igitur lineis abscissis AS dantur ordinatae SP, ac proinde lineae puncta inveniri possunt.

2) Inveniri potest lineae tangens, seu ipsius mobilis in ea

directio. In AM sumatur MN, quae sit ad MP, ut velocitas in M, inventa per tempus insumtum (artic. 4. prop. 4) ad velocitatem in S, inventam per idem tempus (artic. 5 prop. 4), et juncta NP tanget curvam in puncto P. Et cum eadem sit velocitas descendendi in P, quae in S, itemque velocitas persequendi projectionis directionem in P, quae in M, patet qualis illa sit in puncto P; patet etiam qua vi mobile in ipsa linea projectionis feratur, velocitas enim in linea est ad velocitatem descensus, ut NP ad MP.

Possemus etiam in unum componere resistentiam absolutam ex articulis 1, 2, 3, et respectivam ex artic. 4, 5, 6, uti certe reverâ concurrunt in natura, sed prolixitas hic vitanda est. Multa ex his deduci possent praxi accommodata, sed nobis nunc fundamenta Geometrica jecisse suffecerit, in quibus maxima consistebat difficultas. Et fortassis attente consideranti vias quasdam novas vel certe satis antea impeditas aperuisse videbimur. Omnia autem respondent nostrae Analysi infinitorum, hoc est calculo summarum et differentiarum (cujus elementa quaedam in his Actis dedimus), communibus quoad licuit verbis his expresso.

Occasione eorum quae de usu pulveris pyrii mechanico in Lipsiensibus pariter Actis ac Roterodamensibus Novellis vidi, dicam primum celeberrimum Thevenotium, quod mihi constet, de tali re cogitasse ad Hydraulica negotia, unde et mihi aliqua porro meditandi materia nata est, quam comprehendat *Περιάνδρου Κλεάνθης*. Quod obiter hic adjicere volui.

Additio *).

Postquam Meditationes quasdam de Medii resistentia in his Actis publicavi, venere in manus meas, quae Viri in Mathematica naturae cognitione praecellentissimi Hugenius et Newtonus in novissimis operibus de eodem argumento sunt commentati. Animadverti autem eos respectivam tantum (quam voco) resistentiam attigisse, qualem scilicet sentit corpus in liquido tenacitate notabili carente, velut in aëre, non vero absolutam, quae oritur a tenacitate medii aut asperitate superficiei contactus attritum efficiente, inter quas multum interesse jam tum ostendi, cum respectiva

*) Dieser Zusatz findet sich in Act. Erudit. Lips. an. 1691.

habeat respectum ad celeritatem mobilis, eaque aucta crescat, absoluta non item. Circa respectivam video nos iisdem fundamentis inaedificasse, etsi prima fronte aliud videri possit. Ipsi enim statuunt resistentias in duplicata ratione velocitatum, ego vero absolute loquendo resistentias (quas decrementis velocitatis a medii densitate ortis existimo) esse dixi in ratione composita velocitatum et elementorum spatii, quae scilicet velocitatibus respondentibus decurri inchoantur; unde jam elementis temporis sumtis aequalibus (quo casu elementa spatii decurrenda velocitatibus proportionalia sunt) utique resistentiae erunt in duplicata ratione velocitatum, quod etiam annotaveram sub art. 5 prop. 3. Nec dissentit conclusio circa relationem inter tempora et velocitates in gravi per medium descendente. Hanc enim ad sectorem hyperbolicum reduxit Newtonus, ad seriem infinitam Hugenius, quam invenit pendere a quadratura hyperbolae, nos ad logarithmos artic. 5 prop. 4 tanquam perfectissimum talia exprimendi modum praebentes. Nempe sit velocitas maxima a, praesens v, tempus t fiet $= \int, dv . aa : \overline{aa - vv}$, quo posito t sunt ut logarithmi rationum $a + v$ ad $a - v$; fiet etiam $t = \frac{1}{1} v + \frac{1}{3} v^3 + \frac{1}{5} v^5 + \frac{1}{7} v^7$ etc. posita a unitate. Circa compositionem motus in medio resistente rectissime monuit celeberrimus Hugenius, eam non ita simpliciter locum habere, ut in motu libero, itaque ea quam exposui articulo 3 et 6 ita accipienda est verbi gratia, ac si corpus aliquod moveatur in medio secundum unam legem motus compositi, et huic ipsi corpori (veluti navi) sit inclusum medium ejusdem cum priori naturae, in quo iterum aliud corpus feratur, cujus jam motus ex communi navis motu et ipsius proprio velut projectionem faciet ita se habentem ut descripsimus.

VIII.

TENTAMEN DE MOTUUM COELESTIUM CAUSIS*).

(Erste Bearbeitung.)

Constat Veteres, praesertim qui Aristotelis et Ptolomaei placita secuti sunt, nondum agnovisse naturae majestatem,

---

*) Leibniz befand sich zu Rom, als er die obige Abhandlung schrieb. Wie aus dem Nachstehenden hervorgeht, scheint er anfangs

quae nostro demum et praecedenti aevo praesentius illuxit, ex quo Copernicus pulcherrimam Pythagoreorum Hypothesin, quam ipsi

---

die Absicht gehabt zu haben, dieselbe in Rom drucken zu lassen; es schwebte ihm indess das Schicksal Galiläi's lebhaft vor Augen und vorsichtig beschloss er zunächst über die Stimmung des kirchlichen Censurgerichts Genaueres zu erfahren. Er verfasste deshalb das folgende Promemoria und übersandte es einem Priester, um dessen Urtheil zu vernehmen.

Praeclarum Ciceronis dictum est: opinionum commenta delet dies, naturae judicia confirmat. Id nos circa optimam Mundani Systematis explicandi rationem experimur, quae novis quotidie inventis eo pervenit, ut jam vix quisquam sit Insignium Mathematicorum qui non praeferendam fateatur si per superiorum decreta censurasque liceret. Unde jam olim Christophorus Clavius Societatis Jesu, Mathematicus celebris, cum senex nova per Telescopium inventa coelestia et imprimis lunulas Joviales intellexissit, actum esse exclamavit de recepta Astronomia. Videbat enim vim maximam Analogiae, quam postea nova reperta Annuli et Comitum Saturni tam manifestam reddidere, ut vix ei amplius resisti possit. Et Claudius des Chales ex eadem Societate Jesu, vir in his studiis versatissimus, ingenue fassus est vix aliam Hypothesin sperari posse, quae phaenomenis tam pulchre pleneque satisfaciat. Absurdam quidem in Philosophia non esse, ut olim credebatur, concedent hodie plerique omnes. Ricciolus ipse omnia argumenta vulgaria contra eam allata rejecit excepto uno quod sumitur a motu gravium aut projectorum, sed hoc quoque nullam vim habere Gassendus, P. Stephanus de Angelis et Joh. Alphonsus Borellus evicerunt.

Quod attinet ad argumenta Theologica ab auctoritate Scripturae Sacrae sumta fassi sunt P. Mersennus Ordinis Minimorum, et P. Honoratus Fabrius Soc. Jesu nihil prohibere quin Ecclesia post agnitam aliquando ab eruditis rationum naturalium efficaciam pondusque maximum declaret, verba autorum sacrorum sic posse accipi, ut accipiuntur verba omnium Mathematicorum qui licet novum systema sequantur, semper tamen dicent et dicere debent solem occidere et oriri, quoties theoriam planetarum non ex professo tractant.

Interim merito censurae subjecta est eorum audacia, qui minus reverenter de Scriptura Sacra sentire visi sunt, quasi scilicet non satis accurate sit locuta eo praetextu quod finis ejus non sit docere philosophiam sed viam salutis. Honorificentius enim et verius est agnoscere in sacris libris omnes scientiarum quoque thesauros reconditos latere, et de rebus non minus Astronomicis quam aliis omnibus rectissima dici, quod salvo etiam novo systemate asseri potest. Nam autores sacri aliter sine absurditate non poterant sensa animi exprimere, etiamsi millies verum ponatur systema novum. Et ridiculus foret Historicus,

fortasse magis suspicione libasse quam recte constituisse videntur, ex tenebris revocatam, summa simplicitate phaenomenis satisfacere

---

quamcunque demum in Mathematicis opinionem secutus, qui non solem sed terram oriri aut occidere dictitaret.

Ut vero res intelligatur exactius, sciendum est Motum ita sumi, ut involvat aliquid respectivum et non posse dari phaenomena ex quibus absolute determinetur motus aut quies; consistit enim motus in mutatione situs seu loci. Et ipse locus rursus aliquid relativum involvit, etiam ex Aristotelis sententia, qui definivit superficie ambientis. Hinc in rigore omne systema defendi potest, ita ut ne ab angelo quidem Metaphysica certitudine aliquid absoluti determinari inde queat, quoniam ipsa conditio est legum motus, ut omnia eodem modo in phaenomenis eveniant, nec dijudicari possit utrum et quatenus corpus aliquod datum quiescat vel moveatur, nisi rationem majoris explicabilitatis habendo, idque adeo verum est ut ne vis quidem agendi verum sit motus absoluti indicium. Ut si globus in navi manu impulsus currat per lineam rectam horizontalem a prora versus puppim, et navis interim aequali celeritate moveatur directione contraria a puppi ad proram, nullus erit motus globi absolute loquendo, absolute enim globus in eodem manet loco spatii ut apparet spectanti ex ripa immota, et tamen globus habet motum respectivum, relatione eorum quae sunt in navi, et licet (ex hypothesi) quiescat absolute et in rigore, tamen aliquid in navi oppositum frangere potest. Itaque quemadmodum quoties de navi et his quae in ea fiant, ut de impressione manus in globum, aut ruptura alicujus vasis vitrei quod in navi forte globo obstiterat, agitur, omnes vere et recte dicemus, globum moveri; respectu vero ripae rursus vere et recte dicemus globum quiescere, cum semper eundem situm ad omnia puncta immota in ripa assumta servet, ita eodem modo dicemus veram esse non minus Doctrinam Sphaericam Ptolemaei, quam Doctrinam Theoricam Copernici; et tam ineptum esse motum terrae infercire explicationi sphaericae primi mobilis quam ineptum est per innumeros epicyclos et eccentricos theoriam planetarum tradere velle, quam Hypothesis nova vel potius antiqua renovata mira simplicitate intellectui exhibet. Unde patet, qui Hypothesin Copernici veram esse dicunt, sic sentire vel intelligi debere, ut sit optima, hoc est ad explicanda phaenomena aptissima, neque aliam in re quae sua natura respectum involvit veritatem locum habere. Atque his recte perceptis quilibet salva censura novum systema sequi et summo gradu Copernicanus esse potest.

Id vero agnosci tandem aliquando summe interest et pietatis et sententiarum quas consistere non posse cum obsequio fidei quidam non sine alterutrius injuria suspicantur, quibus obsistendum esse merito decrevit postremum Concilium in Laterano, sufficit igitur eorum damnari audaciam, qui scripturam minus accurate de rebus astrorum locutam dicere non verentur, de cetero aliis autem . . . .

. . libertate statuendi de veriore Hypothesi; ex quo res ipsa esten-

ostendit. Tycho autem Copernicum in summa systematis (excepta Solis Terraeque transpositione) secutus, ad observationes solito accuratiores animum adjecit, et orbium solidorum apparatum minime decorum ex coelo sustulit. Etsi autem ex Herculeis laboribus suis non satis fructus perceperit, partim praejudiciis quibusdam exclusus, partim morte praeventus, divina tamen providentia factum est, ut observationes ejus et molimina venerint in manus

---

dit, systema novum uti hodie explicatur neque absurdum esse neque temere defendi, sed maximis niti argumentis, et salva fide catholica multos viros magnos doctrinae et pietatis ad ejus defensionem inclinare. Atque hac sane censurae pristinae explicatione tolletur scrupulus qui multos male habet et praeveniet censores revocandi aliquando decreti necessitatem, neque sese torrenti proficientis seculi ac publicae eruditorum voci frustra opponent. Quin et falsis eorum improperationibus occurretur qui veritatem apud Catholicos opprimi jactant et evectas mentes ab Ecclesiae communione avertunt. Idem honoris Italiae interest; ita enim praestantia ingenia non ibi minus quam apud alias gentes frui poterunt luce seculi, et praeclaris inventis incumbere, quae nunc ab aliis praeripiuntur. Neque aliam ego summorum virorum mentem esse puto, penes quos Censurae vis est.

Et vero tanta est Copernicani systematis praestantia ad explicanda phaenomena planetarum, ut fatendum sit Astronomum qui id non intelligeret in meris tenebris versaturum, tantaque in dies nova inventa ejus harmoniam et simplicitatem confirmant, ut verendum sit ne qui ipso uti nolunt, ipsius Dei gloriam obscurent, ademta agnoscendae in tantis operibus admirabilis ejus sapientiae occasione. Id vero nunc maxime (si unquam) dici posse videtur, ex quo nova quaedam lux exorta est de physicis motus planetarii causis, cujus leges universales mira felicitate explicantur motu composito ex circulatione harmonica circa solem et solicitate quadam velut magnetica planetae ad solem tanquam gravis ad centrum, quae non tam per modum hypotheseos assumuntur quam per regressum geometricum ex phaenomenis demonstrantur, ut jam de optimo systemate vix amplius dubitandi locus aliquis relictus esse videatur.

Das Vorstehende übersandte Leibniz mit folgendem Schreiben:

Ad R. P. B.

Rogo Reverentiam Vestram ut mihi sententiam suam circa doctrinam in charta adjecta expressam schedula consignet, utrum nimirum qui ita statuit, in censuras contra absolutam Copernicani Systematis defensionem latas non incurrat. Quod vel ideo expeto, quia fieri potest, ut mihi quam primum circa haec publicandi aliquid occasio nascatur. Atque ita R^{a} V^{a} fortasse non me tantum, sed et rem publicam literariam obstringet. Me commendo R^{ae} V^{ae} servus humillimus

G. L.

Viri incomparabilis **Johannis Kepleri**, cui fata servaverant, ut primus publicaret mortalibus.

Jura poli, rerumque fidem legesque Deorum.

Hic ergo invenit, quemlibet planetam primarium orbitam describere ellipticam, in cujus altero focorum sit Sol, ea lege motus, ut radiis e Sole ad planetam ductis, areae semper abscindantur temporibus proportionales. Idem deprehendit, plures planetas ejusdem systematis habere tempora periodica in sesquiplicata ratione distantiarum mediarum a Sole, mire profecto triumphaturus, si scivisset (quod praeclare Cassinus notavit) etiam Jovis et Saturni satellites easdem leges servare respectu suorum planetarum primariorum, quas isti erga Solem. Sed tantarum tamque constantium veritatum causas dare nondum potuit, tum quod Intelligentiis aut sympathiarum radiationibus inexplicatis haberet praepeditam mentem, tum quod nondum illius tempore Geometria interior et scientia motuum eo, quo nunc, profecissent. Aperuit tamen et rationibus indagandis aditum. Nam ipsi primum indicium debetur verae causae gravitatis, et hujus naturae legis, a qua gravitas pendet, quod corpora rotata conantur a centro recedere per tangentem, et ideo si in aqua festucae vel paleae innatent, rotato vase aqua in verticem acta, festucis densior atque ideo fortius quam ipsae excussa a medio, festucas versus centrum compellit, quemadmodum ipse diserte duobus et amplius locis in Epitome Astronomiae exposuit, quamquam adhuc subdubitabundus et suas ipse opes ignorans, nec satis conscius quanta inde sequerentur tum in Physica tum speciatim in Astronomia. Sed his deinde egregie usus est **Cartesius**, etsi more suo autorem dissimulavit. Miratus autem saepe sum, quod Cartesius legum coelestium a Keplero inventarum rationes reddere ne aggressus est quidem, quantum constat, sive quod non satis conciliare posset cum suis placitis, sive quod felicitatem inventi ignoraret nec putaret tam studiose a natura observari.

Porro cum minime physicum videatur, imo nec admirandis Dei machinamentis dignum, **Intelligentias** peculiares itineris directrices assignare sideribus, quasi Deo deessent rationes eadem corporeis legibus perficiendi, et vero **orbes solidi** dudum sint explosi, **sympathiae** autem et magnetismi aliaeque id genus abstrusae qualitates aut non intelligantur, aut ubi intelliguntur, corporearum impressionum effectus apparituraе judicentur; nihil aliud ego quidem superesse judico, quam ut causa motuum coelestium

a motibus aetheris, sive ut astronomice loquar, ab orbibus deferentibus quidem, sed fluidis, oriantur. Haec sententia vetustissima est, etsi neglecta: nam Leucippus Epicuro prior eam adeo expressit, ut in systemate formando ipsum adhibuerit δίνης (vorticis) nomen, et audivimus, quomodo Keplerus motu aquae in vorticem actae gravitatem adumbraverit. Et ex itinerario Monconisii discimus, jam tum Torricellii fuisse sententiam (et ut suspicor, etiam Galilaei, cujus iste discipulus erat), totum aetherem cum planetis motu Solis circa suum centrum acti circumagi, ut aqua a baculo in medio vasis quiescentis circa suum axem rotato, et ut paleas seu festucas aquae innatantes, sic astra medio propiora celerius circumire. Sed haec generaliora non difficulter in mentem veniunt. Nobis vero propositum est, ipsas motuum leges distinctius explicare, quod longe altioris indaginis esse res docebit. Et cum aliqua in eo genere nobis lux affulserit, et inquisitio commode admodum et naturaliter successisse videatur, in eam spem erectus sum, veris motuum coelestium causis a nobis appropinquatum esse.

1) Ut ergo rem ipsam aggrediamur, ante omnia demonstrare potest, secundum naturae leges omnia corpora, quae in fluido lineam curvam describunt, ab ipsius fluidi motu agi. Omnia enim curvam describentia ab ea recedere conantur per rectam tangentem (ex natura motus), opportet ergo esse quod coerceat. Nihil autem contiguum est nisi fluidum (ex hypothesi) et nullus conatus coercetur nisi a contiguo et moto (ex natura corporis), fluidum ergo ipsum in motu esse necesse est.

2) Hinc sequitur, planetas moveri a suo aethere, seu habere orbes fluidos deferentes vel moventes. Omnium enim consensu lineas curvas describunt, nec possibile est phaenomena explicari, suppositis motibus rectilineis tantum. Itaque (per praecedentem) moventur a fluido ambiente. Idem aliter demonstrari potest ex eo quod motus planetae non est aequabilis, seu aequalibus temporibus aequalia spatia describens. Unde etiam necesse est, ut a motu ambientis agatur.

3) Circulationem voco Harmonicam, si velocitates circulandi, quae sunt in aliquo corpore, sint radiis seu distantiis a centro circulationis reciproce proportionales, vel (quod idem) si ea proportione decrescant velocitates circulandi circa centrum, in qua crescunt distantiae a centro, vel brevissime, si crescant velo-

citates circulandi proportione vicinarum. Ita enim si radii seu distantiae crescant aequabiliter seu arithmetice, velocitates decrescent harmonica progressione. Itaque non tantum in arcubus circuli, sed et in curva alia quacunque describenda circulatio harmonica locum invenire potest. Ponamus mobile M (fig. 10) ferri in curva quavis ${}_3M\,{}_2M\,{}_1M$ (vel ${}_1M\,{}_2M\,{}_3M$) et aequalibus temporis elementis describere elementa curvae ${}_3M\,{}_2M$, ${}_2M\,{}_1M$, intelligi potest motus compositus ex circulari circa centrum aliquod ut ⊙ (velut ${}_3M\,{}_2T$, ${}_2M\,{}_1T$) et rectilineo velut ${}_2T\,{}_2M$, ${}_1T\,{}_1M$ (sumtis ⊙${}_2T$ aequ. ⊙${}_3M$, et ⊙${}_1T$ aequ. ⊙${}_2M$), qualis motus intelligi etiam potest, dum regula seu recta rigida indefinita ⊙n movetur circa centrum ⊙, et interim mobile M movetur in recta ⊙n. Nihil autem refert, quis sit motus rectilineus, quo ad centrum acceditur vel ab ipso receditur (quem voco motum paracentricum), modo circulatio ipsius mobilis M, ut ${}_3M\,{}_2T$, sit ad circulationem aliam ejusdem mobilis, ${}_2M\,{}_1T$, ut ⊙${}_1M$ ad ⊙${}_2M$, hoc est si circulationes aequalibus temporum elementis factae sint reciproce ut radii. Cum enim arcus isti elementarium circulationum sunt in ratione composita temporum et velocitatum, tempora autem elementaria assumantur aequalia, erunt circulationes ut velocitates, itaque et velocitates reciproce ut radii erunt, adeoque circulatio dicetur harmonica.

4) Si mobile feratur circulatione Harmonica (quicunque sit motus Paracentricus), erunt areae radiis ex centro circulationis ad mobile ductis abscissae temporibus insumtis proportionales, et vicissim. Cum enim arcus Circulares Elementares, ut ${}_1T\,{}_2M$, ${}_2T\,{}_3M$, sint incomparabiliter parvi respectu radiorum ⊙${}_2M$, ⊙${}_3M$, erunt differentiae inter arcus et sinus eorum rectos (ut inter ${}_1T\,{}_2M$ et ${}_1D\,{}_2M$) ipsismet differentibus incomparabiles, ac proinde (per Analysin nostram infinitorum) habentur ea pro nullis, et arcus ac sinus pro coincidentibus. Ergo ${}_1D\,{}_2M$ ad ${}_2D\,{}_3M$ ut ⊙${}_2M$ ad ⊙${}_1M$, seu ⊙${}_1M$ in ${}_1D\,{}_2M$ aequ. ⊙${}_2M$ in ${}_2D\,{}_3M$, ergo et aequantur horum dimidia triangula nempe ${}_1M\,{}_2M$ ⊙ et ${}_2M\,{}_3M$ ⊙, quae cum sint elementa areae A ⊙ MA, itaque aequalibus ex hypothesi sumtis temporis elementis, etiam areae elementa sunt aequalia, et vicissim, ac proinde areae A ⊙ MA sunt temporibus, quibus percursi sunt arcus AM, proportionales.

5) Assumsi inter demonstrandum quantitates incompa-

rabiliter parvas, verbi gratia differentiam duarum quantitatum communium ipsis quantitatibus incomparabilem. Sic enim talia, ni fallor, lucidissime exponi possunt. Itaque si quis nolit adhibere infinite parvas, potest assumere tam parvas quam sufficere judicat, ut sint incomparabiles et errorem nullius momenti, imo dato minorem, producant. Quemadmodum terra pro puncto, seu diameter terrae pro linea infinite parva habetur respectu coeli, sic demonstrari potest, si anguli latera habeant basin ipsis incomparabiliter minorem, angulum comprehensum fore recto incomparabiliter minorem, et differentiam laterum fore ipsis differentibus incomparabilem; item differentiam sinus totius, sinus complementi et secantis fore differentibus incomparabilem; item differentiam chordae, arcus et tangentis. Unde cum hae sint ipsae infinite parvae, erunt differentiae infinities infinite parvae, et sinus versus etiam erit infinities inifinite parvus adeoque recto incomparabilis. Et infiniti sunt gradus tam infinitorum, quam infinite parvorum. Et possunt adhiberi triangula communia inassignabilibus illis similia, quae in Tangentibus, Maximisque et Minimis, et explicanda curvedine linearum usum habent maximum; item in omni pene translatione Geometriae ad naturam, nam si motus exponatur per lineam communem, quam dato tempore mobile absolvit, impetus seu velocitas exponetur per lineam infinite parvam, et ipsum elementum velocitatis, quale est gravitatis solicitatio, vel conatus centrifugus, per lineam infinities infinite parvam. Atque haec Lemmatum loco annotanda duxi pro Methodo nostra quantitatum incomparabilium et Analysi infinitorum tanquam Doctrinae hujus novae Elementa.

6) Ex his jam consequens est, planetas moveri circulatione Harmonica, primarios circa Solem, satellites circa suum primarium, tanquam centrum. Radiis enim ex centro circulationis ductis areas describunt temporibus proportionales (per observationes). Ergo temporum elementis positis aequalibus est triang. $_1M\,_2M$ ⊙ aequ. triang. $_2M\,_3M$ ⊙, et proinde ⊙$_1M$ ad ⊙$_2M$ est ut $_2D\,_3M$ ad $_1D\,_2M$, quod est circulationem harmonicam esse.

7) Consentaneum etiam est, Aetherem seu Orbem fluidum cujusque planetae moveri circulatione harmonica; nam supra ostensum est, nullum corpus in fluido sponte moveri linea curva, erit ergo in aethere circulatio, eamque rationis est credere consentientem circulationi planetae, ita ut sit etiam

circulatio aetheris cujusque planetae harmonica, hoc est si orbis planetae fluidus in innumeros orbes circulares concentricos exiguae crassitudinis cogitatione dividatur, quilibet suam habebit propriam circulationem tanto velociorem proportione, quanto quisque erit propior Soli. Sed hujus motus in aethere alias exactius reddetur ratio.

8) Itaque ponemus planetam moveri motu duplici seu composito ex circulatione harmonica orbis sui fluidi deferentis et motu paracentrico, quasi cujusdam gravitatis seu attractionis, hoc est impulsus versus Solem seu planetam primarium. Facit autem circulatio aetheris, ut planeta circuletur harmonice, non velut motu proprio, sed quasi tranquilla natatione in fluido deferente cujus motum sequitur; unde nec impetum circulandi velociorem retinet, quem habuerat in orbe inferiore seu propiore, sed eum elanguescentem, dum superiores (majori velocitati quam suae resistentes) trajicit, continue deponit, et sese orbi quem accedit insensibiliter accommodat. Vicissim dum a superioribus ad inferiores tendit, impetum eorum accipit. Idque eo facilius fit, quia ubi semel consensit planetae motus cum praesentis orbis motu, postea a proximis parum differt.

9) Explicata circulatione harmonica, veniendum est ad Motum paracentricum planetarium, ortum ex impressione excussoria circulationis et attractione solari inter se compositis. Liceat autem appellare attractionem, licet revera sit impulsus, utique enim Sol quadam ratione tanquam magnes concipi potest; ipsae autem actiones magneticae a fluidorum impulsibus haud dubie derivantur. Unde etiam vocabimus Solicitationem Gravitatis, concipiendo planetam tanquam grave tendens ad centrum, nempe Solem. Pendet autem species orbitae a speciali lege attractionis. Videamus igitur quae lex attrahendi lineam ellipticam faciat, idque ut consequamur, in Geometriae adyta parumper ingrediamur necesse est.

10) Cum omne mobile a linea curva quam describit recedere conetur per Tangentem, licebit conatum hunc vocare excussorium, ut in motu fundae, cui aequalis requiritur vis, quae mobile coërcet, ne evagetur. Hunc conatum metiri licebit perpendiculari ex puncto sequenti in tangentem puncti praecedentis inassignabiliter distantis. Et cum linea est circularis, hanc vim celeberrimus Hugenius,

qui primus eam Geometrice tractavit, appellavit centrifugam. Omnis autem conatus excussorius est respectu velocitatis seu impetus ex conatu repetito aliquandiutino concepti infinite parvus, quemadmodum et solicitatio gravitatis, quae homogeneae cum ipso est naturae. Unde et eadem causa utriusque confirmatur. Nec proinde mirum est, quod voluit Galilaeus, percussionem esse infinitam comparatione gravitatis nudae seu, ut ego loquor, simplicis conatus, cujus vim ego mortuam vocare soleo, quae agendo demum concipiens impetum repetitis impressionibus viva redditur.

11) Conatus centrifugus seu conatus excussorius circulationis exprimi potest per PN sinum versum anguli circulationis $_1M\odot N$ (vel quod ob differentiam radiorum inassignabilem eodem redit, per $_1D_1T$), nam sinus versus aequatur perpendiculari ex uno extremo arcus circuli puncto in tangentem alterius ductae, qua conatum excussorium expressimus in praecedenti (potest etiam exprimi conatus centrifugus per PV, differentiam radii et secantis ejusdem anguli, cujus differentiae discrimen a sinu verso est infinitesies infinities infinite parvum adeoque nullissimum respectu radii). Hinc porro cum sinus versus sit in duplicata ratione chordae seu arcus inassignabilis sive velocitatis, sequitur conatus centrifugos mobilium aequabili motu aequales circulos describentium esse in duplicata ratione velocitatum, inaequales describentium esse in ratione composita ex quadrata velocitatum et reciproca radiorum*).

12) Conatus centrifugi mobilis harmonice circulantis sunt in ratione radiorum reciproca triplicata. Sunt enim (per praecedentem) in reciproca radiorum et directa duplicata velocitatum, id est (quia velocitates circulationis harmonicae sunt reciproce ut radii) duplicata reciproca radiorum; ex simplice autem reciproca et duplicata reciproca fit reciproca triplicata. Pro calculo sit ϑa planum constans aequale semper duplo triangulo elementari $_2M\,_3M\odot$ seu rectangulo $_2D\,_3M$ in $\odot_3M$ radium seu r, ergo $_2D_3M$ erit $\vartheta a : r$ seu ϑa divis. per r, jam $_2D_3T$ conatus centrifugus aequ. $_2D_3M$ quadr. divis. per bis $\odot_3M$, ergo aequ. $\vartheta\vartheta aa : 2r^3$.

*) Siehe in Bezug auf die num. 11, 12, 15, 21, 27, 30 die Abhandlung: Illustratio Tentaminis de motuum coelestium causis.

13) Si motus paracentricus (recessus a centro Ω vel ad ipsum accessus) sit aequabilis, et circulatio harmonica, linea motus ΩMG erit spiralis ex centro Ω incipiens, cujus ea est proprietas, ut segmenta $\Omega GM\Omega$ sint proportionalia radiis, id est hoc loco chordis ΩG ex centro eductis, sunt enim tam areae, hoc est segmenta, quam (ob aequabilem recessum) radii temporibus proportionales. Multae sunt aliae notabiles hujus spiralis proprietates, nec difficilis constructio. Imo generalis datur methodus in circulatione Harmonica, si ex radiis dentur tempora, aut velocitates paracentrici motus, aut saltem elementa impetuum seu solicitationes gravitatis, construendi lineas saltem suppositis quadraturis.

14) Solicitatio paracentrica, seu gravitatis vel levitatis exprimitur recta ${}_3ML$ ex puncto curvae ${}_3M$ in puncti praecedentis inassignabiliter distantis ${}_2M$ tangentem ${}_2ML$ (productam in L) acta, radio praecedenti $\odot\,{}_2M$ (ex centro $\odot$ in punctum praecedens ${}_2M$ ducto) parallela.

15) In omni circulatione harmonica elementum impetus paracentrici (hoc est incrementum aut decrementum velocitatis descendendi versus centrum vel ascendendi a centro) est differentia vel summa solicitationis paracentricae (hoc est impressionis a gravitate vel levitate, aut causa simili factae) et dupli conatus centrifugi (at ipsa circulatione harmonica orti), summa quidem, si levitas adsit; differentia, si gravitas: ubi praevalente gravitatis solicitatione crescit descendendi, vel decrescit ascendendi velocitas, ut praevalente duplo conatu centrifugo, contra. Ex ${}_1M$ et ${}_3M$ normales in $\odot\,{}_2M$ sint ${}_1MN$ et ${}_3M\,{}_2D$; cum ergo triangula ${}_1M\,{}_2M\odot$ et ${}_2M\,{}_3M\odot$ sint aequalia ostensa ob circulationem harmonicam, erunt (ob basin communem $\odot\,{}_2M$) et altitudines ${}_1MN$ et ${}_3M\,{}_2D$ aequales. Jam sumta ${}_2MG$ aequali L_3M, jungatur ${}_3MG$ parallela ipsi ${}_2ML$; igitur congrua erunt triangula ${}_1MN_2M$ et ${}_3M_2DG$, et erit ${}_1M_2M$ aequ. G_3M, et N_2M aequ. G_2D. Porro in recta $\odot\,{}_2M$ (si opus producta, quod semper subintelligo) sumatur $\odot P$ aequ. $\odot\,{}_1M$, et $\odot\,{}_2T$ aequ. $\odot\,{}_3M$, erit P_2M differentia inter radios $\odot\,{}_1M$ et $\odot\,{}_2M$, et ${}_2T\,{}_2M$ differentia inter radios $\odot\,{}_2M$ et $\odot\,{}_3M$. Jam P_2M aequ. (N_2M seu) G_2D+NP, et ${}_2T\,{}_3M$ aequ. ${}_2MG+G_2D-{}_2D\,{}_2T$, ergo $P_2M-{}_2T\,{}_2M$ (differentia differentiarum) erit $NP+{}_2D\,{}_2T-{}_2MG$, hoc est (quia NP et ${}_2D\,{}_2T$ sinus versi duorum angulorum et radiorum in-

comparabiliter differentium coincidunt) bis $_2D_2T - _2MG$. Jam differentia radiorum exprimit velocitatem paracentricam, differentia differentiarum exprimit elementum velocitatis paracentricae. Est autem $_2D_2T$ vel NP conatus centrifugus circulationis, quippe sinus versus (per 11) et $_2MG$ seu $_2ML$ est solicitatio gravitatis (per praecedentem). Itaque elementum velocitatis paracentricae aequatur differentiae inter duplum conatum centrifugum NP seu $_2D_2T$ et simplicem solicitationem gravitatis G_2M aut (quod eodem modo concluditur) summae ex duplo conatu centrifugo et simplici solicitatione levitatis.

16) Datis incrementis aut decrementis velocitatis ascendendi aut descendendi, datur solicitatio gravitatis levitatisve, aut vice versa. Patet ex praecedenti, nam conatus centrifugus semper dari censetur, cum sit in ratione triplicata reciproca radiorum (per 12).

17) Aequalibus temporum elementis incrementa angulorum circulationis harmonicae sunt in ratione duplicata reciproca radiorum. Nam circulationes sunt in ratione composita angulorum et radiorum, et circulationes elementares, cum sint harmonicae, sunt in ratione reciproca radiorum, ergo anguli elementares sunt in ratione radiorum reciproca duplicata. Tales sunt fere motus apparentes diurni ex Sole spectati (dies enim hic sufficienter exiguae sunt partes temporis, inprimis pro planetis remotioribus), qui erunt circiter in ratione reciproca quadratorum distantiae, ita ut in distantia dupla tantum quarta pars anguli eodem temporis elemento absolvatur, in tripla tantum nona.

18) Si ellipsis describatur circulatione mobilis harmonica circa focum tanquam circulationis centrum, erunt inter se haec tria: circulatio $_2T_3M$ vel $_2D_3M$ (haec enim comparabiliter non differunt); velocitas paracentrica $_2D\ _3M$, et velocitas ipsius mobilis (ex ipsis composita) in ipsa orbita elliptica, nempe $_2M\ _3M$, respective ut haec alia tria: axis transversus BE, media proportionalis inter differentiam et summam distantiae focorum inter se F$\odot$ et differentiae $\odot\varphi$ distantiarum puncti orbitae $_3M$ a focis, ac denique dupla media proportionalis inter $\odot _3M$ et F $_3M$ distantias ejusdem puncti a duobus focis. Eadem haec suo modo et in hyperbola vera sunt. In parabola quantitatibus quae ibi infinitae sunt evanescentibus, fient circulatio, velocitas paracentrica, et velocitas ex ipsis composita, quae est in ipsa orbita respective,

ut latus rectum, media proportionalis inter latus rectum et excessum radii super radium omnium minimum (qui est quarta pars lateris recti) et denique dupla media proportionalis inter radium et latus rectum. Horum veritas ex communibus conicorum elementis derivari potest, si ponatur rectam $_3MR$ curvae (vel ejus tangenti) perpendicularem in MR Axi $A\Omega$ occurrere in R, et in eam ex focis normales agi FQ, ⊙H; patet ⊙H, H_3M, $_3M$⊙ esse ipsis $_2M\,_2D$, $_2D\,_3M$, $_3M\,_2M$, hoc est velocitati paracentricae, circulationi et velocitati in ipsa orbita proportionales. Sufficit igitur ostendi latera trianguli $_3MH$⊙ esse inter se, ut enuntiavimus. Quod facilius fiet, considerando triangula $_3MQF$ et $_3MH$⊙ esse similia, et praeterea esse $F\,_3M$ ad ⊙$_2M$ ut FR ad ⊙R, unde per analysin communem propositum concludetur. Sequitur hinc, permutatis licet focis, ut alter pro altero centrum circulationis harmonicae attractionisque fiat, eandem quae ante manere rationem circulationis et velocitatis paracentricae in quovis puncto.

19) Si mobile quod gravitatem habet, vel ad centrum aliquod trahitur, qualem planetam respectu Solis ponimus, feratur in ellipsi (aut alia sectione coni) circulatione harmonica, sitque in foco ellipseos centrum tam attractionis quam circulationis, erunt attractiones seu gravitatis solicitationes, ut quadrata circulationum directe, seu ut quadrata radiorum sive distantiarum a foco reciproce. Hoc ita invenimus non ineleganti specimine nostri calculi differentialis vel analyseos infinitorum. $A\Omega$ sit q; ⊙F, e; BE, b (hoc est $\sqrt{qq-ee}$), ⊙$_2M$ radius r; ⊙φ (seu ⊙$_2M - F\,_2M$) $2r-q$ seu per compendium p; et latus rectum WX sit a aequ. $bb:q$. Duplum elementum areae seu duplum triangulum $_1M\,_2M$⊙ quod semper aequale est, sit ϑa, posito a latere recto et ϑ repraesentante elementum temporis semper aequale; et $_2D\,_3M$ circulatio erit $\vartheta a:r$ (vid. jam supra 12); porro differentia radiorum $_2D\,_2M$ vocetur dr, et differentia differentiarum ddr. Per praecedentem autem est dr (seu $_2D\,_2M$) ad $\vartheta a:r$ (seu ad $_2D\,_3M$) ut $\sqrt{ee-pp}$ ad b. Ergo $brdr = \vartheta a\sqrt{ee-pp}$, quae est aequatio differentialis. Hujus autem aequatio differentio-differentialis (secundum leges calculi a nobis alias in Actis istis explicati) est $b\,dr\,dr + b\,r\,ddr = -2pa\vartheta dr:\sqrt{ee-pp}$, quarum duarum aequationum ope tollendo dr, ut restet tantum ddr, fiet $ddr = bbaa\vartheta\vartheta - 2aaqr\vartheta\vartheta, : bbr^3$, unde habetur propositum. Nam

ddr, velocitatis paracentricae elementum, est differentia inter $bbaa\vartheta\vartheta : bbr^3$, hoc est $aa\vartheta\vartheta : r^3$, qui est duplus conatus centrifugus (per 12 supra) et inter $2aaqr\vartheta\vartheta : bbr^3$, hoc est (quia $bb : q = a$) $2a\vartheta\vartheta : rr$; oportet ergo (per 15) ut $2a\vartheta\vartheta : rr$ sit solicitatio gravitatis, quae ducta in constantem $a : 2$ dat $aa\vartheta\vartheta : rr$, quadratum circulationis. Sunt ergo solicitationes gravitatis ut quadrata circulationis directe, et proinde ut quadrata radiorum reciproce. Eadem conclusio et in hyperbola et parabola succedit, maxime autem in circulo qui est simplicissima ellipsis. Ratio autem discriminis inter has conicas sectiones, et quando circuli et ellipses prae aliis generentur, infra apparebit.

20) Planeta idem attrahitur a Sole diversimode, et quidem in duplicata ratione viciniarum, ita ut idem duplo vicinior quadruplo fortius, triplo vicinior noncuplo fortius ad descendendum versus Solem nova quadam impressione perpetuo solicitetur. Patet ex praecedenti, posito Planetam ellipsin describere, ac circulari harmonice, ac praeterea continuo impelli versus Solem. Video hanc propositionem jam tum innotuisse etiam viro celeberrimo Isaaco Newtono, ut ex relatione Actorum apparet, licet inde non possim judicare, quomodo ad eam pervenerit.

21) Patet etiam solicitationem gravitatis in Planetam esse ad conatum Planetae centrifugum (seu excussorium ab ipsa circulatione harmonica eum rapiente in orbem atque adeo excutere conante profectum) ut distantia praesens a Sole ad quartam partem lateris recti ellipseos planetariae, seu ut r ad $a:4$, ac proinde rationes ipsae gravitatis ad conatum centrifugum sunt planetae distantiis a Sole proportionales.

22) Velocitas planetae circa Solem ubique major est velocitate paracentrica, hoc est accedendi ad Solem vel ab eo recedendi. Cum enim sit circulatio ad paracentricam ut b ad $\sqrt{ee-pp}$ (per 18, adde calculum ad 19), erit major illa quam haec, si $bb + pp$ major quam ee, quod utique fit, cum bb major quam ee, seu b axis transversus quam e distantia focorum. Id vero in ellipsibus planetariis nobis notis semper contingit, quae non usque adeo a circulis differunt.

23) In Aphelio A et Peripelio Ω sola est circulatio sine accessu et recessu, in Perihelio maxima, in Aphelio minima.

In media autem planetae distantia a Sole (quae est in ipsis extremis axis transversi B et E) velocitas accessus recessusve est ad circulationem in ratione distantiae inter focos ad axem transversum, seu e ad b. Ibi enim p evanescit.

24) Maxima est planetae velocitas accedendi ad Solem vel ab eo recedendi, cum W⊙ vel X⊙, distantia planetae a Sole, est aequalis dimidio ellipseos lateri recto, tunc enim (per 19 vel 21) fit $ddr = o$, cum $r = a:2$. Itaque si ex Sole tanquam centro, dimidio latere recto ⊙W tanquam radio, describatur circulus, is ellipsin planetae in duobus punctis maximae paracentricae velocitatis W et X secabit, quae in uno ut W erit accedendi, in altero X recedendi. Minima sive nulla est in Aphelio et Perihelio, sive in ellipsis utroque vertice A et Ω.

25) Semper in ellipsi, adeoque et semper in planetis conatus centrifugus recedendi a Sole, seu conatus excussorius circulationis harmonicae, minor est solicitatione gravitatis, seu attractione centrali Solis. Est enim (per 21) attractio ad conatum centrifugum ut distantia a Sole seu foco ad quartam partem lateris recti, semper autem in ellipsi distantia a foco major quarta lateris recti parte.

26) Impetus quos planeta attractione Solis continuata, durante itinere concepit, sunt ut anguli circulationis, seu quos radii ex Sole ad primum et postremum itineris punctum ducti comprehendunt, sive ut motus apparens seu iter spectatum ex Sole. Sic impetus impressus durante itinere A_1M est ad impetum impressum durante itinere A_2M, ut angulus $A⊙_1M$ ad angulum $A⊙_2M$. Sunt enim angulorum incrementa ut impressiones gravitatis (per 17 et 19), ergo et summae summis proportionales, nempe anguli circulatione absoluti summis impressionum seu impetibus inde conceptis. Hinc in puncto W, ubi normalis ordinata ex Sole ellipsi occurrit, impetus inde ab Aphelio A conceptus, est dimidia pars impetus concepti ab Aphelio ad Perihelium; est autem ibi ⊙W distantia a Sole, ipsum dimidium latus rectum. Et impetus itinere quovis conceptus est ad conceptum semirevolutione, ut angulus circulationis ad duos rectos. Intelligo autem impetus a gravitate vel attractione impressos per se ac solos, non detractis nec computatis impetibus contrariis ab excussorio conatu impressis.

27) Sed operae pretium est distinctius ex causis assignatis

explicare totam Planetae revolutionem gradusque accessus et recessus erga Solem. Planeta igitur in maxima digressione A seu Aphelio positus minorem quidem et conatum centrifugum circulationis excutientis et attractorium gravitatis solicitantis experitur, quam si Soli propior esset. Est tamen in ea distantia, nempe in vertice remotiore a Sole, fortior gravitas quam duplus conatus centrifugus (per 21), quia ⊙A distantia Aphelii seu verticis remotioris a Sole seu foco major est dimidio latere recto ⊙W. Descendit itaque planeta versus Solem itinere AMEWΩ, et continue crescit descendendi impetus, ut in gravibus acceleratis, quam diu manet nova gravitatis solicitatio fortior duplo novo conatu centrifugo; tamdiu enim crescit impressio accedendi super impressionem recedendi, adeoque absolute crescit accedendi velocitas, donec in locum perveniatur, ubi aequantur duae illae novae contrariae impressiones, id est in locum W, ubi distantia a Sole ⊙W aequatur dimidio lateri recto. Ibi ergo velocitas accedendi est maxima, et crescere desinit (per 24). Exinde autem etsi pergat planeta accedere ad Solem usque ad Ω, velocitas tamen accedendi rursus decrescit, praevalente conatu duplo centrifugo super gravitatis impressionem, idque tamdiu continuatur, donec impressiones centrifugae in unum collectae ab initio A hucusque, impressiones gravitatis etiam ab initio hucusque collectas praecise consumunt, seu quando totus impetus recedendi (conceptus ex singulis impressionibus centrifugis collectis) toti impetui accedendi (ex gravitatis impressionibus continue repetitis concepto) tandem aequatur, ubi cessat omnis accessio, atque is locus ipsum est Perihelium Ω, in quo Planeta est Soli maxime vicinus. Postea autem continuato motu, cum hactenus accesserit, nunc recedere incipit, tenditque ab Ω per X versus A. Nam duplus conatus centrifugus qui praevalere coeperat super gravitatem inde a W usque ad Ω, adhuc pergit praevalere ab Ω usque ad X, ac proinde cum ab Ω incipiat planeta quasi de novo moveri, quippe prioribus impetibus contrariis mutuo sublatis, praevalet etiam recessus inde ab Ω, et recedendi velocitas continue crescit usque ad X, sed incrementum tamen ejus seu nova impressio decrescit, donec ista nova impressio ad recedendum, seu duplus conatus centrifugus, novae impressioni ad recedendum seu gravitati iterum fit aequalis, nempe in X. Itaque in X est maxima recedendi velocitas. Et ex eo praevalet gravitas seu nova impressio accedendi, licet adhuc

satis diu praevaleat totus recedendi impetus seu summa omnium impressionum recedendi inde ab Ω acquisitarum, super totam impetum accedendi inde ab Ω denuo impressum. Sed cum tamen hic magis crescat quam ille, post X, tandem ei fit aequalis in A, ubi mutuo destruuntur et recessus cessat, id est reditur ad Aphelium A. Atque ita omnibus impressionibus pristinis contrariarum aequalium compensatione consumtis, res redit ad statum primum, atque omnia de integro perpetuis lusibus repetuntur, donec longa dies perfecto temporis orbe, rerum constitutioni mutationem notabilem afferat.

28) Habemus ergo in motu planetae elliptico sex puncta inprimis notabilia: quatuor quidem obvia, A et Ω Aphelii et Perihelii, itemque E et B mediae distantiae (nam ⊙B vel ⊙E est dimidius axis major AΩ, adeoque medium arithmeticum inter ⊙A maximam, et ⊙Ω minimam digressionem), et duo a nobis addita, W et X extrema lateris recti WX ad axem in foco ⊙ ordinatim applicati, quae sunt puncta maximae velocitatis, illud W recedendi, hoc X accedendi (per 24). Ubi etiam (per 26) impetus a continua gravitatis impressione conceptus ab A usque ad W praecise est dimidius ejus, qui toto descensu ab A usque ad Ω concipitur; similiter conceptus ab Ω usque ad X, dimidius ejus qui concipitur ab Ω usque ad A: et omnino impetus a gravitate concepti per AW, WΩ, ΩX, XA sunt aequales.

29) Tempus jam est, ut tradamus causas, quae speciem ellipseos Planetariae definiunt. Datur focus ellipseos ⊙, qui est locus Solis. Dato jam loco A, ubi Planetam Sol trahere incipit, velut maxima planetae distantia, datur remotior ab hoc foco ellipseos vertex. Data porro ratione gravitatis seu virtutis, qua Sol planetam trahere incipit, ad conatum centrifugum, qua ibi circulatio planetam excuteré et a Sole repellere nititur, hinc datur et latus rectum ellipseos principale WX seu ordinatim applicata in foco ⊙. Nam ⊙A data, est ad ⊙W semilatus rectum, in ratione data attractionis Solaris ad duplum conatum centrifugum. Quodsi jam quarta pars lateris recti detrahatur a maxima digressione data A⊙, erit residuum ad A⊙ ut A⊙ ad AΩ: datur ergo AΩ major axis ellipseos seu latus transversum. Datis ergo punctis ⊙, A, W vel X, datur et Ω, atque hinc porro et C centrum ellipseos, et alter focus F, et axis transversus BE, adeoque ellipsis. Nec minus dantur omnia, si pro A initio daretur Ω.

30) Ex his simul patet, quomodo ellipsis, vel qui sub ea continetur circulus, non alia conica sectio, a planetis describatur. Et circulus quidem oritur, cum attractio gravitatis et dupla vis centrifuga a circulatione orta ab initio attractionis sunt aequales; ita enim aequales manebunt, nulla existente causa accessus aut recessus; sed cum initio (vel in statu destructorum priorum impetuum contrariorum accedendi recedendive, qui initio aequivalent, hoc est in Aphelio vel Perihelio) attractio et duplus conatus centrifugus sunt inaequales, modo (per 25) conatus centrifugus simplex sit minor attractione, describitur ellipsis; et praevalente attractione, initium est Aphelium, sin praevaleat duplus conatus centrifugus, est Perihelium. Si conatus centrifugus simplex attractioni sit aequalis, parabola; si major, hyperbola orietur, cujus focus intra ipsam sit Sol. Quod si Planeta non gravitate, sed levitate esset praeditus, nec traheretur, sed repelleretur a Sole, hyperbolae opposita orietur, cujus nempe focus extra ipsam Sol esset.

Duo jam in hoc argumento potissimum praestanda supersunt, unum, ut explicemus, quis motus aetheris planetas graves faciat seu versus Solem pellat, et quidem in duplicata ratione viciniarum; deinde quae sit causa comparationis motuum inter diversos planetas systematis ejusdem, ita ut tempora periodica sint in sesquiplicata ratione mediarum distantiarum, seu quod eodem redit, axium majorum ellipticorum: id est, distinctius explicari debet motus vorticis Solaris seu aetheris, systema unumquodque constituentis. Sed haec cum altius repetenda sint, brevitati hujus Schediasmatis includi non possunt, et quid nobis consentaneum visum sit, rectius separatim exponetur.

IX.

TENTAMEN DE MOTUUM COELESTIUM CAUSIS.

(Zweite Bearbeitung)

Constat Veteres, praesertim qui Aristotelis et Ptolemaei placita secuti sunt, nondum satis agnovisse naturae majestatem, quae

nostro demum et praecedenti aevo praesentius illuxit, ex quo repertum est, Hypothesin quae primarios Planetas circa solem agit phaenomenis pulchre satisfacere. Haec mirifice illustrata sunt Tychonis observationibus, quibus ille solito accuratioribus animum adjecit primus, et orbium solidorum apparatum minime decorum ex coelo sustulit. Etsi autem ex Herculeis laboribus suis non satis fructus perceperit, partim praejudiciis quibusdam exclusus, partim morte praeventus, divina tamen providentia factum est, ut observationes ejus et molimina venerint in manus Viri incomparabilis, cui fata servaverant ut jura poli rerumque fidem legesque Deorum primus publicaret mortalibus. Hic ergo invenit, quemlibet planetam primarium orbitam describere ellipticam, in cujus altero focorum sit Sol, ea lege motus, ut radiis e Sole ad planetam ductis, areae semper abscindantur temporibus proportionales. Idem deprehendit, plures planetas ejusdem systematis habere tempora periodica in sesquiplicata ratione distantiarum mediarum a Sole, mire profecte triumphaturus, si scivisset (quod praeclare Cassinus notavit) etiam Jovis et Saturni satellites easdem leges servare respectu suorum planetarum primariorum, quas isti erga Solem. Sed tantarum tamque constantium veritatum causas dare nondum potuit, tum quod Intelligentiis aut sympathiarum radiationibus inexplicatis haberet praepeditam mentem, tum quod nondum illius tempore Geometria interior et Scientia motuum eo quo nunc profecissent. Aperuit tamen et rationibus indagandis aditum. Nam ipsi primum indicium debetur usus physici ejus naturae legis, a qua vel pendet gravitas vel saltem mirifice illustratur, quod corpora rotata conantur a centro recedere per tangentem, et ideo si in aqua festucae vel paleae innatent, rotato vase aqua in verticem acta, festucis densior atque ideo fortius quam ipsae excussa a medio, festucas versus centrum compellit, quemadmodum ipse diserte duobus et amplius locis in Epitome Astronomiae exposuit, quanquam adhuc subdubitabundus et suas ipse opes ignorans nec satis conscius quanta inde sequerentur tum in Physica tum speciatim in Astronomia. Sed his deinde egregie usus est Cartesius, etsi more suo autorem dissimularit. Miratus autem saepe sum, quod Cartesius legum coelestium a Keplero inventarum rationes reddere ne aggressus est quidem, quantum constat, sive quod non satis conciliare posset cum suis placitis, sive quod felicitatem inventi ignoraret nec putaret tam studiose a natura observari.

Porro cum minime physicum videatur, imo nec admirandis Dei machinamentis dignum, Intelligentias peculiares itineris directrices assignare sideribus, quasi Deo deessent rationes eadem corporeis legibus perficiendi, et vero orbes solidi dudum sint explosi, sympathiae autem et magnetismi aliaeque id genus abstrusae qualitates aut non intelligantur, aut ubi intelliguntur, corporearum impressionum effectus appariturae judicentur; nihil aliud ego quidem superesse judico, quam ut causa motuum coelestium a motibus aetheris, sive ut astronomice loquar, ab orbibus deferentibus quidem sed fluidis oriantur. Haec sententia vetustissima est, etsi neglecta: nam Leucippus eam adeo expressit, ut in systemate formando ipsum adhibuerit δίνης (vorticis) nomen, et audivimus, quomodo Keplerus motu aquae in vorticem actae gravitatem adumbraverit. Et ex itinerario Monconisii discimus, jam tum Torricellii fuisse sententiam (et ut suspicor, etiam Galilaei, cujus iste discipulus erat), ut paleas seu festucas aquae innatantes, sic astra, medio propiora, celerius circumire. Sed haec generaliora non difficulter in mentem veniunt. Nobis vero propositum est, ipsas motuum leges distinctius explicare, quod longe altioris indaginis esse res docebit. Et cum aliqua in eo genere nobis lux affulserit et inquisitio commode admodum et naturaliter successisse videatur, in eam spem erectus sum, veris motuum coelestium causis a nobis appropinquatum esse.

Constat et egregiis Gilberti cogitationibus, omne corpus mundanum majus, quoad nobis cognitum est, Magnetis referre naturam, et praeter vim directricem, polos quosdam respicientem, vim habere attrahendi cognata (minimum) corpora intra sphaeram suam, quam in terrestribus vocamus gravitatem, et analogia quadam ad sidera transferemus. Sed non satis constat, quae sit vera phaenomeni tam late patentis causa, et utrum eadem quae in Magnete. Quanquam autem problema demonstratione solvi nondum possit, habemus tamen quae mirifice consentiunt inter se magnaque verisimilitudine commendantur. Equidem asseri potest, Attractionem Gravium fieri radiatione quadam corporea, immaterialia enim explicandis corporeis phaenomenis adhiberi non debent. Deinde consentaneum est, esse in globi corpore conatum explosivum materiae inconvenientis sive perturbantis seu non satis apto ad motus liberrime exercendos loco positae, unde per circumpulsionem attrahatur alia consentiens seu motum ejusmodi habens, ut motum attrahentis in-

testinum minus perturbet, exemplo flammae, in qua expulsionem unius et attractionem alterius ipsi sensus docent. Quodsi quis jam altius ista repeti desideret, is cogitet Globum fluidum fuisse, atque adeo in se motum varium intestinum habuisse, motibus ambientium sese accommodantem, et instar guttae olei in aqua natantis fuisse rotundatum, ut ambientia quam minimum perturbarentur, et tunc quoque cum paulatim induruit, pervium mansisse et meatus convenientes motibus fluidi residui ingredientis retinuisse. Et quidem natura fluidi est motus intestinos habere varios, qui ubi ab ambientibus coërcentur ne avolet materia, redeunt in se ipsos adeoque in circulares abeunt, et circulos magnos affectant, quia ita maximum retinent conatum recedendi. A quo jam detruduntur ea corpora, quibus minus hujus fluidi includitur seu in quibus minor conatus recedendi. Itaque si vis centrifuga adhibenda est ex Kepleri invento, non deduci debet ex motu aetheris in aequatore et parallelis qui ad axem telluris detruderet, sed ut jam olim annotare memini, circulis magnis quorum idem cum globo centrum, quales sunt meridiani, exemplo ejus motus qui in magnetis atmosphaera apparet, licet enim in fluido motus sit circularis varius in omnes partes in circulis magnis quibuscunque, nihil tamen prohibet esse quosdam polos, per quorum meridianos sit validior materiae cujusdam cursus ad systematis situm accommodatus. Ita variae causae assignatae coincidunt inter se hac explicandi ratione habemusque simul radiationem sphaericam, attractionem magnetis, explosionem perturbantis, fluidi motum intestinum, circulationem atmosphaerae conspirantes vim centrifugam. Sed quaecunque sit causa gravitatis, sufficere nobis potest Globum attrahentem radios materiales radiis lucis analogos propellere seu impulsuum lineas emittere in omnem plagam a centro recedentes; non quasi partes a tellure ad grave usque pervenire necesse sit, sed quod materia materiam contiguam impellente impetus propagetur ut in lumine et sono, et liquoribus motis. Quanquam erraverint, quibus persuasum fuit propagationem alicujus effectus sensibilis fieri posse in instanti. Radii autem ut ita dicam Magnetici seu quibus attractio efficitur, consistunt in conatu recessivo fluidi cujusdam insensibilis, subtilissime quidem divisibilis, sed confertissimi, cui cum interponantur corpora porosa, qualia sunt terrestria quae non tantundem in pari spatio materiae a centro recedere conantis continent adeoque minore levitate praedita sunt, necesse est fluido emisso praevalente,

terrestria versus centrum detrudi. Unde apparet esse debere aliam Materiam fluidam fluido illo, quod gravitatem facere et quod a centro propelli diximus, longe subtiliorem nec directionem ejus sequentem, sed proprios suos exercentem motûs, non minus quam ipsa materia magnetica in aëre aut aqua facit. Nam necesse est ut materia quaedam alia transeat per poros corporum terrestrium minores sed creberrimos, priorem excludentes. Et quo major pars corporis terrestris materiae priori impervia est nec nisi alteram illam longe tenuiorem admittens, eo gravius specie fit corpus seu solidius censeri potest. Et fieri posset ut omnia corpora terrestria constarent ex massa homogenea adeoque poros subtiliores ubique aequaliter disseminatos habente, gravitas autem specifica major minorve ex minore majoreve hiatuum ejus et porositatum illarum crassiorum seu gravifico fluido perviarum copia orietur, prorsus ut ex eodem metallo corpora diversae gravitatis specificae formari possunt, quorum alia pro varietate cavitatum in aqua subsident, alia natabunt. Caeteris autem paribus, eademque existente gravitate specifica, solicitatio tamen ad centrum tendendi major minorve erit pro quantitate radiationis, quae aestimanda est ad exemplum lucis. Quemadmodum enim dudum demonstratum est a Viris doctis, corpora illuminari a lucido in ratione reciproca duplicata distantiarum, ita dicendum est corpora quoque attracta gravitare tanto minus quanto majus est quadratum distantiae ab attrahente. Utriusque eadem et manifesta ratio est. Nempe circa centrum lucidum vel radians R (fig. 19) describantur superficies sphaericae concentricae per A et per L vel ductis rectis RAL, RCN abscindantur harum portiones quae fiunt arcubus similibus et similiter positis ABC, LMN, rotatis circa axem seu radium arcus bisecantem RBM; porro lux vel vis attractiva per unamquamque superficiem uniformiter est diffusa seu partes aequales ejusdem superficiei aequaliter illuminantur sive solicitantur; itaque tota lux vel vis superficiei ABC est ad lucem vel vim superficiei LMN in ratione composita intensionis seu illuminationis et extensionis seu superficierum; sed tantum est lucis seu vis attractivae in superficie ABC quantum in superficie LMN, ergo intensiones sunt reciproce ut extensiones, hoc est illuminationes vel gravitatis solicitationes sunt reciproce ut superficies, sed superficies ABC et LMN sunt ut quadrata diametrorum RA, RL. Itaque illuminationes vel gravitatis solicitationes sunt reciproce ut quadrata distantiarum a

centro radiante vel attrahente. Hoc autem a priori nobis deprehensum, mox iterum sua sponte a posteriori per calculum analyticum ex phaenomenis planetarum communibus ductum nascetur mirifico consensu rationum et observationum, et insigni confirmatione veritatis. Quae enim sequuntur, non constant Hypothesibus, sed ex phaenomenis per leges motuum concluduntur; sive enim detur sive non detur attractio planetarum ex sole, sufficit a nobis eum colligi accessum et recessum, hoc est distantiae incrementum vel decrementum, quem haberet si praescripta lege attraheretur. Et sive circuletur revera circa solem, sive non circuletur, sufficit ita situm mutare respectu solis ac si circulatione harmonica moveretur, et proinde Principia intelligendi mire simplicia et foecunda reperta esse, qualia nescio an olim homines vel sperare ausi fuissent. Quantum autem hinc de ipsis motuum causis sit concludendum, prudentiae cujusque aestimandum relinquemus, fortasse enim eo res jam perducta est, ut Poëta intelligens non amplius dicere ausit Astronomis:

Talia frustra
Quaerite quos agitat mundi labor, at mihi semper
Tu quaecunque paret tam crebros causa meatus
Ut superi voluere late.

1) Ut ergo rem ipsam ex phaenomenis conficere aggrediamur, ante omnia demonstrari potest, secundum naturae leges omnia corpora, quae in fluido lineam curvam describunt, ab ipsius fluidi motu agi. Omnia enim curvam describentia ab ea recedere conantur per rectam tangentem (ex natura motus), oportet ergo esse quod coërceat seu renovet causam curvitatis. Nihil autem contiguum est nisi fluidum (ex hypothesi) et nullus conatus coërcetur nisi a contiguo et moto (ex natura corporis), fluidum ergo ipsum in motu esse necesse est.

2) Hinc sequitur, planetas moveri a suo aethere seu habere orbes fluidos deferentes vel moventes. Omnium enim consensu lineas curvas describunt, nec possibile est phaenomena explicari, suppositis motibus rectilineis tantum. Itaque (per praecedentem) moventur a fluido ambiente. Idem aliter demonstrari potest ex eo quod motus planetae non est aequabilis seu aequalibus temporibus aequalia spatia describens. Unde etiam necesse est, ut a motu ambientis agatur. Et cum experiamur omnes planetas in eadem fere coeli regione et ad easdem partes ferri, con-

sentaneum est communem esse communis effectus causam, a motu scilicet aetheris circa solem, adeoque planetas habere orbes fluidos deferentes.

3) Circulationem voco Harmonicam, si velocitates circulandi, quae sunt in aliquo corpore, sint radiis seu distantiis a centro circulationis reciproce proportionales, vel (quod idem) si ea proportione decrescant velocitates circulandi circa centrum, in qua crescunt distantiae a centro, vel brevissime, si crescant velocitates circulandi proportione viciniarum. Ita enim si radii seu distantiae crescant aequabiliter seu arithmetice, velocitates decrescent harmonica progressione. Itaque non tantum in arcubus circuli, sed et in curva alia quacunque describenda circulatio harmonica locum invenire potest. Ponamus mobile M (fig. 18) ferri in curva quavis $_3M_2M_1M$ (vel $_1M_2M_3M$) et aequalibus temporis elementis describere elementa curvae $_3M_2M$, $_2M_1M$, intelligi potest motus compositus ex circulari circa centrum aliquod ut $\odot$ (velut $_3M_2T$, $_2M_1T$) et rectilineo velut $_2T_2M$, $_1T_1M$ (sumtus $\odot_2T$ aequ. $\odot_3M$, et $\odot_1T$ aequ. $\odot_2M$), qualis motus intelligi etiam potest, dum regula seu recta rigida indefinita $\odot\pi$ movetur circa centrum $\odot$, et interim mobile M movetur in recta $\odot\pi$. Nihil autem refert, quis sit motus rectilineus, quo ad centrum acceditur vel ab ipso receditur (quem voco motum paracentricum), modo circulatio ipsius mobilis M ut $_3M_2T$ sit ad circulationem aliam ejusdem mobilis $_2M_1T$, ut $\odot_1M$ ad $\odot_2M$, hoc est si circulationes aequalibus temporum elementis factae sint reciproce ut radii. Cum enim arcus isti elementarium circulationum sint in ratione composita temporum et velocitatum, tempora autem elementaria assumantur aequalia, erunt circulationes ut velocitates, itaque et velocitates reciproce ut radii erunt, adeoque circulatio dicetur harmonica.

4) Si mobile feratur circulatione harmonica (quicunque sit motus paracentricus), erunt areae radiis ex centro circulationis ad mobile ductis abscissae temporibus insumtis proportionales, et vicissim. Cum enim arcus circulares elementares, ut $_1T_2M$, $_2T_3M$, sint incomparabiliter parvi respectu radiorum $\odot_2M$, $\odot_3M$, erunt differentiae inter arcus et sinus eorum rectos (ut inter $_1T_2M$ et $_1D_2M$) ipsismet differentiibus incomparabiles, ac proinde (per Analysin nostram infinitorum) habentur ea pro nullis, et arcus et sinus pro coincidentibus. Ergo $_1D_2M$ ad $_2D_3M$ ut $\odot_2M$ ad $\odot_1M$, seu $\odot_1M$ in

$_1D_2M$ aequ. $\odot_2M$ in $_2D_3M$, ergo et aequantur horum dimidia triangula, nempe $_1M_2M\odot$ et $_2M_3M\odot$, quae cum sint elementa areae A$\odot$MA, itaque aequalibus ex hypothesi sumtis temporis elementis, etiam areae elementa sunt aequalia, et vicissim, ac proinde areae A$\odot$MA sunt temporibus, quibus percursi sunt arcus AM, proportionales.

5) Assumsi inter demonstrandum quantitates incomparabiliter parvas, verbi gratia differentiam duarum quantitatum communium ipsis quantitatibus incomparabilem. Sic enim talia, ni fallor, lucidissime exponi possunt. Itaque si quis nolit adhibere infinite parvas, potest assumere tam parvas quam sufficere judicat, ut sint incomparabiles et errorem nullius momenti, imo dato minorem producant. Quemadmodum terra pro puncto seu diameter terrae pro linea infinite parva habetur respectu coeli, sic demonstrari potest, si anguli latera habeant basin ipsis incomparabiliter minorem, angulum comprehensum fore recto incomparabiliter minorem, et differentiam laterum fore ipsis differentibus incomparabilem; item differentiam sinus totius, sinus complementi et secantis fore differentibus incomparabilem; item differentiam sinus, chordae, arcus et tangentis. Unde cum hae quatuor sint ipsae infinite parvae, erunt differentiae infinities infinite parvae, et sinus versus etiam erit infinities infinite parvus adeoque recto incomparabilis. Et infiniti sunt gradus tam infinitorum quam infinite parvorum. Et possunt adhiberi triangula communia inassignabilibus illis similia, quae in Tangentibus Maximisque et Minimis et explicanda Curvedine linearum usum habent maximum, item in omni pene translatione Geometriae ad naturam, nam si motus exponatur per lineam communem, quam dato tempore mobile absolvit, impetus seu velocitas exponetur per lineam infinite parvam, et ipsum elementum velocitatis, quale est gravitatis solicitatio, vel conatus centrifugus, per lineam infinities infinite parvam. Atque haec Lemmatum loco annotanda duxi pro Methodo nostra quantitatum incomparabilium et Analysi infinitorum tanquam Doctrinae hujus novae Elementa.

6) Ex his jam consequens est, planetas moveri circulatione harmonica, primarios circa Solem, satellites circa suum primarium, tanquam centrum. Radiis enim ex centro circulationis ductis, areas describunt temporibus proportionales (per observationes). Ergo temporum elementis positis aequalibus est triang.

$_1M_2M\odot$ aequ. triang. $_2M_3M\odot$, et proinde $\odot_1M$ ad $\odot_2M$ est ut $_2D_3M$ ad $_1D_2M$, quod est circulationem harmonicam esse.

7) Consentaneum etiam est, *Aetherem seu Orbem fluidum cujusque planetae moveri circulatione harmonica*; nam supra ostensum est, nullum corpus in fluido sponte moveri linea curva, erit ergo et in aethere circulatio, eamque rationis est credere consentientem circulationi planetae, ita ut sit etiam circulatio aetheris cujusque planetae harmonica, alioqui perturbarent sese mutuo aether et planeta. Credibile enim est planetas in materia aliqua ferri, quae respectu ipsorum notabilis sit crassitiei, adeoque motu suo dissentaneo motui ipsorum esset obstitura. Hanc enim dari tanquam orbem communem deferentem liquidum omnium planetarum, commune eorum iter suadet.

8) Itaque ponemus *planetam moveri motu duplici, seu composito ex circulatione harmonica orbis sui fluidi deferentis et motu paracentrico*, quasi cujusdam gravitatis seu attractionis, hoc est impulsus *versus solem seu planetam primarium*. Facit autem circulatio aetheris, ut planeta circuletur harmonice, non velut motu proprio, sed quasi tranquilla natatione in fluido deferente cujus motum sequitur, ob perfectum consensum motuum aetheris et planetae, in quos post depositas luctationes conspirarunt.

9) Explicata circulatione harmonica, veniendum est ad *Motum paracentricum planetarium, ortum ex impressione excussoria circulationis et attractione solari* inter se compositis. Liceat autem appellare attractionem, licet revera sit impulsus, utique enim Sol quadam ratione tanquam magnes concipi potest; ipsae autem actiones magneticae a fluidorum impulsibus haud dubie derivantur. Unde etiam vocabimus *Solicitationem Gravitatis*, concipiendo planetam tanquam grave tendens ad centrum, nempe Solem. Pendet autem species orbitae a speciali lege attractionis. Videamus igitur, quae lex attrahendi lineam ellipticam faciat, idque ut consequamur, in Geometriae adyta parumper ingrediamur necesse est.

10) Cum omne mobile a linea curva quam describit recedere conetur per tangentem, licebit *conatum* hunc vocare *excussorium*, ut in motu fundae, cui aequalis requiritur vis, quae mobile coercet ne evagetur. *Hunc conatum metiri licebit perpendiculari ex puncto sequenti in tangentem*

puncti praecedentis inassignabiliter distantia. Et cum linea est circularis, hanc *vim* celeberrimus Hugenius, qui primus eam Geometrice tractavit, appellavit *centrifugam.* Omnis autem conatus excussorius est respectu velocitatis seu impetus ex conatu repetito aliquandiutino concepti infinite parvus, quemadmodum et solicitatio gravitatis, quae homogeneae cum ipso est naturae. Nec proinde mirum est, quod voluit Galilaeus, percussionem esse infinitam comparatione gravitatis nudae, seu ut ego loquor, simplicis conatus, cujus *vim* ego *mortuam* vocare soleo, quae agendo demum concipiens impetum repetitis impressionibus viva redditur.

11) *Conatus centrifugus* seu conatus excussorius circulationis *exprimi potest per PN sinum versum anguli circulationis* $_1M\odot N$ *vel per* $_1D_1T$, nam sinus versus aequatur perpendiculari ex uno extremo arcus circuli puncto in tangentem alterius ductae, qua conatum excussorium expressimus in praecedenti (potest etiam exprimi conatus centrifugus per PV, differentiam radii et secantis ejusdem anguli, cujus differentiae discrimen a sinu verso est *infinitesies infinities infinite parvum* adeoque nullissimum respectu radii). Hinc porro cum sinus versus sit in duplicata ratione chordae seu arcus inassignabilis sive velocitatis, sequitur *conatus centrifugos mobilium aequales circulos describentium esse in duplicata ratione velocitatum, inaequales describentium esse in ratione composita ex quadrata velocitatum et reciproca radiorum.* Pro calculo analytico conatus centrifugus vel sinus versus $_2D_2T$ sit x, velocitas circulationis seu sinus rectus $_2D_2M$ sit y, radius $\odot_2M$ sit r; erit ex communi geometria $x = yy : 2r - x$ seu x ad y ut y ad $2r - x$. Sed x est incomparabiliter infra r, ergo evanescit in quantitate $2r - x$ et fit $x = yy : 2r$ seu conatus centrifugus $_2D_2T$ est ad circulationem $_2D_2M$ ut circulatio ad velocitatem qua opus esset ad totam diametrum seu ad duplam a centro distantiam eodem temporis elemento transmittendam.

12) *Conatus centrifugi mobilis harmonice circulantis sunt in ratione radiorum reciproca triplicata.* Sunt enim (per praecedentem) in reciproca radiorum et directa duplicata velocitatum, id est (quia velocitates circulationis harmonicae sunt reciproce ut radii) duplicata reciproca radiorum; ex simplice autem reciproca et duplicata reciproca fit reciproca tri-

plicata. Pro calculo sit ϑa planum constans aequale semper duplo triangulo elementari ${}_2M_3M\odot$ seu rectangulo ${}_2D_3M$ in $\odot_2M$ radium seu r, ergo ${}_2D_3M$ erit $\vartheta a : r$ seu ϑa divis. per r; jam ${}_2D_2T$ conatus centrifugus aequ. ${}_2D_3M$ quadr. divis. per bis $\odot_3M$, ergo aequ. $\vartheta\vartheta aa : 2r^3$.

13) Si motus paracentricus (recessus a centro Ω vel ad ipsum accessus) sit aequabilis, et circulatio harmonica, linea motus ΩMG erit spiralis ex centro Ω incipiens, cujus ea est proprietas, ut segmenta $\Omega GM\Omega$ sint proportionalia radiis, id est hoc loco chordis ΩG ex centro eductis; sunt enim tam areae, hoc est segmenta, quam (ob aequabilem recessum) radii temporibus proportionales. Multae sunt aliae notabiles hujus spiralis proprietates, nec difficilis constructio. Imo generalis datur methodus in circulatione harmonica, si ex radiis dentur tempora, aut velocitates paracentrici motus, aut saltem elementa impetuum seu solicitationes gravitatis, construendi lineas saltem suppositis quadraturis.

14) Solicitatio paracentrica seu gravitatis seu levitatis exprimitur recta ${}_3ML$ ex puncto curvae ${}_3M$ in puncti praecedentis inassignabiliter distantis ${}_2M$ tangentem ${}_2ML$ (productam in L) acta, radio praecedenti $\odot_2M$ (ex centro $\odot$ in punctum praecedens ${}_2M$ ducto) parallela, concipiendo scilicet hanc solicitationem impedire, quominus mobile a curva recedat.

15) In omni circulatione harmonica elementum impetus paracentrici (hoc est incrementum aut decrementum velocitatis descendendi versus centrum vel ascendendi a centro) est differentia vel summa solicitationis paracentricae (hoc est impressionis a gravitate vel levitate aut causa simili factae) et dupli conatus centrifugi (ab ipsa circulatione harmonica orti), summa quidem si levitas adsit; differentia si gravitas: ubi praevalente gravitatis solicitatione crescit descendendi, vel decrescit ascendendi velocitas, at praevalente duplo conatu centrifugo, contra. Ex ${}_1M$ et ${}_3M$ normales in $\odot_2M$ sint ${}_1MN$ et ${}_3M_2D$; cum ergo triangula ${}_1M_2M\odot$ et ${}_2M_3M\odot$ sint aequalia ostensa ob circulationem harmonicam, erunt (ob basin communem $\odot_2M$) et altitudines ${}_1MN$ et ${}_3M_2D$ aequales. Jam sumta ${}_2MG$ aequali L_3M, jungatur ${}_3MG$ parallela ipsi ${}_2ML$; igitur congrua erunt triangula ${}_1MN_2M$ et ${}_3M_2DG$, et erit ${}_1M_2M$ aequ. G_3M, et N_2M aequ. G_2D. Porro in recta $\odot_2M$ (si opus producta, quod semper subintelligo)

sumatur $\odot P$ aequ. $\odot_1 M$, et $\odot_2 T$ aequ. $\odot_3 M$, erit $P_2 M$ differentia inter radios $\odot_1 M$ et $\odot_2 M$, et ${}_2T_2M$ differentia inter radios $\odot_2 M$ et $\odot_3 M$. Jam $P_2 M$ aequ. ($N_2 M$ seu) $G_2 D + NP$, et ${}_2T_2M$ aequ. ${}_2MG + G_2 D - {}_2D_2T$, ergo $P_2 M - {}_2T_2M$ (differentia differentiarum) erit $NP + {}_2D_2T - {}_2MG$, hoc est (quia NP et ${}_2D_2T$ sinus versi duorum angulorum et radiorum incomparabiliter differentium coincidunt) bis ${}_2D_2T - {}_2MG$. Jam differentia radiorum exprimit velocitatem paracentricam, differentia differentiarum exprimit elementum velocitatis paracentricae. Est autem ${}_2D_2T$ vel NP conatus centrifugus circulationis, quippe sinus versus (per 11) et ${}_2MG$ seu ${}_2ML$ est solicitatio gravitatis (per praecedentem). Itaque elementum velocitatis paracentricae aequatur differentiae inter duplum conatum centrifugum NP seu ${}_2D_2T$ et simplicem solicitationem gravitatis $G_2 M$, aut (quod eodem modo concluditur) summae ex duplo conatu centrifugo et simplici solicitatione levitatis.

16) Datis incrementis aut decrementis velocitatis ascendendi aut descendendi, datur solicitatio gravitatis levitatisve, aut vice versa. Patet ex praecedenti, nam conatus centrifugus semper dari censetur, cum sit in ratione triplicata reciproca radiorum (per 12).

17) Aequalibus temporum elementis incrementa angulorum circulationis harmonicae sunt in ratione duplicata reciproca radiorum. Nam circulationes sunt in ratione composita angulorum et radiorum, et circulationes elementares, cum sint harmonicae, sunt in ratione reciproca radiorum, ergo anguli elementares sunt in ratione radiorum reciproca duplicata. Tales sunt fere motus apparentes diurni ex Sole spectati (dies enim hic sufficienter exiguae sunt partes temporis, inprimis pro planetis remotioribus), qui erunt circiter in ratione reciproca quadratorum distantiae, ita ut in distantia dupla tantum quarta pars anguli eodem temporis elemento absolvatur, in tripla tantum nona.

18) S i e l l i p s i s d e s c r i b a t u r c i r c u l a t i o n e m o b i l i s c i r c a f o c u m t a n q u a m c i r c u l a t i o n i s c e n t r u m, e r u n t i n t e r s e h a e c t r i a: c i r c u l a t i o ${}_2T_3M$ vel ${}_2D_3M$ (haec enim comparabiliter non differunt), v e l o c i t a s p a r a c e n t r i c a ${}_2D_2M$, e t v e l o c i t a s i p s i u s m o b i l i s (ex ipsis composita) i n i p s a o r b i t a e l l i p t i c a, n e m p e ${}_2M_3M$, r e s p e c t i v e u t h a e c a l i a t r i a: axis transversus BE, media proportionalis inter differentiam et summam distantiae focorum inter se $F\odot$ et differentiae

$\odot\varphi$ distantiarum puncti orbitae $_3M$ a focis, ac denique dupla media proportionalis inter $\odot\,_3M$ et $F\,_3M$ distantias ejusdem puncti a duobus focis. Eadem haec suo modo et in Hyperbola vera sunt. In Parabola quantitatibus quae ibi infinitae sunt evanescentibus, fient circulatio, velocitas paracentrica et velocitas ex ipsis composita quae est in ipsa orbita, respective ut latus rectum, media proportionalis inter latus rectum et excessum radii super radium omnium minimum (qui est quarta pars lateris recti), et denique dupla media proportionalis inter radium et latus rectum. Horum veritas ex communibus Conicorum elementis derivari potest, si ponatur rectam $_3MH$ curvae (vel ejus tangenti) perpendicularem in $_3M$, axi $A\Omega$ occurrere in R, et in eam ex focis normales agi $FQ, \odot H$; patet $_3MH, H\odot, \odot\,_3M$ esse ipsis $_3M\,_2D,\ _2D\,_2M,\ _2M\,_3M$, hoc est velocitati circulationis, velocitati paracentricae et velocitati toti in ipsa obita proportionales. Ponatur enim $_3MH$ ipsi $\odot\,_2M$ occurrere in ב, patet ob angulum $H\,_3M\,_2M$ rectum (nam arcus inassignabilis $_2M\,_3M$ habetur pro linea recta) esse triangula ב$H\odot$ et $_3M\,_2D\,_2M$ similia, angulum $_3M\,_2M\,_2D$ aequalem esse angulo ב$\odot H$, id est angulo $_3M\odot H$ (quia angulus $_3M\odot\,_2M$ est inassignabilis seu infinite parvus), itaque triangula $_3MH\odot$ et $_3M\,_2D\,_2M$ sunt similia. Unde sequitur proportio assignata. Sed jam ostendendum est rectas $_3MH, H\odot, \odot\,_3M$ se habere dicto modo: Quia recta $_3MH$ (ex constructione) normalis est ad $_3M\,_2M$, arcum Ellipseos (aut Sectionis conicae in genere) ejusve tangentem in puncto $_3M$, ideo (primo) aequales sunt (ex Conicis) anguli $H\,_3MF$ et $H\,_3M\odot$. Similia igitur sunt (2do) triangula angulos ad H et Q rectos habentia $_3MH\odot$ et $_3MQF$, et posito $F\odot$ a $_3MH$ secari in R est (3tio) $\odot R$ ad FR ut $_3M\odot$ ad $_3MF$, segmenta scilicet baseos $\odot F$ ut latera $_3M\odot,\,_3MF$ trianguli $\odot\,_3MF$, cujus quippe angulus ad verticem est bisectus. Praeterea (4to) et triangula $\odot HR$, FQR sunt similia, ergo (5to) latera eorum homologa sunt ut $\odot R$ ad ER seu (per 3) ut $_3M\odot$ ad $_3MF$ adeoque ut latera homologa triangulorum similium $_3MH\odot$ et $_3MQF$; porro (6to) $_3M\odot + {}_3MF$ aequ. $A\Omega$ ex natura Ellipseos, et $_3M\odot - {}_3MF$ (7mo) vocetur $\odot\varphi$ et (8vo) differentia inter quadrata $A\Omega$ axis majoris seu recti (seu distantia verticum) et BE axis transversi seu conjugati vel minoris seu distantiae mediarum digressionum aequatur quadrato distantiae focorum seu $A\Omega$ qu. — $\odot F$ qu. aequ. BE qu. seu aequ. rectangulo sub $A\Omega$ latere transverso et XW latere recto (quod latus rectum invenimus

aequale duplae ordinatim applicatae ad axem in foco). Constat etiam (9mo) in omni triangulo, si angulus ad verticem sit bisectus, rectam bisecantem esse ad rectam quae potest differentiam inter potestates summae laterum trianguli baseos, ut media proportionalis inter latera est ad laterum summam. Itaque (10mo) MR est ad rectam quae potest $A\Omega$ qu. — $\odot F$ qu. id est (per 8) ad BE, ut media proportionalis inter $_3M\odot$ et $_3MF$ seu (per 6 et 7) ut dimidium latus de $A\Omega$ qu. — $\odot\varphi$ qu. est ad $A\Omega$. Rursus (11mo) $MR . \overline{\odot H + QF}$ aequ. duplo triangulo $\odot_3MF$, quod etiam habetur, si media proportionalis inter summam et differentiam baseos et summae ex lateribus ducatur in dimidiatam mediam proportionalem inter summam et differentiam baseos et differentiae laterum (per notum canonem investigandi aream trianguli ex datis lateribus). Ergo (per 11 et 12) fiet (13mo) MR in $\overline{\odot H + FQ} = \sqrt{A\Omega \text{ qu.} - \odot F \text{ qu.}}$ seu (per 8) BE in dimid. $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$ seu fiet MR ad BE ut dimid. $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$ ad $\overline{\odot H + FQ}$. Ergo (per 10 et 13) fit (14mo) $\sqrt{A\Omega \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$ ad $A\Omega$ ut $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$ ad $\overline{\odot H + FQ}$ seu fit $\odot H + QF$ ad $A\Omega$ ut $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$ ad $\sqrt{A\Omega \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$; sed ($15^{mo}$) $\odot H + FQ$ ad $_3M\odot + {_3MF}$ seu ad $A\Omega$ est ut $\odot H$ ad $_3M\odot$ (per 5). Ergo (per 14 et 15) fit (16mo) $\odot H$ ad $_3M\odot$ ut $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$ ad $\sqrt{A\Omega \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$ et proinde (17mo) $_3M\odot$ qu. — $\odot H$ qu. id est $_3MH$ qu. est ad $_3M\odot$ qu. ut $A\Omega$ qu. — $\odot\varphi$ qu. demto $\odot F$ qu. — $\odot\varphi$ qu. seu ut $A\Omega$ qu. — $\odot F$ qu. seu ut BE qu. est ad $A\Omega$ qu. — $\odot\varphi$ qu. Itaque ex 15 et 17 (18mo) fiunt inter se $_3MH$ (quae ut velocitas circulandi), $H\odot$ (quae ut velocitas paracentrica) et $\odot_3M$ (quae ut velocitas in orbita) ut sunt inter se BE, $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$ (seu med. prop. inter $\odot F + \odot\varphi$ et $\odot F - \odot\varphi$) et $\sqrt{A\Omega \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$ (seu dupla med. prop. inter $_3M\odot$ et $_3MF$), quod asserebatur. Hinc etiam enuntiatio talis fieri potest: Si quid moveatur in Ellipsi, velocitas circulandi circa focum est ad velocitatem paracentricam, nempe descendendi ad focum vel a foco recedendi, ut axis minor seu transversus est ad latus differentiae inter potestatem distantiae focorum inter se et potestatem differentiae distantiarum mobilis a focis. Et quoniam in hac enuntiatione foci indifferenter tractantur, hinc sequitur permutatis licet focis, ut alter pro altero centrum circulationis attractionisque fiat, eandem in quovis puncto manere rationem circulationis ad descensum seu ad

velocitatem paracentricam. Jam ex puncto Ellipseos $_3$M agatur in axem ordinata (normalis scilicet) $_3$MY, patet (19mo) rectang. ex $_3$MY in F$\odot$ aequari duplo triangulo $_3$M$\odot$F adeoque (per 12 et 13) aequari (20mo) ipsi BE in dimid. $\sqrt{\odot F\,qu. - \odot\varphi\,qu.}$ seu bis $_3$MY in F$\odot$ est ad BE qu. ut $\sqrt{\odot F\,qu. - \odot\varphi\,qu.}$ est ad BE. Sed et (per 18) erat velocitas circulationis ad paracentricam ut $\sqrt{\odot F\,qu. - \odot\varphi\,qu.}$ ad BE, ideo fiet (21mo) paracentrica velocitas ad circulatoriam in Ellipsi ut bis $_3$MY in F$\odot$ ad BE qu. seu ut dupla ordinata ad distantiae focorum et axi minori tertiam proportionalem. Et proinde (22mo) in Ellipsi rationes velocitatum paracentricarum focum respicientium ad circulatorias respondentes sunt ordinatis proportionales seu quod idem est, rationes velocitatis, qua planeta accedit ad Solem aut ab eo recedit, ad velocitatem ejusdem simul circulandi circa Solem sunt distantiis planetae a linea absidum proportionales. Atque ita si una ratio accessus vel recessus ad coexistentem circulationem sit duplicata vel triplicata (etc.) rationis quam alius accessus vel recessus habet ad circulationem sibi coexistentem, erit logarithmus ordinatae a priori mobilis loco in axem ductae duplus vel triplus logarithmi ordinatae a posteriori mobilis loco in axem ductae. Rationes scilicet accipio hoc loco tanquam numeros, qui toties contineant unitatem, quoties antecedens rationis continet consequens. Et dupla vel tripla ratio fit duplo vel triplo facto antecedente vel dimidiato aut tertiato consequente; sed duplicatam vel triplicatam voco rationem, cujus duplus vel triplus est logarithmus, seu quae est ut quadratum vel cubus prioris, hoc est quae est inter quadrata aut cubos terminorum prioris. Similiter etiam (23tio) in Ellipsi rationes velocitatum in orbita ad coexistentes velocitates circulandi circa alterutrum focorum sunt inter se ut mediae proportionales inter distantias mobilis a focis, ut patet ex 18; et proinde, in motibus planetarum Ellipticis, si una ratio inter velocitatem planetae in sua orbita et velocitatem qua accedit Soli aut ab eo recedit, sit alterius hujusmodi rationis duplicata vel triplicata (etc.), erit summa ex logarithmis distantiarum mobilis a focis in priori casu dupla vel tripla (etc.) summae similis in posteriori casu. Restat ut motum in Ellipsi secundum radios ex focis ductos cum motu secundum axem eique parallelas seu secun-

dum abscissas (ut antea cum ordinatis seu axi transverso parallelis) comparemus. Est autem (24to) RY ad YC ut latus rectum (quod nos ostendimus esse aequ. XW) ad $A\Omega$ latus transversum seu axem majorem, ut ab aliis jam ostensum est; jam (25to) BC aequ. CY — RY, ergo (26to) (per 24 et 25) RC est ad CY ut $\overline{A\Omega - XW}$ ad $A\Omega$; sed (27mo) RC id est dimid. $\overline{\odot R - FR}$ est ad $F\odot$ (seu $\odot R + FR$) ut dimid. $\odot\varphi$ (seu ut dimid. $\overline{{}_3M\odot - {}_3MF}$) est ad $A\Omega$ (seu ${}_3M\odot + {}_3MF$), omnia enim utrobique proportionalia per 5. Ergo (per 26 et 27) componendo rationem CY ad RC, et RC ad $F\odot$ fit (28vo) CY ad $F\odot$ ut dimid. $\odot\varphi$ ad $\overline{A\Omega - XW}$ vel (29mo) quia $\overline{A\Omega - XW}$ (per 8) est ad $F\odot$ ut $F\odot$ ad $A\Omega$, ergo componendo rationem posteriorem analogiae artic. 29 cum ratione priore analogiae artic. 28 et vicissim priorem illius cum posteriore hujus fit (30mo) CY ad $A\Omega$ ut dimid. $\odot\varphi$ ad $F\odot$. Itaque, quia $A\Omega$ et $F\odot$ sunt constantes, erunt (31mo) CY abscissae ex axe inde a centro ipsis $\odot\varphi$ differentiis distantiarum puncti Ellipseos a duobus focis proportionales. Jam (32mo) incrementa vel decrementa differentiarum inter distantias a focis seu ipsarum $\odot\varphi$ sunt dupla incrementa ipsarum $\odot {}_3M$ distantiarum ab alterutro foco, seu crementa sive velocitates quibus ipsae $\odot\varphi$ magnitudinem mutant sunt duplae velocitatum quibus eam mutant (hoc est crescunt vel decrescunt) ipsae $\odot {}_3M$. Ergo (33^{tio}) crementa (hoc est incrementa vel decrementa) abscissarum CY sunt proportionalia crementis radiorum $\odot {}_3M$ ex foco eductorum, seu (34to) velocitates quibus punctum ${}_3M$ in Ellipsi motum distantiam mutat ab axe conjugato BE, proportionales sunt velocitatibus quibus distantiam mutat ab alterutro foco $\odot$. Quae quidem omnia hoc articulo fusius exponere placuit, ut motus planetarum Elliptici proprietates memorabiles melius intelligerentur.

19) Si mobile quod gravitatem habet, vel ad centrum aliquod trahitur, qualem planetam respectu Solis ponimus, feratur in Ellipsi (aut alia sectione coni) circulatione harmonica, sitque in foco Ellipseos centrum tam attractionis quam circulationis, erunt attractiones seu gravitatis solicitationes ut quadrata circulationum directe, seu ut quadrata radiorum sive distantiarum a foco reciproce. Hoc ita invenimus non ineleganti specimine nostri Calculi differentialis vel Analyseos infinitorum. $A\Omega$ sit q;

⊙F, e; BE, b (hoc est $\sqrt{qq - ee}$); $\odot_2 M$ radius r; ⊙φ (seu $\odot_2 M - F_2 M$) 2r — q seu per compendium p, et latus rectum WX sit a aequ. bb : q. Duplum elementum areae seu duplum triangulum $_1M_2M\odot$ quod semper aequale est sit ϑa, posito a latere recto et ϑ repraesentante elementum temporis semper aequale, et $_2D_1M$ circulatio erit ϑa : r (vid. jam supra 12). Porro differentia radiorum ($_1D_2M$) vocetur dr, et differentia differentiarum ddr. Per praecedentem autem est dr (seu $_2D_2M$) ad ϑa : r (seu ad $_2D_3M$) ut $\sqrt{ee - pp}$ ad b; ergo brdr = ϑa $\sqrt{ee - pp}$, quae est aequatio differentialis. Hujus autem aequatio differentio-differentialis, secundum leges calculi a nobis peculiari capite huic tractatui inserto (supra....) explicatas, est bdr dr + brddr = — 2paϑdr : $\sqrt{ee - pp}$, quarum duarum aequationum ope tollendo dr, ut restet tantum ddr, fiet ddr=bbaaϑϑ — 2aaqrϑϑ, : bbr^3, unde habetur propositum. Nam ddr, velocitatis paracentricae elementum, est differentia inter bbaaϑϑ : bbr^3, hoc est aaϑϑ : r^3 qui est duplus conatus centrifugus (per 12 supra), et inter 2aaqrϑϑ : bbr^3, hoc est (quia bb : q=a) 2aϑϑ : rr; oportet ergo (per 15) ut 2aϑϑ : rr sit solicitatio gravitatis, quae ducta in constantem a : 2 dat aaϑϑ : rr quadratum circulationis. Sunt ergo solicitationes gravitatis ut quadrata circulationis directe, et proinde ut quadrata radiorum reciproce. Eadem conclusio et in Hyperbola et Parabola succedit, maxime autem in Circulo, qui est simplicissima Ellipsis. Ratio autem discriminis inter has conicas sectiones, et quando Circuli et Ellipses prae aliis generentur, infra apparebit.

Si quis specimen calculi quod hoc loco edidimus distinctius sibi explicari desideret, praesertim cum supra differentialem quidem explicuerimus, at differentio-differentialis mentionem fecerimus nullum, tanquam ex priori fluentis, is sic habeto: In aequatione differentiali brdr = ϑa $\sqrt{ee - pp}$ (1) pro dr scribatur m compendii causa, et pro ee — pp scribatur n, fiet brm = ϑa $\sqrt{n}$, cujus aequationis aequatio differentialis (id est absolute differentio-differentialis) ex novo algorithmo generali a nobis tradito est brdm + bmdr = ϑadn : $2\sqrt{n}$ (2); est autem m=dr et dm proinde ddr, et quia n=ee—pp, hinc dn = —2pdp, at dp = 2dr, quia p = 2r — q (nam $_3M\odot - _3MF$ = bis $_4M\odot$ — AΩ). Ita in aequatione (2) nempe differentio-differentiali pro m, dm, n, dn substituendo valores inventos habebimus brddr + bdrdr = —2aϑpdr : $\sqrt{ee - pp}$ (3), ubi pro dr : $\sqrt{ee - pp}$ substituendo ex aequ. 1. ϑa : br et pro bdrdr substituendo

$\overline{\vartheta\vartheta aa ee - pp} : brr$, sublatisque fractionibus ex aequ. 3. fiet $ddr =$ $\overline{- ee + pp - 2pr}\ \vartheta\vartheta aa : bbr^3$ (4). Jam $ee = qq - bb$ et $p = 2r - q$, itaque $- ee + pp - 2pr = - 2rq + bb$ (5). Ergo denique ex aequ. 4. fit $ddr = - 2rq\vartheta\vartheta aa + bb\vartheta\vartheta aa, : bbr^3$ (6) seu quia $qa = bb$, fiet $ddr = \vartheta\vartheta aa : r^3, - 2\vartheta\vartheta a : r^2$, seu ddr est differentia inter quantitates supra dictas $\vartheta\vartheta aa : r^3$, duplum conatum centrifugum, et $2a\vartheta\vartheta : rr$, solicitationem gravitatis qua mobile in orbita retinetur. Quanquam autem operae pretium visum fuerit definire solicitationis hujus quantitatem hac quam aperuimus via, ut appareret resolutio elementi paracentrici seu incrementi decrementive accessus recessusve respectu foci seu Solis in duos conatus, quorum unus aequalis sit duplo conatui centrifugo, si motus praesens Ellipticus fieret per circulationem harmonicam paracentrico motui compositam, alter aequalis sit solicitationi gravitatis qua motus praesens effici posset, si hac mobile in orbita retineri poneretur, secundum demonstrata articuli 15; quoniam tamen alia via sine calculo ex notatis alibi theorematibus nostris et adhibitis Lemmatibus Incomparabilium a nobis introductis inveniri potest solicitatio gravitatis, eam quoque vel consensus gratia annotare placet, praesertim cum sic quoque non spernendae se aperiant meditationes generales. Igitur rectae duae ad curvam perpendiculares in punctis $_2M$ et $_3M$ inassignabiliter distantibus, nempe $_2MS$ et $_3MS$, concurrant in S, id erit centrum circuli curvam in M osculantis, hoc est intus vel extus lineam tangentium circulorum maximi vel minimi seu eundem cum linea angulum contactus ad rectam tangentem facientis, quod in circulo tali cum curva contactus communi perfectionis genus osculi nomen a me accepit; idemque centrum est punctum curvae, cujus evolutione linea proposita describitur, quod describendi genus primus invenit Hugenius. Producatur et recta $_3MG$ tangenti in $_2M$ parallela, donec ipsi $_2MS$ occurrat ad angulos scilicet rectos in K. Jam ut $_3MG$ est solicitatio gravitatis, quatenus gravitate mobile in orbita retineri concipitur, ita $_2MK$ est conatus excussorius, quo mobile ab orbita recedere tentat ex impetu concepto, per dicta supra artic. 10, qui differt a conatu centrifugo $_2T\,_2D$, quo mobile recedere conatur a centro circulationis ⊙, nam conatus centrifugus, ut supra diximus, est species tantum simplicissima conatus excussorii, cum scilicet motus est circularis. Ob triangula autem similia $_2MKG$ et $_3M_2DG$ (primo) in omni linea solicitatio gravitatis $_3MG$ est ad

conatum excussorium $_2MK$ ut $_3MG$, id est $_2M_3M$ elementum curvae seu velocitas in orbita est ad $_3M_2D$ velocitatem circulationis; sed porro ob triangula similia SK_3M et $_3MK_2M$ ipsa $_3MK$, id est $_3M_2M$ (2do) velocitas in orbita est media proportionalis inter $_2MK$ conatum excussorium et SK, id est S_2M, quae repraesentat velocitatem, qua eodem tempore quo percurritur curvae elementum perveniri posset a curvae puncto M ad S centrum circuli osculantis, quae velocitas incomparabiliter major est velocitate circulationis, ut haec conatu excussorio. Igitur in omni Motus linea conatus excussorii $_2MK$ sunt in ratione composita ex ratione duplicata directa velocitatum in orbita $_3MK$ vel $_3M_2M$ et reciproca simplice semidiametrorum osculationis SM. Sed magnitudinem semidiametri osculationis sic inveniemus: $_2MS$ secet $A\Omega$ in ψ; per $_2M$ ducatur axi parallela secans $_3MY$ in ω, et ex ψ agatur in $_3MS$ normalis $\psi\pi$, patet (3tio) ψR (differentiam inter $\odot\psi$ et $\odot R$) esse ad $_2M_2D$ differentiam inter $\odot_3M$ et $\odot_2M$ ut $\odot R$ ad $\odot_3M$ seu ut $\odot F$ ad $A\Omega$ (per num. 5 articuli praecedentis 18). Et per num. 30 et sequentes ejusdem est (4to) dimidia differentia ipsarum $\odot\varphi$ seu tota differentia ipsarum $\odot M$, seu $_2M_2D$ est ad differentiam ipsarum CY seu ad $_2M\omega$ etiam ut $\odot F$ ad $A\Omega$. Ergo (per 3 et 4) erit (5to) ψR ad $_2M\omega$ ut $\odot F$ quad. ad $A\Omega$ quad., et (6to) $_2M_3M$ ad $_2M_2D$ in ratione composita $_2M_3M$ ad $_2M\omega$ et ($_2M\omega$ ad $_2M_2D$ seu) $A\Omega$ ad $\odot F$. Jam quia recta $_2M_3M$ differt incomparabili parvitate a normali ex $_2M$ in $_3MS$, etiam angulus $_2M_3MS$ incomparabili parvitate differt a recto, id est rectus est; itaque triangula S_3M_2M et $S\pi\psi$ similia sunt, estque adeo (7mo) S_3M ad SR ut $_2M_3M$ ad $\psi\pi$. Sed ratio $_2M_3M$ ad $\psi\pi$ componitur ex rationibus $_2M_3M$ ad $_2M\omega$ et $_2M\omega$ ad ψR (id est per 5. $A\Omega$ quad. ad AF quad.) et ψR ad $\psi\pi$ (id est ob triangula $\psi\pi R$ et $_2M\omega_3M$ similia, $_2M_3M$ ad $_2M\omega$). Itaque erit $_2M_3M$ ad $\psi\pi$ seu S_3M ad SR in duplicata ratione composita ex $_2M_3M$ ad $_2M\omega$, et $A\Omega$ ad $\odot F$ seu (per 6) erit (8vo) S_3M ad SR in duplicata ratione $_2M_3M$ ad $_2M_2D$ sive velocitatis in orbita ad velocitatem paracentricam, id est (per num. 18 articuli praecedentis 18) in simplici ratione $A\Omega$ quad. — $\odot F$ quad. ad $\odot F$ quad. — $\odot\varphi$ quad. Ergo S_3M — SR seu $_3MR$ est ad S_3M ut $A\Omega$ quad. — $\odot\varphi$ quad. demto $\odot F$ quad. — $\odot\varphi$ quad. (id est ut $A\Omega$ quad. — $\odot F$ quad., id est (9no) ut BE quad.) est ad $A\Omega$ quad. — $\odot\varphi$ quad., seu in Ellipsi

recta MS semidiameter circuli osculantis seu semidiameter osculationis est ad $_3MR$ perpendicularem Ellipsi ductam usque ad axem, scilicet majorem, ut quadruplum rectangulum sub distantiis a focis seu sub $_3M\odot$ et $_3MF$ (quod aequari ipsi $A\Omega$ quad. — $\odot\varphi$ quad. constat ex articuli praeced. 18 num. 6 et 7) ad quadratum sub axe minore vel conjugato. Quod ipsum in transitu annotasse pretium operae est. Id est (10mo) SM ad $_3MR$ (per 9 hic et per 18 artic. praeced.) in duplicata ratione velocitatis circulandi ad velocitatem in orbita, seu quadratum rectae $_2M_3M$ (repraesentantis velocitatem in orbita) applicatum ad $_3MR$ aequatur quadrato rectae $_3M_2D$ (repraesentantis velocitatem circulandi) applicato ad SM. Sed (per 2 hic) in omni linea conatus excussorius fit quadrato velocitatis in orbita applicato ad semidiametrum osculationis. Ergo (11mo) in linea Elliptica conatus excussorius fit quadrato velocitatis circulandi $_3M_2D$ applicato ad $_3MR$ perpendicularem Ellipsi productam ad axem. Inventa jam lege conatus excussorii in Ellipsi, ita facile absolvetur demonstratio: per num. 10 artic. 18 praeced. est $_3MR$ ad latus de $A\Omega$ quad. — $\odot\varphi$ quad. ut dimid. BE ad totam $A\Omega$, id est (per num. 8 ejusdem artic. praeced.) ut semilatus rectum ad BE. Ergo vicissim semilatus rectum est ad $_3MR$ ut BE ad latus de $A\Omega$ quad. — $\odot\varphi$ quad., id est (per num. 18 artic. praeced.) ut $_3M_2D$ ad $_2M_3M$, seu (per num. 1 articuli hujus) ut $_2MK$ ad $_2MG$. Itaque (12mo) ut est semilatus rectum ad $_3MR$ (perpendicularem in Ellipsin ab ipsa ad axem pertinentem), ita est $_2MK$ (conatus excussorius) ad $_2MG$ (solicitationem gravitatis), seu $_2MG$ in semilatus rectum aequatur facto ex $_2MK$ in $_3MR$, id est (per num. 11 artic. hujus) quadrato de $_3M_2D$. Ergo (13tio) $_2MG$ (quae repraesentat solicitationem gravitatis) ducta in semilatus rectum ($\odot W$) aequatur quadrato ipsius $_3M_2D$ repraesentantis velocitatem circulationis, seu in literis exprimendo, quia $_3M_2D$ circulatio (per superiora sub initium hujus articuli) est $\vartheta a : r$, fit $_2MG$ solicitatio gravitatis aequ. $2\vartheta\vartheta a : rr$, prorsus ut antea in hoc ipso praesente articulo per viam diversam, nempe ope calculi nostri differentialis et theorematis articulo 15 propositi inveneramus. Adeoque solicitationes gravitatis in Ellipsi sunt quadratis circulationum proportionales, et quia harmonicae circulationes seu circulandi velocitates sunt reciproce proportionales radiis seu ipsis $\odot M$ distantiis a centro circulationis, id est a foco Ellipseos, nempe pro planetis Sole, per artic. 3 hujus

Tentaminis, ideo denique (14to) solicitationes gravitatis in mobili quod harmonica circulatione simulque motu paracentrico focum respiciente Ellipsin describit (quales sunt planetae circa Solem gyrantes) sunt in reciproca proportione duplicata distantiarum a foco tanquam circulationis et attractionis centro.

20) Planeta idem attrahitur a Sole diversimode, et quidem in duplicata ratione viciniarum, ita ut idem duplo vicinior quadruplo fortius, triplo vicinior noncuplo fortius ad descendendum versus Solem nova quadam impressione perpetuo solicitetur. Patet ex praecedenti, posito Planetam Ellipsin describere ac circulari harmonice, ac praeterea continuo impelli versus Solem. Video hanc propositionem jam tum innotuisse etiam Viro celeberrimo Isaaco Newtono, ut ex relatione Actorum apparet, licet inde non possim judicare, quomodo ad eam pervenerit. Ita habemus consensum pulcherrimum eorum quae supra a priori conclusimus ex lege radiationis attractoriae, et eorum quae nunc ex phaenomenis, id est natura motus Elliptici planetarum secundum areas ex Sole tanquam foco abscissas aequabilis a Keplero ex Tychonis et suis observationibus stabilita et a posteris comprobata sponte nascuntur.

21) Patet etiam solicitationem gravitatis in Planetam esse ad conatum Planetae centrifugum (seu excussorium ab ipsa circulatione harmonica eum rapiente in orbem atque adeo, excutere conante profectum) ut distantia praesens a Sole ad quartam partem lateris recti Ellipseos planetariae, seu ut r ad $a:4$, ac proinde rationes ipsae gravitatis ad conatum centrifugum sunt planetae distantiis a Sole proportionales.

22) Velocitas planetae circa Solem ubique major est velocitate paracentrica, hoc est accedendi ad Solem vel ab eo recedendi. Cum enim sit circulatio ad paracentricam ut b ad $\sqrt{ee-pp}$ (per 18, adde calculum ad 19), erit major illa quam haec, si $bb+pp$ major quam ee, quod utique fit, cum bb major quam ee, seu b axis transversus quam e distantia focorum. Id vero in Ellipsibus planetariis nobis notis semper contingit, quae non usque adeo a circulis differunt.

23) In Aphelio A et Perihelio Ω sola est circulatio sine accessu et recessu, in Perihelio maxima, in Aphelio minima. In media autem planetae distantia a Sole (quae est in ipsis extremis axis

transversi B et E) velocitas accessus recessusve est ad circulationem in ratione distantiae inter focos ad axem transversum, seu e ad b; ibi enim p evanescit.

24) Maxima est planetae velocitas accedendi ad Solem vel ab eo recedendi, cum W☉ vel X☉ distantia planetae a Sole est aequalis dimidio Ellipseos lateri recto, tunc enim (per 19 vel 21) fit $ddr = 0$, cum $r = a:2$. Itaque si ex Sole tanquam centro, dimidio latere recto ☉W tanquam radio describatur circulus, is Ellipsin planetae in duobus punctis maximae paracentricae velocitatis W et X secabit, quae in uno ut W erit accendi, in altero X recedendi. Minima sive nulla est in Aphelio et Perihelio, sive in Ellipsis utroque vertice A et Ω.

25) Semper in Ellipsi adeoque et semper in planeta conatus centrifugus recedendi a Sole seu conatus excussorius circulationis harmonicae minor est solicitatione gravitatis seu attractione centrali Solis. Est enim (per 21) attractio ad conatum centrifugum ut distantia a Sole seu foco ad quartam partem lateris recti, semper autem in Ellipsi distantia a foco major quarta lateris recti parte.

26) Impetus quos planeta attractione Solis continuata, durante itinere concepit sunt ut anguli circulationis, seu quos radii ex Sole ad primum et postremum itineris punctum ducti comprehendunt, sive ut motus apparens seu iter spectatum ex Sole. Sic impetus impressus durante itinere A_1M est ad impetum impressum durante itinere A_2M ut angulus $A☉_1M$ ad angulum $A☉_2M$. Sunt enim angulorum incrementa ut impressiones gravitatis (per 17 et 19), ergo et summae summis proportionales, nempe anguli circulatione absoluti summis impressionum seu impetibus inde conceptis. Hinc in puncto W ubi normalis ordinata ex Sole Ellipsi occurrit, impetus inde a Aphelio A conceptus est dimidia pars impetus concepti ab Aphelio ad Perihelium; est autem ibi ☉W, distantia a Sole, ipsum dimidium latus rectum. Et impetus itinere quovis conceptus est ad conceptum semirevolutione, ut angulus circulationis ad duos rectos. Intelligo autem impetus a gravitate vel attractione impressos per se ac solos, non detractis nec computatis impetibus contrariis ab excussorio conatu impressis.

27) Sed operae pretium est distinctius ex causis assignatis explicare totam Planetae revolutionem gradusque

accessus et recessus erga Solem. Planeta igitur in maxima digressione A seu Aphelio positus minorem quidem et conatum centrifugum circulationis excutientis et attractorium gravitatis solicitantis experitur, quam si Soli propior esset. Est tamen in ea distantia, nempe in vertice remotiore a Sole, fortior gravitas quam duplus conatus centrifugus (per 21), quia ☉A, distantia Aphelii seu verticis remotioris a Sole seu foco, major est dimidio latere recto ☉W. Descendit itaque planeta versus Solem itinere AMEWΩ, et continue crescit descendendi impetus, ut in gravibus acceleratis, quamdiu manet nova gravitatis solicitatio fortior duplo novo conatu centrifugo, tamdiu enim crescit impressio accedendi super impressionem recedendi, adeoque absolute crescit accedendi velocitas, donec in locum perveniatur, ubi aequantur duae illae novae contrariae impressiones, id est in locum W, ubi distantia a Sole ☉W aequatur dimidio lateri recto. Ibi ergo velocitas accedendi est maxima et crescere desinit (per 24). Exinde autem etsi pergat planeta accedere ad Solem usque ad Ω, velocitas tamen accedendi rursus decrescit, praevalente conatu duplo centrifugo super gravitatis impressionem, idque tamdiu continuatur, donec impressiones centrifugae in unum collectae ab initio A hucusque, impressiones gravitatis etiam ab initio hucusque collectas praecise consumunt, seu quando totus impetus recedendi (conceptus ex singulis impressionibus centrifugis collectis) toti impetui accedendi (ex gravitatis impressionibus continue repetitis concepto) tandem aequatur, ubi cessat omnis accessio, atque is locus ipsum est Perihelium Ω, in quo Planeta est Soli maxime vicinus. Postea autem continuato motu, cum hactenus accesserit, nunc recedere incipit, tenditque ab Ω per X versus A. Nam duplus conatus centrifugus qui praevalere coeperat super gravitatem inde a W usque ad Ω, adhuc pergit praevalere ab Ω usque ad X, ac proinde cum ab Ω incipiat planeta quasi de novo moveri, quippe prioribus impetibus contrariis mutuo sublatis, praevalet etiam recessus inde ab Ω, et recedendi velocitas continue crescit usque ad X, sed incrementum tamen ejus seu nova impressio decrescit, donec ista nova impressio ad recedendum seu duplus conatus centrifugus novae impressioni ad recedendum seu gravitati iterum fit aequalis, nempe in X. Itaque in X est maxima recedendi velocitas. Et ex eo praevalet gravitas seu nova impressio accedendi, licet adhuc satis diu praevaleat totus recedendi impetus seu summa omnium impressionum recedendi inde

ab Ω acquisitarum, super totum impetum accedendi inde ab Ω denuo impressum. Sed cum tamen hic magis crescat quam ille, post X, tandem ei fit aequalis in A, ubi mutuo destruuntur, et recessus cessat, id est reditur ad Aphelium A. Atque ita omnibus impressionibus pristinis contrariarum aequalium compensatione consumtis, res redit ad statum primum, atque omnia de integro perpetuis lusibus repetuntur, donec longa dies perfecto temporis orbe, rerum constitutioni mutationem notabilem afferat. Illud autem egregium est, quod ex singulari privilegio circulationis harmonicae compositio motuum physica consentit cum Geometrica, nam si planeta cum aethere deferente alia quam harmonica circulatione moveretur, non possent consentire motus planetae et motus aetheris, sed planeta ex impetu concepto pristino vel velocius vel tardius ipso aethere ambiente circularetur, unde perpetuus esset conflictus seu motuum perturbatio. Et supponi potest ita initio contigisse, donec post colluctationem planeta aetherque ambiens in motus conspirantes consensere. Nunc enim, quod mirabile est, dum aether circulatur harmonice, planeta in eo perinde movetur ac in vacuo, tanquam solo concepto impetu pristino et superveniente gravitatis solicitatione moveretur nec adesset deferens fluidum, manifestum enim est, nihil interesse utrum motum in ${}_2M_3M$ componas ex motu in ${}_2M_2D$ (paracentrico) et in ${}_2D_3M$ (circulatorio harmonico), an vero ex conatu in ${}_2MG$ (gravitatis solicitantis) et impetu semel concepto in G_3M vel ${}_2ML$ (aequali pristino impetui ${}_1M_2M$). Et quoniam ipsa vi hujus compositionis impetus pristini cum gravitate nascitur talis planetae velocitas circulatoria, qualem Analysis Geometrica exhibet (nempe harmonica), quam eandem esse contingit cum velocitate circulatoria aetheris ambientis, vicissim fit ut planeta ita circuletur in aethere, quasi ab ipso placidissime deferretur ut infixus in aliquo solido orbe quantum ad haec circulationem. Unde etiam analysis conatus paracentrici geometrica in solicitationem gravitatis et duplum conatum centrifugum, id est duplum ejus qui esse debere videretur, nil turbat in compositione physica, postquam nunc planeta ob consensum circulandi semel acceptum non amplius ab aethere deferente vim recipit, sed movetur tanquam liber et sui juris, atque ita licet non amplius physice patiatur, tamen Geometrice exhibet circulationem. Loquor autem de illo aethere deferente qui in magno orbe cum planetis fertur in zodiaco circa Solem, analogus vento illi constanti apud nos in-

tra Tropicos spiranti circa globum telluris et secum aliquando nubes ferenti. Sed hoc aethere incomparabiliter subtilior est materia illa quae ipsam gravitatem et magnetismum sive in tellure sive in magno orbe facit, et fortasse non planetarum tantum motus, sed et ipsius venti eos deferentis producit, dum scilicet impetui ab hujus venti materia undecunque concepto (cum nihil penitus quiescat in natura) accedens a subtilissimo fluido solicitatio gravitatis harmonicam circulationem efficit in quovis ventum componente corpore (modo explicato), qui impetus eo jam reductus erit, ut motus inde natus ex accedente solicitatione gravitatis maxime consentiat motui planetarum. Interim non putandum est, haec omnia Geometrica quadam praecisione et absoluta exactitudine fieri, cum ob omnium planetarum, imo corporum Universi actionem in se invicem nihil sit tale in natura, quod omnino definitas et a finitae virtutis mente cogitabiles habeat proprietates ideales Geometricas Dynamicasque; sufficit enim aberrationes materiae ab ideis definitis non esse magnas respectu sentientis. Quousque autem sint notabiles observationibus, indagandum est, ut paulatim ipsae quoque deviationes primariae repertis causis ad certas leges alligentur. Sed nunc in viam redeamus.

28) Habemus ergo in Motu Planetae Elliptico sex puncta inprimis notabilia: quatuor quidem obvia, A et Ω Aphelii et Perihelii, itemque E et B mediae distantiae (nam $\odot$B vel $\odot$E est dimidius axis major AΩ adeoque medium arithmeticum inter $\odot$A maximam et $\odot\Omega$ minimam digressionem), et duo a nobis addita W et X extrema lateris recti WX ad axem in foco $\odot$ ordinatim applicati, quae sunt puncta maximae velocitatis, illud W recedendi, hoc X accedendi (per 24), ubi etiam (per 26) impetus ac continua gravitatis impressione conceptus ab A usque ad W praecise est dimidius ejus, qui toto descensu ab A usque ad Ω concipitur; similiter conceptus ab Ω usque ad X dimidius ejus qui concipitur ab Ω usque ad A. Et omnino impetus a gravitate concepti per AW, WΩ, ΩX, XA sunt aequales.

29) Tempus jam est, ut tradamus causas quae speciem Ellipseos planetariae definiunt. Datus focus Ellipseos $\odot$, qui est locus Solis. Dato jam loco A ubi Planetam Sol attrahere incipit, velut maxima planetae distantia, datur remotior ab hoc foco Ellipseos vertex. Data porro ratione gravitatis seu virtutis, qua Sol planetam trahere incipit, ad conatum centrifugum, qua ibi cir-

calatio planetam excutere et a Sole repellere nititur, hinc datur et latus rectum Ellipseos principale WX seu ordinatim applicata in foco $\odot$. Nam $\odot$A data, est ad $\odot$W semilatus rectum, in ratione data attractionis solaris ad duplum conatum centrifugum. Quod si jam quarta pars lateris recti detrahatur a maxima digressione data A$\odot$, erit residuum ad A$\odot$ ut A$\odot$ ad AΩ; datur ergo AΩ major axis Ellipseos seu latus transversum. Datis ergo punctis $\odot$, A, W vel X, datur et Ω, atque hinc porro et C centrum Ellipseos, et alter focus F, et axis transversus BE, adeoque Ellipsis. Nec minus dantur omnia, si pro A initio daretur Ω.

30) Ex his simul patet, quomodo Ellipsis vel (qui sub ea continetur) circulus, non alia conica sectio, a planetis describatur. Et circulus quidem oritur, cum attractio gravitatis et dupla vis centrifuga a circulatione orta ab initio attractionis sunt aequales; ita enim aequales manebunt, nulla existente causa accessus aut recessus. Sed cum initio (vel in statu destructorum priorum impetuum contrariorum accedendi recedendive, qui initio aequivalent, hoc est in Aphelio vel Perihelio) attractio et duplus conatus centrifugus sunt inaequales, modo (per 25) conatus centrifugus simplex sit minor attractione, describitur Ellipsis, et praevalente attractione, initium est Aphelium, sin praevaleat duplus conatus centrifugus, est Perihelium. Si conatus centrifugus simplex attractioni sit aequalis, Parabola, si major, Hyperbola orietur, cujus focus intra ipsam sit Sol. Quod si Planeta non gravitate, sed levitate esset praeditus, nec traheretur, sed repelleretur a Sole, Hyperbolae opposita orietur, cujus nempe focus extra ipsam Sol esset. Manifestum autem est ideo planetas nostros non ferri in Parabola aut Hyperbola, quia si unquam sic moti fuere, dudum in mundana spatia abscessere, neque enim tales lineae redeunt in se. An Cometae in Parabolis Hyperbolisve aut similibus ferantur, an potius ipsorum quoque motus post longa intervalla ad priora vestigia revertantur, observationibus relinquendum est. Porro Planetariae Ellipses vel ideo non admodum a circulis abeunt, quod ita minus pugnant inter se, nec circuli tamen perfecti evasere, quod alii planetae aliis soliditate adeoque potentia praevaluere, quae res et distantias eorum definivit. Caeterum superesset ut distinctius exponeremus motum vorticis solaris, ut in eo gravitatis atque magnetismi causae legesque melius intelligi possent perfectiusque a priori explicaretur radiatio, cujus naturae jam tum convenire ostendimus gravitatis

solicitationes esse in duplicata ratione viciniarum; et praeterea opus esset diversorum ejusdem systematis planetarum motus comparari, quo causa intelligatur, cur ex miranda Kepleri observatione tempora periodica sint in sesquiplicata ratione distantiarum. Sed haec peculiarem operam merentur omnia, ut pro dignitate tractari possint, nec commode Schediasmati ab hac tractatione alieno et ideo tantum in specimen apposito, quo melius meditationum nostrarum dynamicarum usus appareret, nec proinde nimis extendendo, includi possunt.

Beilage.

Leibniz an Hugens *).

Je suis bien marri de n'avoir sçeu la nouvelle obligation que je vous avois apres tant d'anciennes, que par votre lettre de Voorbourg du 24. d'Aoust, je me suis d'abord informé où pouvoit estre devenu vostre paquet, et enfin on me l'a apporté il y a quelques semaines; je vous en dois remercier de toutes les manieres. Vos presens me sont precieux, et je puis dire, que celuy que vous me fistes à Paris de vôtre excellent ouvrage sur les pendules a esté un de plus grands motifs des progrés que j'aye peutestre faits depuis dans ces sortes de sciences. Car m'efforçant de vouloir entendre des pensées qui passoient de beaucoup les connoissances que j'avois alors en ces matieres, je m'estois enfin mis en estat de vous imiter en quelque chose. Apres cela vous pouvés juger quel estat je dois faire de ce qui vient de vostre part, puisque cela me porte tousjours des lumieres. Et rien n'en avoit plus besoin que la lumière même. Quand vôtre traité sur ce sujet ne me seroit venu que par les voyes ordinaires des libraires, je ne l'aurois pas moins consideré comme une grace que vous m'auriés faite, le bien que vous avés fait à tous, touchant plus particulierement ceux qui en peuvent profiter d'avantage par le goust qu'ils prennent à la matiere. Maintenant que vous m'envoyés vous mêmes vôtre ouvrage si attendu depuis tant d'années, cette distinction favorable m'oblige

*) Dieser Brief ist in mehreren Entwürfen und in zwei von Leibniz revidirten Abschriften vorhanden.

encor plus etroitement, et me fait joindre la reconnoissance que je vous en dois, à celle qui m'est commune avec tout le genre humain, dont vous augmentés le veritable thresor par vos decouvertes importantes, quoyque le nombre de ceux qui en puissent connoistre le prix soit mediocre. Je me sçay bon gré d'en estre: ille se profecisse sciat, cui ista valde placuerint. Si j'avois l'âge et le loisir du temps de mon sejour à Paris, j'espererois qu'il me pourroit servir en Physique comme vôtre premier present me fit avancer en Geometrie. Mais je suis distrait par des occupations bien differentes qui semblent me demander tout entier. Et ce n'est que par échappades que je puis m'en écarter quelques fois, cependant le plaisir et l'utilité qu'il y a à communiquer avec vous me fait profiter de l'occasion. J'ay lû vôtre ouvrage avec la plus grande avidité du monde; je l'avois fait chercher à Hambourg il y a déjà quelques mois, mais on me manda, que quelque peu d'exemplaires qui y estoient venus estoient déjà disparus.

L'usage que vous faites des ondes pour expliquer les effects de la lumiere m'a surpris, et rien n'est plus heureux que cette facilité, avec laquelle cette linge qui touche toutes les ondes particulieres et compose l'onde generale satisfait aux loix de reflexion et de refraction connues par l'experience. Mais quand j'ai vû que la supposition des ondes spheroidales vous sert avec la même facilité à resoudre les phenomenes de la refraction disdiaclastique du cristal d'Islande, j'ay passé de l'estime à l'admiration. Le bon Pere Pardies parloit aussi d'ondes, mais il estoit bien éloigné de ces considerations comme vous avés remarqué vous même p. 18. où vous dites qu'on le pourra voir si son écrit a esté conservé. Mais sans chercher cet écrit on le pourra juger par un petit livre de dioptrique du Pere Ango Jesuite, qui aveue d'avoir eu les papiers du P. Pardies entre les mains, et d'en avoir puisé la consideration des ondes. Mais lors qu'il pretend d'en tirer la regle des sinus pour la refraction (car c'estoit là, où je l'attendois), il se trompe fort, ou plustost il se mocque de nous en forgeant une demonstration apparente qui suppose adroitement ce qui est en question. Je voudrois que vous eussiés voulû nous donner au moins vos conjectures sur les couleurs et je voudrois sçavoir aussi quelle est vôtre pensée de l'attraction que M. Newton reconnoist après le P. Grimaldi dans la lumiere à la p. 231 de ses Principes,

item quelles sont les experiences nouvelles sur les couleurs que M. Newton vous a communiquées, si vous trouvés à propos d'en faire part. Le crystal d'Islande n'a-t-il rien fourni de particulier sur les couleurs?

Apres avoir bien consideré le livre de M. Newton que j'ay vû à Rome pour la premiere fois, j'ay admiré comme de raison quantité de belles choses qu'il y donne. Cependant je ne comprends pas comment il conçoit la pesanteur, ou attraction. Il semble que selon luy ce n'est qu'une certaine vertu incorporelle et inexplicable, au lieu que vous l'expliqués tres plausiblement par les loix de la mecanique. Quand je faisois mes raisonnemens sur la Circulation harmonique, c'est à dire, reciproque aux distances, qui me faisoit rencontrer la regle de Kepler [du tems proportionel aux aires], je voyois ce privilege excellent de cette espece de circulation: qu'elle est seule capable de se conserver dans un milieu qui circule de même, et d'accorder ensemble durablement le mouvement du solide et du fluide ambiant. Et c'estoit là la raison Physique que je pretendois donner un jour de cette circulation, les corps y ayant esté determinés pour mieux s'accorder ensemble. Car la circulation harmonique seule a cela de propre que le corps qui circule ainsi, garde precisement la force de sa direction ou impression precedente tout comme s'il estoit mû dans le vuide par la seule impetuosité jointe à la pesanteur. Et le même corps aussi est mû dans l'ether comme s'il y nageoit tranquillement sans avoir aucune impetuosité propre, ny aucun reste des impressions precedentes, et ne faisoit qu'obeïr absolument à l'ether qui l'environne, quant à la circulation (le mouvement paracentrique mis à part), car comme j'avois monstré dans les Actes de Leipzig p. 89 au mois de Fevrier 1689, la circulation $D_1 M_2$ ou $D_2 M_3$ estant harmonique, et $M_3 L$ parallele à $\odot M_2$, rencontrant la direction precedente $M_1 M_2$ prolonguée en L, à lors $M_1 M_2$ est égale à $M_2 L$ (ou à GM_1 le graveur a oublié la lettre G entre T_2 et M_2 marquée dans ma description) et par consequent la direction nouvelle $M_2 M_3$ est composée tant de la direction precedente $M_2 L$ jointe à l'impression nouvelle de la pesanteur, c'est à dire à LM_3, que de la velocité de circuler de l'ether ambiant $D_1 M_3$ en progression harmonique jointe à la velocité paracentrique déjà acquise $M_2 D_1$ en progression quelconque. Mais quelque autre circulation qu'on suppose hors l'harmonique, le corps gardant l'im-

pression precedente $M_2 L$ ne pourra pas observer la loy de la circulation $D_1 M_3$ que le tourbillon ou l'ether ambiant luy voudra prescrire, ce qui fera naître un mouvement composé de ces deux impressions. C'est pourquoy les corps circulans tant liquides que solides après bien des combats et contestations ont esté enfin reduits à cette seule espece, où ils s'accordent avec ceux qui les environnent, et où chacun ne va que comme seul ou comme dans le vuide. Cependant je ne m'estois pas avisé de rejetter avec M. Newton l'action de l'ether environnant. Et encor à present je ne suis pas encor bien persuadé qu'il soit superflu. Car bien que M. Newton satisfasse quand on ne considere qu'une seule planete ou satellite, neantmoins il ne sçauroit rendre raison par la seule trajection jointe à la pesanteur, pour quoy toutes les planetes d'un même systeme vont à peu pres le même chemin et dans le même sens. C'est ce que nous ne remarquons pas seulement dans les planetes du soleil, mais encor dans celles de Jupiter et dans celles de Saturne. C'est une marque bien evidente, qu'il y a quelque raison commune qui les y a determinés, et quelle autre raison pourroit-on apporter plus probablement, que celle d'une espece de tourbillon ou matiere commune, qui les emporte? Car de recourir à la disposition de l'auteur de la nature, cela n'est pas assés philosophique, quand il y a moyen d'assigner des causes prochaines; et il est encor moins raisonnable d'attribuer à un hazard heureux cet accord des planetes d'un même systeme, qui se trouve dans tous ces trois systemes, c'est à dire dans tous ceux qui nous sont connus. Il m'etonne aussi que M. Newton n'a pas songé à rendre quelque raison de la loy de la pesanteur, où le mouvement Elliptique m'avoit aussi mené. Vous dites fort bien, Monsieur, pag. 161 qu'elle merite qu'on en cherche la raison. Je seray bien aise d'avoir vôtre jugement sur ce que j'avais pensé là dessus, et que j'avois gardé pour une autre fois, quand j'avois donné mes premieres pensées dans les Actes comme j'ay declaré sur la fin. En voicy deux voyes, vous jugerés laquelle vous semble preferable, et si on les peut concilier: concevant donc la pesanteur comme une force attractive qui a ses rayons à la façon de la lumiere, il arrive que cette attraction garde precisement la même proportion que l'illumination. Car il a esté demonstré par d'autres que les illuminations des objets sont en raison reciproque doublée des distances du point lumineux, d'autant que les illumi-

nations en chaque endroit des surfaces spheriques sont en raison reciproque des dites surfaces spheriques par lesquelles la même quantité de lumiere passe. Or les surfaces spheriques sont comme les quarrés des distances. Vous jugerés, Monsieur, si on pourroit concevoir, que ces rayons viennent de l'effort de la matiere qui tache de s'eloigner du centre. J'ay pensé encor à une autre façon qui ne reussit pas moins, et qui semble avoir plus de rapport à vôtre explication de la pesanteur par la force centrifuge de la circulation de l'ether, qui m'a tousjours parue fort plausible. Je me sers d'une hypothese qui me paroist fort raisonnable. C'est qu'il y a la même quantité de puissance dans châque orbite ou circonference circulaire concentrique de cette matiere circulante; ce qui fait aussi qu'elles se contrebalancent mieux et que chaque orbe conserve la sienne. Or j'estime la puissance ou force par la quantité de l'effect, par exemple la force d'élever une livre à un pied est le quart de la force capable d'élever une livre à quatre pieds, à quoy on n'a besoin que du double de la vistesse; d'où il s'ensuit que les forces absolues sont comme les quarrés des vistesses. Prenons donc par exemple deux orbes ou circonferences concentriques; comme les circonferences sont proportionelles aux rayons ou distances du centre, les quantités des matieres de châque orbe fluide le sont aussi; or si les puissances de deux orbes sont égales, il faut que les quarrés de leur velocités soyent reciproques à leur matieres, et par consequent aux distances; ou bien les velocités des orbes seront en raison reciproque soubsdoublée des distances du centre. D'ou suivent deux corollaires importans, tous deux verifiés par les observations. Le premier est, que les quarrés des temps periodiques sont comme les cubes des distances. Car les temps periodiques sont en raison composée de la directe des orbes ou distances et de la reciproque des velocités; et les velocités sont en raison soubsdoublée des distances; donc les temps periodiques sont en raison composée de la simple des distances et de la soubsdoublée des distances; c'est à dire les quarrés des temps periodiques sont comme les cubes des distances. Et c'est justement ce que Kepler a observé dans les planetes du soleil, et ce que les découvertes des satellites de Jupiter et de Saturne ont confirmé merveilleusement, suivant ce que j'avois vû remarqué par M. Cassini. L'autre Corollaire est celuy dont nous avons besoin pour la pesanteur, sçavoir que les tendences centri-

fuges sont en raison doublée reciproque des distances. Car les tendences centrifuges des circulations sont en raison composée de la directe des quarrés des velocités et de la reciproque des rayons ou distances. Or icy les quarrés des velocités sont aussi en raison reciproque des distances; donc les tendences centrifuges sont en raison reciproque doublée des distances, justement comme les pesanteurs doivent estre. Voila à peu près ce que j'avois reservé à un autre discours, lorsque je donnois mes essais au public, mais il y a de l'avantage à vous faire part des pensées qu'on a, puisque c'est le moyen de les rectifier. C'est pourquoy je vous supplie de me faire part de vôtre jugement la dessus. Après ces heureux accords vous ne vous étonnerés peutestre pas, Monsieur, si j'ay quelque penchant à retenir les tourbillons et peutestre ne sont-ils pas si coupables, que M. Newton les fait. Et de la maniere que je les conçois, les trajections mêmes servent à confirmer les orbes fluides deferans. Vous dirés peutestre d'abord, Monsieur que l'hypothese de quarrés des vistesses reciproques aux distances ne s'accorde pas avec la circulation harmonique. Mais la réponse est aisée: la circulation harmonique se rencontre dans châque corps à part, comparant les distances differentes qu'il a, mais la circulation harmonique en puissance (où les quarrés des velocités sont reciproques aux distances) se rencontre en comparant des differens corps, soit qu'ils décrivent une ligne circulaire, ou qu'on prenne leur moyen mouvement (c'est à dire le resultat equivalent en abregé au composé des mouvemens dans les distances differentes) pour l'orbe circulaire qu'ils décrivent. Cependant je distingue l'ether qui fait la pesanteur (et peutestre aussi la direction ou le parallelisme des axes) de celuy qui defere les planetes, qui est bien plus grossier.

Je ne suis pas encor tout à fait content des loix Elastiques qu'on donne, car il semble que l'experience ne s'accorde pas assés avec la regle, que les extensions des cordes (par exemple) sont comme les forces qui les tendent. C'est pourquoy j'en desire sçavoir vôtre sentiment. Quant à la resistence du milieu je crois d'avoir remarqué que les theoremes de M. Newton au moins quelques uns que j'avois examinés s'accordoient avec les miens. Ce qu'il appelle la resistence en raison doublée des velocités (en cas des temps égaux) n'est autre que celle, que j'appelle la resistence respective, qui m'est en raison composée des velocités et des ele-

mens de l'espece, sans considerer si les temps sont pris égaux ou non, de sorte que je crois que je ne me suis point éloigné encor de ce que vous en avés donné; mais il me faudroit du temps pour y mediter.

So viel enthalten die beiden Abschriften; in dem zweiten Entwurfe, der weiter geht, finden sich noch einige Stellen, die bemerkenswerth sind:

J'ay tousjours du penchant à croire que la variation de l'eguille aimantée a une cause reglée; quand on la decouvrira un jour, elle servira encor à mieux connoistre nostre systeme. M. Neuton n'y a pas touché, je ne doute point que vous n'y aies pensé, Monsieur, et je souhaitterois d'en sçavoir vôtre sentiment.

Kepler s'est avisé le premier qu'on pourroit expliquer la pesanteur par l'effort que font les corps circulans de s'éloigner du centre, pensée dont M. des Cartes s'est fait honneur dépuis.

X.

DE CAUSA GRAVITATIS, ET DEFENSIO SENTENTIAE AUTORIS DE VERIS NATURAE LEGIBUS CONTRA CARTESIANOS.

Cum a me in his Actis demonstratum esset, eandem Motus quantitatem non semper conservari posse, sed aliam constituendam naturae legem, conatus est respondere D. Abbas D. C. *) sed mente mea non intellecta imputatisque mihi opinionibus, a quibus eram alienissimus. De quo cum fuisset admonitus, silendum putavit, sive quod agnosceret sibi satisfactum (quod tamen profiteri aequum fuisset), sive ut alias rationes taceam, quod fortasse problema quoddam occasione nostrae controversiae a me propositum nollet attingere, quod postea prorsus ut a me factum erat, solvit celeberrimus Hugenius. Ego vero nuper demonstrationem constructionis illius atque ampliationem dedi in his Actis, et ne Dn. Abbas vel alius solutionem sibi praereptam queri posset, problema non-

*) De Catelan.

nihil immutatum ita proposui ad exercendam Cartesianorum analysin: In plano Lineam invenire, in qua descendens grave aequaliter aequalibus temporibus a puncto dato recedat vel ad punctum datum accedat. Interea alius eruditus Gallus (Cl. Dominus P.*)) Dno. Abbati succenturiatus Cartesianorum opinionem defendere aggressus est in Actis Erud. A. 1689 p. 183 seqq., qui etsi statum controversiae non satis attigisse videatur, volui tamen ejus quoque dubiis satisfacere, praesertim cum alia non contemnenda attulerit, quae illustrandi argumenti occasionem praebent. Sic igitur ille: Galilaeum supponere, quod grave cadens aequalibus temporibus aequales acquirat velocitatis gradus. Hoc Blondellum libro de Bombis experimentis probare conatum, quasi nulla ejus daretur demonstratio a priori. Sed hanc Hugenium dedisse, ponendo motum materiae, quae gravia movet, infinitae esse celeritatis prae velocitatibus gravium cadentium, quae a nobis observari possunt, ac proinde grave sive initio cum adhuc quiescit, sive postea cum jam movetur, eodem modo quoad quantitatem impressi motus seu augmentum celeritatis a motore affici, cum comparatione motoris semper pro quiescente haberi possit. Quanta autem sit motoris velocitas, ex Hypothesi Cartesiana aestimasse Hugenium, ponendo gravitatem oriri, dum materia quaedam subtilis circa terram gyrata et a centro recedens alia corpora versus terram detrudat. Itaque experimento inquisivisse, quanta vis centrifuga in parvi circuli gyro gravitati aequipolleret, atque inde collegisse, in magno circulo, qualis metitur ambitum telluris, materiam illam tanta velocitate moveri, ut millies fere in una hora totum telluris ambitum percurrere possit. Atque haec quidem pulchra sunt et digna Hugenio, sed quae Noster de suo addit, non aeque admitti possunt. Putat scilicet hinc sese tollere posse nonnullas difficultates graves, quae doctis negotium facessiverunt. Nimirum Viri clarissimi Sturmius et Bernoullius in his Actis mutua συζητήσει consideratione dignum judicaverunt, qui fieret ex hypothesi Cartesiana, quod gravia non potius ad axem, quam centrum detruderentur. Hanc difficultatem Noster cessare putat, si modo consideretur, velocitatem materiae gravitatem efficientis incomparabiliter esse majorem velocitate ipsius gyri telluris, ita enim differentiam velocitatis, quae

*) Papin.

est in aequatore vel in alio quocunque parallelo, nullius momenti esse comparatione velocitatis illius maximae. Eadem (si ipsi credimus) facilitate meo argumento satisfieri contra Cartesianos prolato. Nempe quia infinita fit motoris gravium velocitas, hinc proinde ac si grave quiesceret, ut ab initio, semper aequalibus temporibus tantundem ictus imprimi, adeoque vires esse ut tempora, non ut spatia ascensuum vel descensuum, quemadmodum ego quidem existimaveram. Postremo cum Autor Novellarum Reipublicae literariae esset veritus, ne ipsa materia primi Elementi vi centrifuga a Sole recederet prae globulis secundi Elementi, atque ita dispergeretur Sol, item ne vortex telluris dispergeretur in verticem Solis, quippe majores longe circulos describentem, adeoque minori (caeteris paribus) vi centrifuga praeditum; respondet introducendo quandam partium congruitatem vel incongruitatem, quae retineat alioquin aufugituras. Hactenus ille.

Ad quae sequentia repono: (1) Galilaeus non supposuit tantum in gravibus motum aequalibus temporibus aequaliter acceleratum, sed etiam rationibus atque experimentis confirmare nisus est, nec certe temere in eam sententiam devenit. (2) Confundit noster Objector demonstrationem veritatis alicujus cum causae redditione per quandam hypothesin, nec fortasse Hugenii consilium satis percepit, cujus institutum (quantum assequi licet) in ea quam posuimus ratiocinatione non fuit demonstrare, eam esse accelerationis gravium naturam quam diximus, sed posito (ex phaenomenis forsan) talem esse, explicare modum verisimilem, quo possit oriri. (3) Absolutam autem hujus veritatis demonstrationem dabimus a priori in Dynamicis nostris, nulla hypothesi adhibita, tantum exponendo ex vulgaribus phaenomenis, grave in loco altiore aut depressiore ejusdem esse ponderis, quod in differentiis altitudinum minoribus utique quoad sensum indubitabile est. (4) Hypothesis, quam Cartesianam vocat, potius Kepleriana est, etsi a Cartesio magis exculta. Nam primus omnium Keplerus invenit gravitatis originem adumbrari posse, dum fluidum aliquod ex partibus solidioribus constans, in gyrum actum et a centro recedere tentans, minus solida innatantia ad centrum detrudit. Hac ejus cogitatione, quemadmodum et aliis pluribus, in rem suam usus est Cartesius, autorem (pro more suo illaudabili) dissimulans; quemadmodum et ex Kepleri Paralipomenis in Vitellionem sumsit explicationem aequalitatis anguli incidentiae

et reflexionis, per compositionem duorum motuum, et a Snellio didicit veram regulam refractionis. Et sane licet vir summus fuerit Cartesius, his tamen artificiolis multum solidae laudis amisit apud judices intelligentes. (5) Etsi recte assumatur, incomparabiliter majorem esse velocitatem materiae gravitatem facientis, quam ipsorum apud nos gravium, non tamen necessarium hoc est ad explicandam gravium accelerationem aequabilem per vim centrifugam, uti Objector existimare videtur, forsan non percepta satis Hugenii mente. Quod ut appareat, fingamus (fig. 20) tubum horizontalem TV longissimum, utrinque clausum, plenum hydrargyro, in quo prope extremum V sit in loco G globus G vitreus, vel ex alia materia factus quae minus densa vel minus solida sit hydrargyro nec ab eo corrodatur. Si jam tubus hic cylindricus in eodem plano horizontali manens rotetur circa alterum extremum T immotum, tunc Mercurius recedere tentans a centro tendensque versus V, inde pellet globum eumque coget tendere versus T sine ullo ascensu. Imo etsi tubus nonnihil ad horizontem sit inclinatus, ita ut extremum T sit inferius quam V, nihilominus vi circulationis sufficienter rapidae effici poterit, ut globus in hydrargyro alioqui nataturus descendat ab V versus T, aptissima gravitatis repraesentatione. Causa autem, cur haec vis centrifuga materiae recedentis a centro alia minus recedentia ad centrum pellat, distincte ita explicari potest, quod materia B (Mercurius), recedens a centro T, sese insinuare conatur inter C (Mercurium) et corpus ${}_2G$ (globum), cumque Mercurius C non possit amplius propelli, obstante operculo tubi V, repelletur corpus ${}_2G$ versus T seu ad ${}_3G$. His jam positis, cum continue crescat celeritas qua globus G tendit versus centrum T, contra tubi circulantis celeritas versus centrum decrescat, fiet alicubi, velut in ${}_2G$, ut tubi circulantis et globi recta ad centrum tendentis aequalis sit velocitas. Nihilominus tamen, si tanta fingatur tubi longitudo, ut punctum ${}_2G$ adhuc longe absit a centro T, exempli causa multis miliaribus, tunc globo tendente porro a ${}_2G$ ad ${}_3G$ intervallo licet multorum passuum, non mutabitur notabiliter celeritas circulationis, nec discrimen erit notabile inter ${}_2G$ et ${}_3G$, adeoque nec mutabitur notabiliter vis centrifuga, quae globo inter ${}_2G$ et ${}_3G$ continue imprimitur; adeoque perinde erit, ac si globus in G eodem loco maneret aequalibusque temporibus aequales impressiones reciperet. Jam idem, quod in tubo finximus, in aethere contingit revera, si quidem ab ejus vi centri

fuga oritur gravitas. Nam ob maximam a centro (nempe telluris) distantiam exiguum intervallum, quo grave apud nos inter cadendum centro accedit, nullum facere potest discrimen notabile, ac proinde vel hinc orietur aequalibus temporibus aequalis celeritatum impressio, etsi non esset tanta aetheris rapiditas. At si gravitatem non a vi centrifuga circulationis, sed materia quadam, gravia venti instar versus terram pellente petamus, tum demum ad explicanda proportionalia temporibus gravitatis incrementa necessaria est illa celeritas venti incomparabiliter major ea, quam gravia apud nos acquirunt.

6) Etsi valde dudum inclinaverim ipse ad gravitatem a vi centrifuga materiae aethereae circulantis repetendam, sunt tamen aliqua quae dubitationes gravissimas injecere. Et ut caetera nunc taceam, necesse est aetherem hunc circa terram moveri non in aequatore et parallelis, sed in circulis magnis, quales sunt meridiani (alioqui gravia non ad centrum, sed axem terrae tenderent), sed ita necesse est, aetherem illum versus polos esse multo confertiorem; unde non apparet, quomodo gravia eodem modo in locis aequatori et polo vicinis versus centrum impellantur, quod tamen fieri, nec discrimen observari adeo notabile, phaenomena docent. Huic difficultati si remedium haberetur, facilius credi posset excogitata a Keplero causa gravitatis. (7) Alia ejusdem assignari posset causa non obnoxia huic difficultati, concipiendo displosionem materiae cujusdam ex globo telluris aut alterius sideris in omnes partes propulsae, quae radiationem quandam producat, radiationi lucis analogam; ita enim habebimus recessum a centro materiae aethereae, quae corpora crassiora eandem (ut alibi explicabo) vim recedendi non habentia versus centrum depellet, seu gravia reddet.

8) Cogitandum etiam relinquo, an quae causa globum terrae, cum fluidus esset, rotundarit; scilicet varius in omnem plagam tendens fluidi ambientis motus (qualis guttas olei in aqua format) qui a diversae naturae partibus turbatur, etiam partes telluris ad ipsam detrudat, dum interim ipsa tellus similiter heterogenea, ut paulo ante diximus, expellit a se. (9) Miror quomodo clarissimus Objector in animum induxerit suum, posse hypothesi infinitae celeritatis circulanti aetheri attributa tolli difficultatem, quae cum alios, tum VV. Clariss. Sturmium et Bernoullium exercuit. Nam non ideo ad axem potius quam centrum telluris deprimi di-

centur gravia, quia major celeritas gyri terreni sub aequatore, quam in parallelis, sed quia ipsa materia aetherea in circulis minoribus aequatori parallelis gyrata et a centris eorum recedere tentans, gravia ad centra cujusque circuli, quae non in centrum telluris sed alias axis puncta cadunt, pelleret. Non igitur de celeritatis, sed directionis differentia quaeritur. Nec video quomôdo in hac hypothesi occurri malo possit, nisi aetheri gravitatem immediate producenti motum velut magneticum ascribamus, non in aequatore et parallelis, sed in meridianis, ut jam olim a me annotatum est tum in scheda edita, tum in literis ad R. P. Kochanskium, qui eadem movebat. (10) Materiam primi Elementi Cartesiani, globulosque secundi, luminis autores, non multum moror; fictitia enim ambo censeo, et pro demonstrato habeo, nec primum nec secundum Elementum in natura dari, nec lumen in eo quem Cartesius describit conatu consistere. Caeterum quae causa guttas liquorum format, eadem et verticem Solarem in mundo terrestremque in Solis vortice continet, explosaeque materiae suos limites circumscribit, ne, dum a centro vorticis recedere tentat, dispergatur. (11) Scilicet in omni fluido motus est varius in omnes plagas, qualem videmus in aqua baculo varie moto agitata; is autem interpositis partibus alterius texturae motusque nec satis perviis perturbatur, et obstacula repellere ac diminuere tentat: minus autem obstare constat, quae in figuras ejusdem superficiei capacissimas colliguntur. Porro non vortices tantum seu (nucleo demto) bullae, sed et omnes consistentiae seu cohaesiones primigeniae, atque ut ita dicam stamina rerum et bases texturarum a cuique massae propria et conspirante motus ratione oriuntur, quibus constitutis primae firmitatis causis, tum demum corporum (firmitatem jam hinc aliquam habentium) porro major aut minor contactus, atque inde ob ambientium resistentiam nata cohaesio in rationes venire potest. Motus scilicet vel, si mavis, vis motrix id unum est, quod materiam dividit et heterogeneam reddit, unde congruitas incongruitasque cum per se continua sit atque uniformis, ac ne figurae quidem et partes in ea reales seu actu determinatae intelligi aliter possint. Itaque cohaesionis quoque principium est, ac proinde oritur fluiditas a vario motu, firmitas a conspirante, ut jam olim explicuimus; vel potius nihil tam fluidum est, quin habeat firmitatis, nihil tam firmum, quin habeat fluiditatis gradum; sed denominationes fiunt a praedominante ad sensum.

12) Sed jam tandem ad sententiae meae defensionem veniendum est, qua fortasse non magnopere indigere adversus objectionem videri possit, quod in controversia est assumentem, nec ratiocinationis meae vim attingentem. Quia tamen Objectori tantum tribuo, ut quae ipsum decepere, etiam alios fallere posse putem, vel potius quia agnosco aliquid verbis meis ad summam claritatem defuisse, tentabo, an ipsimet, tanquam aequo judici, satisfacere possim. Demonstrabo igitur propositionem, quam negat, eaque occasione rem omnem (spero) in clara luce collocabo, postremo erroris fontem detegam. Sed ante omnia logomachiae excludenda occasio est; erunt enim, qui sibi permissum dicent vim definire per quantitatem motus, et duplicata corporis dati celeritate, vim ejus duplicatam dicere; neque hanc ego libertatem cuiquam nego, quam mihimet concedi postulo. Sed cum controversia nobis sit realis, utrum scilicet motus conservetur, an vero potius eadem quantitas virium eo sensu, prout a me accipitur, id est in ratione composita non ponderis et celeritatis, sed ponderis et altitudinis, per quam corpus ab agente vim habente attolli potest, facile de verbis transigemus. Itaque vim inaequalem habere hoc loco definiam, quorum unum si surrogare liceret in alterius locum, oriri posset motus perpetuus mechanicus; et surrogatum quidem habere dicetur vim majorem, alterum vero minorem; quod si ex surrogatione eorum tale absurdum, quale est motus perpetuus, oriri nequeat, vires ipsorum dicemus aequales. Hac definitione posita, facile tanquam corollarium concedet Cl. Objector, eandem vim in corporibus conservari, seu eandem esse potentiam causae plenae, et effectus integri, vel status praecedentis et ex eo nati sequentis, ne scilicet succedat praecedenti aliquid fortius, ex quo motus perpetuus mechanicus oriri posset. Quale virium lucrum impossibile esse non diffitebitur, opinor, ut idem proinde sit in physicis et mechanicis reducere ad motum perpetuum mechanicum, et reducere ad absurdum. Hoc autem eodem sensu necesse est quoque vires esse in ratione composita ponderum et altitudinum, seu quod idem est, summam productorum ex ponderibus in altitudines (ad quas pondera attolli ex datis possunt) ductis, non vero summam factorum ex ponderibus in celeritates, ut Cartesiani sibi persuaserant, conservari. Quod ita nunc demonstrabo: ponamus (in exempli gratiam) globum A 4 librarum (fig. 21) ex altitudine unius pedis $_1AE$ per lineam inclinatam $_1A_2A$

descendere, donec in planum horizontale EF perveniat, ibique procurrat ex $_2$A in $_3$A, uno celeritatis gradu per descensum quaesito. Porro in eodem plano horizontali quiescat alius globus B unius librae in loco $_1$B. Ponamus jam porro, omnem potentiam globi A transferri debere in globum B, ita ut A quiescente in horizontis loco $_3$A, solus deinde moveatur globus B. Quaeritur quantum celeritatis accipere debeat globus B, ut tantundem virium accipiat, quantum globus A habuit. Cartesiani dicent, globum B quadruplo minorem ipso A accepturum celeritatem 4 graduum seu quadruplo majorem celeritate ipsius A; tantundem enim virium habere A 4 librarum, celeritate ut 1, quantum B unius librae, celeritate ut 4. Sed ego ex tali surrogatione ostendam oriri posse motum perpetuum seu absurdum. Nam corpus B librae 1, celeritatem habens ut 4, ope ejus, motu sursum directo (ut si procurrendo ex $_1$B in $_2$B incidat in lineam inclinatam $_2$B$_3$B) ascendere poterit ad $_3$B seu ad altitudinem perpendicularem F$_3$B pedum 16, quia corpus A gradum celeritatis ut 1 acquisierat descendendo ex altitudine perpendiculari pedis 1, adeoque rursus ascendere posset ad pedem 1. Ergo gradu celeritatis quadruplo ascendi potest ad pedes 16; sunt enim altitudines, ad quas vi celeritatum ascendi potest, ut celeritatum quadrata. Sed jam hinc oriretur motus perpetuus seu effectus potentior causa. Nam globus B unius librae elevatus jam ad 16 pedes, a nobis porro sic adhiberi poterit, ut rursus inde descendens in horizontem ad $_4$B, facili quadam machinatione, verbi gratia, ope staterae rectilineae inclinatae, attollere possit globum A librarum 4 in horizontis loco $_3$A existentem, ad altitudinem perpendicularem prope 4 pedum. Sit enim statera pertingens a $_3$A ad $_3$B, in fulcro seu centro librationis C, divisa in brachia longitudine inaequalia (licet aequalia pondere) C$_3$A et C$_3$B, sic ut brachium C$_3$B sit paulo plusquam quadruplum brachii C$_3$A. Itaque globus B, incidens in extremum staterae $_3$B, globum A alteri extremo $_3$A superstantem vincet attolletque, quia major est reciproce ratio distantiarum a centro (nempe major quadrupla ex constructione), quam ponderum (quae ex hypothesi est quadrupla), et proinde B descendendo usque ad horizontem per altitudinem perpendicularem $_3$BF 16 pedum ex $_3$B in $_4$B, attollet A ex $_3$A in $_4$A ad altitudinem perpendicularem paulo minorem pedibus 4 defectu tam exiguo, quam velis. In praxi sufficit attolli A ad altitudinem perpendicularem pedum circiter 3, vel etiam adhuc minorem. Quod est absurdum. Initio enim A erat tantum elevatum

ad pedem 1, ipso B existente in horizonte; nunc vero in statu finali, B restituto ad horizontem, A non restitutum est ad pedem 1, quod ad summum fieri poterat remotis accidentalibus impedimentis, sed ascendit ad pedes plusquam 3 et prope 4, idque vi ipsius descensus sui ex unico illo pede, licet per interpositum corpus B, quod tamen nullam novam vim contribuisse, sed solam vim ipsius A habuisse supposuimus. Ita paene triplum virium lucrati sumus, et ut ita dicam ex nihilo eduximus: quae quidem absurda esse nemo intelligens diffitebitur. Nec jam motus perpetuus longe quaerendus est. Facile enim est efficere, ut globus A ex loco $_4$A redeat ad primum locum $_1$A, et prius in itinere (cum lapsum habeat prope trium pedum) effectum aliquem mechanicum praestet: alia pondera elevet, machinas circumagat etc. Similiterque globus B, si locus $_4$B tantillo altior ponatur horizonte, interim (dum A redit ad $_1$A) redire decurrendo poterit ad locum $_1$B; adeoque omnia redibunt ad statum priorem, effectu tamen mechanico notabili per supererogationem peracto; idemque porro repeti poterit lusus. Quae utique ferri non possunt. Hinc ut obiter dicam, ex Methodo nostra praesenti inventores motus perpetui in speciem plausibilis plerumque praebebunt occasionem novorum theorematum, quibus fallacia detegetur, ostendendo (quodam ut ita dicam Algebrae Mechanicae genere) aequationem latentem inter causam et effectum nulla arte violabilem. Et hujusmodi Aequatio nobis quoque hoc loco profuit ad veras translationis motuum leges inveniendas. Itaque dicendum est B (unius librae) si deberet accipere potentiam ipsius A (quatuor librarum) seu si A, quod prius solum movebatur, deberet redigi ad quietem motu jam solum existente in B, quod prius quieverat, remoto omni alio agente vel patiente quod aliquam novam vim addat vel partem prioris absorbeat, tunc B non nisi duplam debere accipere celeritatem ejus, quam habuerat A. Itaque enim B non nisi ad 4 pedes ascendere poterit, nec A (licet stateram adhibeas) restitui nisi ad unum nec proinde tale orietur absurdum, ut status posterior seu effectus fiat potior causa seu statu, ex quo fuit natus, sed omnia praecise compensabuntur. Itaque eadem opera conclusimus contra Cartesianos, non semper debere conservari quantitatem motus. Cum enim prius A existente in motu, haberemus corpus ut 4 celeritate praeditum ut 1; nunc post translationem habemus corpus 1 celeritate praeditum ut 2; unde quan-

titas motus in posteriore rerum statu fit tantum dimidia prioris. Erunt alii casus, ubi augebitur quantitas motus. Idemque est in aliis plurimis translationibus virium, dum corpora in se invicem agunt, ut quantitas motus differat a quantitate virium a nobis explicata (quam quantitate effectus aestimari ostendimus) adeoque servari nequeat. Et generaliter si sit corpus A praeditum initio celeritate e, corpus vero B celeritate y; at post actionem sit corpus A praeditum celeritate (e), corpus autem B celeritate (y); et similiter altitudines, ad quas corpora A et B ascendere poterant, ante actionem sint (respective) x et z, post actionem vero (x) et (z); ajo debere esse $Ax + Bz = A(x) + B(z)$ ut eadem servetur potentia; unde utique sequitur, non semper posse esse $Ae + By = A(e) + B(y)$, seu non posse eandem semper servari quantitatem motus. Superest, ut erroris fontem paucis detegamus. Et quidem Clariss. Objector infinita aetheris motoris celeritate ne quidem opus habet, et libentissime ipsi sine probatione concedo, celeritates acquisitas vel perditas libero descensu vel ascensu esse ut tempora. At ego VIRES MOTRICES, id est eas, quae conservandae sunt, ostendi non esse aestimandas gradibus celeritatis. Plerosque autem doctissimos alioqui Viros decepit praejudicium ex schola, quo concipiunt motum et celeritatem (motus gradum) tanquam realem quandam et absolutam in rebus entitatem, et quemadmodum eadem salis quantitas per minorem aut majorem aquae copiam diffunditur, qua similitudine et Rohaultius (quantum memini) utebatur. Unde mirum ipsis videtur, augeri vel minui posse quantitatem motus sine miraculo Dei creantis vel annihilantis. Sed motus in respectu quodam consistit, quin et cum rigide loquendo nunquam existat, non magis quam tempus, aliaque tota, quorum partes simul esse non possunt, eo minus mirum esse debet, quantitatem ejus eandem non conservari. Sed vis ipsa motrix (seu status rerum, unde mutatio loci nascitur) est absolutum quiddam et subsistens, ejusque adeo quantitatem a natura non curari. Unde etiam discimus aliquid aliud in rebus esse, quam extensionem et motum, quod quanti momenti sit, sciunt intelligentes. Etsi autem prima specie videatur, duplicata celeritate ejusdem corporis, duplicare et vim ejus, admitti tamen hoc non potest. At, inquies, si corpus A habeat gradum aliquem celeritatis, et eidem corpori rursus superveniat aequalis priori celeritatis gradus, utique id quod

erat prius videtur perfecte duplicatum seu repetitum: sed respondeo negando, tum demum enim id, quod prius erat, erit exacte duplicatum, cum corpori A celeritatem habenti ut 1 adjicietur aliud corpus B, aequale ipsi A, etiam celeritatem habens ut I, quo facto fateor et vim duplicatam. Quomodo autem potentiae multiplicatio obtineatur, corpore licet non multiplicato, habetur methodo supra explicata. Fuere etiam quibus errandi causa praebita est, quod putarunt in potentia aestimanda non solius effectus, qui producitur, hoc loco habendam rationem, sed et temporis, quo producitur; itaque non debere potentiam aestimari sola ratione composita ponderis et altitudinis, ad quam pondus per potentiam attolli potest. Et sane verum est, temporis rationem quoque habendam in illis effectibus producendis, ubi eadem potentia longiore tempore concesso majorem effectum producere potest, uti fit cum globus datam habens celeritatem, potentiam habet pondus suum transferendi in plano horizontali per datum spatium tempore dato; sed hoc in effectibus potentiisque, de quibus hic agitur, secus est, ubi vis agendo consumitur, et quidquid vi praeditum est (ut arcus tensus ad certum gradum, corpus habens certam velocitatem) si secundum unum operandi modum totam suam actionem impendat in datum pondus elevandum ad certam altitudinem, nulla alia machinatione vel artificio idem pondus faciet altius assurgere, quantocunque tempore concesso. Unde frustranea fit temporis consideratio. Cum enim pondus illud ex ea altitudine delabens possit illam ipsam vim (ut tensionem dictam illius arcus, velocitatem dictam illius corporis) praecise reproducere (abstrahendo animum ab impedimentis accidentalibus), utique pondus altius sublatum post tempus quantumcunque, mox relabendo non tantum vim dictam primam reproducere posset, sed et aliquid praeterea efficere, atque ita daretur modus per sufficientem temporis longitudinem perveniendi ad motum perpetuum mechanicum. Quod est absurdum.

XI.

DE LEGIBUS NATURAE ET VERA AESTIMATIONE VIRIUM MOTRICIUM CONTRA CARTESIANOS RESPONSIO AD RATIONES A DN. PAPINO MENSE JANUARII ANNI 1691 IN ACTIS ERUDITORUM PROPOSITAS.

Cum varia impedimenta promptius responsuro obstiterint, facile a Clarissimi Antagonistae humanitate veniam spero. Ut brevitati, qua licet, consulatur, disquisitionem de causa gravitatis cum ipso nunc sepono. Primaria de virium aestimatione quaestio est, quas scilicet semper easdem natura conservat. Plerique vim aestimant producto ex mole in velocitatem, seu quantitate motus, unde et Cartesiani volunt eandem in natura motus quantitatem conservari. Ego contra ostendi in Actis Erudit. Mart. 1686 pag. 161, cum concessum sit a plerisque, potissimum ab ipsis Cartesianis, ejusdem potentiae esse elevare unam libram ad quatuor pedes, aut quatuor libras ad unum pedem: non posse vim aestimari per quantitatem motus, nec corpus librarum 4 velocitatem habens gradus unius tantum valere, quantum corpus librae unius velocitatem habens graduum quatuor, quoniam si illud unam libram possit elevare ad pedes 4, hoc eandem possit elevare ad pedes 16. Huic meo argumento quidam respondere conati sese ita implicuerunt, ut non satis rem percepisse videantur, dum concesserunt aestimationem potentiae in ratione molis et altitudinis, ad quam moles vel pondus attolli potest. Sed Dn. P. recte vidit, hac admissa, aestimationem in ratione molis et velocitatis stare non posse; itaque de hac persuasus, illam negat Act. Erudit. April. 1689 p. 183, et argumentum quoddam suum pro velocitate in pari mole viribus proportionali affert. Ego respondens Act. Erud. Maji 1690 p. 228 et rem altius repetens, docui ex contraria sententia sequi inaequalitatem causae et effectus, imo motum perpetuum, quae absurda videantur. Virium enim inaequalium ea esse definivi, quorum si unum aliquod in alterius locum substitui supponatur, nascatur motus perpetuus, seu effectus potior causa, et substitutum tum esse potentiae majoris, id cui substituitur minoris. Ostendi autem machinatione quadam adhibita, si globus quadrilibris velocitatem habens ut 1 totam suam vim transferre supponatur in globum unilibrem, isque proinde secundum vulgarem sententiam

debeat recipere velocitatem ut 4, oriturum esse effectum potiorem causa, seu motum perpetuum mechanicum. Potius autem hic voco, in quo vel in cujus effectu continetur alterum (inferius), aut ejus effectus et adhuc aliquid praeterea; seu potius et inferius vel majus et minus hoc loco sunt, cum contenta (formalia vel virtualia) hujus in illius contentis insunt et aliquid praeterea. Ita potius est, quod attollere potest libram ad 16 pedes, quam quod ad 4; nam illud etiam libram attollit ad 4 pedes et praeterea adhuc ad 12 pedes.

Clarissimus P. mense Januario Actorum hujus anni partim ad meum argumentum respondet, partim ad suum, quod nectit, accuratam responsionem jure suo postulat. Sequar praeeuntem eo libentius, quod et perspicaciam ejus et candorem animadverto. Interim ad argumenti mei partem tantum respondere videtur. Concedit candide, motum perpetuum ex vulgari sententia secuturum esse, si globi 4 librarum, velocitatis ut 1, tota vis transferri possit in globum unius librae, sed hoc fieri posse negat. Ego (inquit p. 9 Act. Erud. hujus anni) et motum perpetuum absurdum esse fateor, et demonstrationem ex supposita translatione esse legitimam. Et mox, si mihi indicet rationem aliquam, qua tota vis motrix sine miraculo ex corpore majori transferri queat in minus et quiescens, ego vel motum perpetuum, vel victas manus dabo. De ratione hoc efficiendi postea; nunc dicam ad vim mei argumenti, ea non omnino esse opus. Mihi enim satis fuit ostendere, 4 lib. veloc. 1, et 1 lib. veloc. 4 non posse esse virium aequalium, cum si supponimus unum in alterius locum substitui, sequatur motus perpetuus. Non igitur opus habeo, ut ostendam modum actu efficiendi hanc substitutionem. Si quis autem negat meam hanc virium aequalium et inaequalium definitionem (quam tamen Dn. P. admittere visus est), ego, ne de nomine litigemus, id tantum quaeram, an non reapse natura eam observet, seu an non caveat, ut nunquam ea sibi substituat actu, quorum saltem alterutro alteri subrogato motus perpetuus oriri possit. Certum est experimenta prorsus favere, nec ullum exemplum in contrarium extare. Hoc concesso, non habeo opus, ut tota vis corporis majoris actu transferatur in corpus minus; sufficit mihi exempli causa (quod concedere videtur Dn. P.) totam vim minoris in majus transferri posse. Itaque si tota vis 1 libr. veloc. 4 transferatur in corpus librarum 4, et hoc

adeo secundum vulgarem sententiam recipiat velocitatem ut 1, incidetur in id absurdum (contra concessa) ut eorum unum substituatur alteri, quorum alterum possit vicissim substitui ipsi, quia motus perpetuus oriatur. Et ita sequetur, naturam in transferendis viribus aequalitatis leges non servare effectuum respectu. Quod si etiam pro parte retineri vim, et pro parte transferri ponamus, in idem tamen absurdum incidemus. Erunt fortasse, qui vel omnem aequalitatis inter causam et effectum legem tollent (quales sunt qui motum perpetuum admittentes quantumvis effectum per quantulumcunque produci posse putant) vel saltem negabunt quidem motum perpetuum, seu effectum causa potiorem esse possibilem; admittent tamen, ut effectus esse possit inferior causa. Sed vix credere possum, Dn. P. huc descensurum. Cum enim effectum causa potiorem esse non posse concesserit, videretur effugium quaerentis potius quam sibi satisfacientis, causam admittere majorem effectu totali, cum utrumque aeque a ratione abhorrere videatur. Sequeretur etiam, causam non posse iterum restitui suoque effectui surrogari, quod quantum abhorreat a more naturae et rationibus rerum, facile intelligitur. Et consequens esset decrescentibus semper effectibus nec unquam rursus crescentibus, ipsam rerum naturam continue declinare perfectione imminuta (fere ut in moralibus secundum Poëtam, aetas parentum pejor avis, tulit nos nequiores etc.) nec unquam resurgere et amissa recuperare posse sine miraculo. Quae in Physicis certe abhorrent a sapientia constantiaque Conditoris. Videturque inter prima principia hujus doctrinae recipi posse, ut semper causa et effectus (integra integro) aequipolleant. Et sane ipsius Dn. P. judicium et candorem appello, an rationi consentaneum ipsi videatur, ut pro potentia quae poterat attollere unam libram ad 16 pedes, oriatur mox potentia quae possit attollere unam libram non nisi ad 4 pedes? reliqua potentia nescio quomodo amissa, et ut ita dicam annihilata, sine ullo vestigio effectuque relicto, quod utique contingeret, si pro 1 lib. veloc. 4 succedere posset 4 lib. veloc. 1. Quin imo effici poterit, ut totus effectus substitutus vix millesimam aut centesimam millesimam etc. partem ejus quod causa poterat, praestare possit. Nam si pro 1 lib. veloc. 1000 substituatur 1000 lib. veloc. 1. (quod secundum vulgarem sententiam fieri potest) effectus ad millesimam partem redigitur, quae videntur perabsurda. Et generaliter posito primum dari A veloc. c, et B veloc. e, post translationem vero et con-

cursus esse A veloc. (c) et B veloc. (e), et secundum regulam vulgarem a Cartesianis maxime defensam, servandam esse quantitatem motus seu esse Ac + Be aequ. A (c) + B (e), tales assumi possunt numeri, ut eadem absurda oriantur.

Mirarer autem, si ipsi Dn. P. nihil subnatum esset scrupuli tum hinc, tum quod videret vim meae demonstrationis inevitabilem esse, nisi aliquid sine omni ratione possibile negetur, id est nisi naturae rerum denegetur facultas efficiendi, vel immediate et directe, vel mediate et per ambages, ut tota potentia majoris corporis alicujus transferatur aliquando in quoddam corpus minus antea quiescens. Profecto sententia quae eo redacta est, ut stare non possit, si hoc reperiatur possibile, valde laborat atque in periculo versatur. Ut taceam, non videri generalem naturae legem a tali conditione debere suspendi, et suspectum esse effugium, quod nulla postulata admittit, nisi actu procurata; ut si quis Archimedi postulanti negasset, aliquam rectam alicui curvae aequalem esse, quia nullam poterat Geometrice exhibere. Itaque prope mihi persuadeo, Dn. P. expensis omnibus tandem in nostram sententiam inclinaturum. Si quis tamen absurda paulo ante indicata concoquere posset, in ejus gratiam tentabo, quod Clarissimus Antagonista postulat, modum indicare, quo natura efficere possit, ut potentia corporis majoris transferatur in minus quiescens. Possum autem afferre non unum. Et quidem si concedatur, posse totam vim minoris transferri in majus sive motum sive quiescens, igitur A motum, majus B quiescente dividamus in partes ipso B minores, totius A velocitatem retinentes, et cujuslibet deinde potentiam in B transferendo successive, tota ipsius A majoris potentia translata erit in B minus quiescens. Aliter: A et B connectantur linea rigida quantum satis est longa, et in ea sumatur punctum H quod ponatur sisti, ita ut compositum non progredi quidem, rotari tamen possit circa immotum punctum H, quod sit tam vicinum ipsi A et tam remotum a B, ut celeritas, quae inter circulandum competit ipsi A, sit quantumvis parva. Ita potest A haberi pro quiescente vel quasi, et tota quasi vis ejus soluto mox nexu seu linea rigida sublata, translata erit in B. Adhibeo lineas rigidas mole carentes, exemplo aliorum, qui et puncta gravia fingunt, aliisque id genus demonstrationum subsidiis utuntur, non utique aspernandis, quando non de praxi, sed rationibus indagandis agitur. Et compertum habeo, nunquam inde aliquid falsi deduci. Cum

Florentiae essem, dedi amico aliam adhuc demonstrationem pro possibilitate translationis virium totalium etc. corpore majore in minus quiescens, prorsus affinem illis ipsis quae Clariss. Papinus ingeniosissime pro me juvando excogitavit, pro quibus gratias debeo, imo et ago sinceritate ejus dignas. Quamvis enim mox ipse respondere tentet, et pag. 11 de instantia a se ipso facta ita disserat: Ad id respondeo, negari non posse validitatem hujus argumenti, si supponamus vectem perfecte durum et rigidum, verum non datur in rerum natura ejusmodi perfecta durities, spero tamen, omnibus expensis ipsummet animadversurum, vim argumenti non ita facile eludi posse. Pro certo enim habeo, leges naturae ac motus ita debere concipi, ut nullum oriatur absurdum, etiamsi corpora summe rigida ponantur, quemadmodum et Dn. Malebranchium admonui. Neque ullum, credo, exemplum contrarium afferetur. Quin et sufficeret ad argumenti efficaciam, non esse impossibilia corpora perfecte rigida, etsi actu non darentur. Ut taceam, talia corpora secundum atomorum patronos necessario debere reperiri in natura. Quin etsi concedamus, nulla dari corpora perfecte rigida, imo nec dari posse, quoniam tamen elastica corpora promtae admodum plenaeque restitutionis in effectu rigidis aequipollent idemque cum ipsis praestant, exiguo quantum voles discrimine, itaque si ipse vectis sit sufficienter rigidus, seu restitutionis quantum satis est plenae ac promtae, effici poterit ut aberratio a perfecte rigido sit data minor, adeoque vis omnis nostro argumento manebit, nec potuit motus perpetuus (saltem in theoria) evitari, nisi nuntius mittatur opinioni Cartesianorum. . . . . . .

Superest ut contrario Clarissimi Antagonistae argumento satisfaciam. Ejus enim speciositate videtur unice impeditus fuisse, ne meae demonstrationi manus daret, quod et ipse pag. 11 innuit, cum ait: Satis est mihi aliquod Argumenti dubium ostendere; quum enim supra allata demonstratio, qua Cartesianorum sententia probatur, sit evidentissima (id cujusmodi sit, nunc videbimus), modo adversa opinio eadem certitudine non gaudeat, satis liquet priorem esse proferendam. Cum ergo dubium meae demonstrationi objectum sustulerim, nunc contrarium argumentum solvere aggrediar. Quod huc redit: Quae aequales vincere possunt resistentiam, eorum vires sunt aequales; sed corpus A 4 5-

brarum, habens velocitatem unius gradus, et corpus B librae unius, habens velocitatem 4 graduum, aequalem vincere possunt resistentiam; ergo corporum A et B vires sunt aequales. Minorem ratiocinatione pag. 8 (ad formam Logicam redacta) probat tali prosyllogismo: Quae aequalem numerum impressionum gravitatis vincere possunt, ea aequalem vincere possunt resistentiam; sed corpora A et B aequalem numerum impressionum vincere possunt. Ergo etc. Minor hujus prosyllogismi sic porro probatur: Si corpora A et B ascendant in planis similiter inclinatis (vel etiam ambo perpendiculariter), tempora, quibus suam ascendendi vim consument seu pervenient quousque possunt, erunt ut celeritates, uti constat ex Galilaei ratiocinationibus. Sed celeritates in nostro casu sunt reciproce ut corpora A et B (ex hypothesi), ergo et tempora ascendendi sunt reciproce ut corpora A et B; sed quantitas impressionum gravitatis ascensu superanda, est in ratione composita et corporis in quod fit impressio, et temporis quo durante fit impressio (quoniam si corpus pariter et tempus dividantur in partes aequales, aequalis est impressio in qualibet parte corporis et in qualibet parte temporis). Et ratio composita eorum, quae reciproce proportionalia sunt, est ratio aequalitatis. Itaque quantitas impressionum, seu numerus aequalium impressionum gravitatis in corpora A et B est aequalis. Ad hoc argumentum respondeo negando minorem Syllogismi principalis, et ad probationem respondeo negando majorem prosyllogismi ita habentem: Quae aequalem numerum impressionum gravitatis vincere possunt, ea aequalem vincere possunt resistentiam. Hanc, inquam, propositionem nego, sumendo scilicet resistentiam pro quantitate virium contrariarum. Et ne quis temere aut affectate eam a me negari putet, sciendum est, in ea contineri id ipsum quod est in quaestione. Cum enim impressio gravitatis nihil aliud sit quam gradus velocitatis cuivis parti impressus, utique si resistentiam seu vim contrariam paterer hac impressione mensurari, concederem vim aestimandam esse ex ductu velocitatis in corporis quantitatem, seu ex quantitate motus. Atque haec quidem ad oppositum mihi argumentum.

Ego vero, ut consilii mei rationes tandem aperiam, quantitatem resistentiae seu effectus non aestimo gradibus velocitatis, hoc est entibus modalibus sive incompletis, sed substantiis seu realibus absolutis; atque in hoc neglecto πρῶτον ψεῦδος adversae partis consistere arbitror, et ea judico VIRIBUS AEQUALIA esse,

quae aequalem numerum elastrorum aequalium vi sua ad eundem possunt tensionis gradum perducere, aut quae eundem numerum librarum possunt attollere ad altitudinem eandem supra cujusque situm priorem, vel etiam (si rem a physicis concretis ad pure mechanica traducere malimus) quae aequali numero corporum aequalium eandem velocitatem imprimere possunt, aut denique quae quamcunque rem potentia praeditam (tamquam mensuram) aequali numero repetitam exhibere possunt. Et duo VIRIBUS INAEQUALIA eam judico inter se PROPORTIONEM VIRIUM HABERE, quae est proportio inter replicationes mensurae, verbi gratia inter numeros aequalium inter se elastrorum, vel ponderum aequaliter ab ipsis intendendorum aut attollendorum, vel inter numeros corporum aequalium aequalem velocitatem ab ipsis recipientium. Hac aestimandi ratione vires reducuntur ad quandam mensuram, semper sibi congruam tantumque repetendam, et eveniet ut aestimatio, facta secundum unam mensuram pro arbitrio electam, succedat etiam secundum aliam quamcunque; alioqui natura careret legibus. Ast haec non succedunt, sed invicem pugnant in aestimatione per gradus velocitatis replicatos, quam ostendi cum aliis irrefragabilibus et semper inter se consentientibus aestimandi modis non consentire: cujus rei vera atque intima causa est, quod sic nulla, accurate loquendo, vera et realis mensura adhibetur. Etsi enim (quod probe notari velim) fatear, tria corpora aequalia et aequivelocia praecise triplo plus habere potentiae, quam eorum unum, quia una eademque mensura etiam hic ter repetitur; ter enim repetitur corpus quale singulorum, certae quantitatis: non tamen ideo concedo, corpus tres habens velocitatis gradus, ter continere corpus ipsi aequale unum habens velocitatis gradum, aut adeo triplam ejus potentiam habere; etsi enim ter contineat velocitatis gradum, non tamen et quantitatem corporis ter continet, sed tamen semel. Unde patet, velocitatem ab aestimandarum virium officio a me non excludi: ostendo enim, quicquid demum ad ipsarum determinationem afferatur, ut elastrum datae tensionis, pondus datae magnitudinis et elevationis, corpus datae molis et velocitatis etc. unum vel plura, si a causa possint praestari aut exhiberi, posse etiam exhiberi ab effectu, et vicissim. Et quamcunque demum realem virium mensuram assumo, semper consensum reperio etiam pro reliquis. Sed ubi modalis quaedam mensura assumta est, gradus verbi gratia velocitatis replican-

dus sine replicatione corporis (statuendo nimirum duorum corporum aequalium vires esse ut velocitates), illico induimur in absurditates, et sine causa vel amittimus partem potentiae vel lucramur. Quae in exemplum utilia esse possunt, ne abstractis nimium fidamus, neve in realis Metaphysicae praecepta impingamus. Ex his igitur intelligitur, quod hactenus a plerisque in hoc negotio non satis recte processum est, oriri ex defectu Mathesos vere generalis seu Scientiae aestimandi in universum, quae nondum, quod sciam, tradita est et cujus hic aliquod specimen damus. Quod si jam numerus vincendorum elastrorum, librarum aut aliorum effectuum realium inter se congruentium ad aestimandam potentiam adhibeatur, stare non poterit recepta opinio: mea autem indubitata prodibit, sumulque omnes illae absurditates supra hic adductae cessabunt, nec unquam substituetur alteri, cui non alterum vicissim substitui possit, neque unquam causa producere poterit, quod non effectus integer possit, aut vicissim, quae in adversa sententia locum non habent. Sed haec prolixe deducere necesse non est, cum a Dn. P. aliisque haec meditaturis facile animadvertantur. Gratissimum autem erit intelligere, an aliqua supersint, in quibus Vir Clarissimus nondum sibi satisfactum putet, quae si methodice et presso pede, ut solet, proponere volet, a me pariter ac Cultoribus harum literarum inibit gratiam. Spero enim hac ratione absolvi quod restat, et collatione inter nos continuata tanti momenti negotium (quo constituendae sunt verae leges naturae) ad finem perduci posse.

Beilage.

Aliquot viri egregii cum agnovissent Dynamicas meas rationes aliquam sive vim sive speciem habere, retenti tamen sunt quominus a vulgari sententia decederent unius potissimum argumenti speciositate, cui accurate responderi postulabant. Ego vero mihi videbar nihil omisisse quod responsione indigeret. Ut igitur res in clara luce collocaretur, recurrendum putavi ad formam logicam. Nam nihil aliud est Forma a Logicis praescripta, quam plena et ordinata expositio argumentationis. Et saepe mecum miratus sum eam non adhiberi crebrius, vel potius tunc ubi maxime exitum caperet, minime adhiberi, nempe cum scripto agitur. Nam in colloquiis et disputationibus quae viva voce instituuntur, nisi accedat consignatio in scriptis, fieri vix potest ut accuratus formae usus

diu procedat, quoniam catena illa longius producta (non magis quam calculus) mente retineri facile vix potest. Unde etiam plerumque disputantes post unum vel alterum syllogismum in liberos sermones diffundi solent. Sed ubi scripto agitur, nihil est facilius quam ultro citroque mittere et remittere sibi argumentationes et responsiones formales, et tamdiu reciprocare serram, donec appareat vel ea afferi quae non negantur, vel nullam novam propositionem afferri ad probanda quae negantur: id enim necessario apparere oportet si forma constanter servetur. Ut igitur tentarem an hac ratione inter nos controversia componi posset, rem ita ad formam revocavi.

Syllogismus principalis:

Si Materia gravifica impellens corpus grave eique dans novum continue gradum tendentiae deorsum, facit mutationem virium in ea esse semper aequalem quibuscunque descensus momentis, quemadmodum mutatio celeritatum in eodem gravi tunc semper est aequabilis; sequitur in eo corpore vim esse celeritati proportionalem.

Sed verum est prius,

Ergo et posterius.

Respondeo negando eam partem minoris, quae affirmat mutationem virium tunc esse aequalem, licet concedam eam partem quae loquitur de aequali mutatione celeritatis. Probatur haec pars negata hoc modo:

Prosyllogismus 1.

Si in casibus diversis omnia eodem modo se habeant quoad patiens aeque ac quoad agens, mutatio virium in illis casibus diversis est aequalis.

Jam si materia gravifica impellat corpus grave eique det novum continue gradum tendentiae deorsum quibuscunque momentis descensus (sive illud corpus nunc primum incipiat descendere, sive jam aliquam celeritatem descendendi acquisierit utcunque), sunt diversi casus, in quibus omnia eodem modo se habent quoad patiens aeque ac quoad agens.

Ergo si materia gravifica impellat corpus grave eique det novum continue gradum tendentiae deorsum quibuscunque descensus momentis, mutatio virium est aequalis.

Respondeo negando iterum eam partem minoris, quae affirmat,

omnia se eodem modo habere in diversis illis casibus etiam quoad patiens. Hujus ergo probatio talis allata est.

Prosyllogismus 2.

Si differentia inter duos status patientis tam exigua est, ut debeat haberi pro nulla, sequitur omnia in dictis casibus diversis sese quoad patiens eodem modo habere.

Sed verum est prius,

Ergo et posterius.

Respondeo negando minorem quae rursus sic probatur:

Prosyllogismus 3.

Si celeritas agentis (nempe materiae gravificae) est velut infinita respectu celeritatis quam habet patiens, corpus scilicet grave ab agente deorsum impulsum; sequitur differentiam inter duos status patientis quibuscunque descensus momentis (sive descendere primum incipiat patiens sive jam celeritatem descendendi utcunque sit consecutum) tam esse exiguam ut debeat haberi pro nulla.

Sed verum est prius,

Ergo et posterius.

Respondeo, posse me quidem in controversiam vocare etiam minorem hujus ultimi argumenti, quae multis dubia videbitur; sed quia mihi ipsi haec causa gravitatis, ducta a motu celerrimo materiae cujusdam tenuissimae, quam gravificam appellare compendii causa volui, verisimillima videtur, ideo omissa nunc minore, accedam ad Majorem. Hanc vero brevitatis causa possem negare simpliciter, sed tamen lucis gratia distinguere eam malo, ut distinctius appareat, quid sit quod in ea non admittam. Itaque concedo Majorem, si differentia inter duos status patientis intelligatur (1) quoad celeritatem, (2) comparatione agentis. Hoc modo concedo totum prosyllogismum 3tium, seu concedo quod differentia tunc haberi debeat pro nulla, si differentia illa, nempe inter velocitatem gravis in uno momento et velocitatem ejus vel etiam quietem in alio momento, comparetur cum velocitate ipsius agentis, quae est incomparabiliter major ipsa majore gravis velocitate, nedum differentia qua major gravis velocitas minorem vincit.

Sed prosyllogismus iste tertius hoc modo concessus nihil facit ad quaesitum. Nam ut ex parte negata in minore syllogismi

principalis apparet, non agitur de differentia quoad celeritates, sed de differentia quoad vires, quae duo pro iisdem assumere esset principium petere. Deinde non quaeritur an differentia inter duos status patientis sit nulla comparatione agentis, quod est insensibile ac tenuitatis pariter celeritatisque velut infinitae, sed an sit nulla comparatione rerum sensibilium et nostri, imo absolute seu respectu ordinariarum quantitatum. Fateor, si fingeremus oculum in particula materiae gravificae collocari, eum non esse observaturum notabilem differentiam inter gravis status, sed semper perinde ipsi fore ac si grave quiescat; verum inde non sequitur, effectuum in gravi, qui nobis debent apparere seu qui debent absolute considerari, differentias etiam negligendas esse.

Quodsi vero Major novissimi prosyllogismi intelligatur, vel de vi ipsa sive potentia, non de sola celeritate; vel de aestimatione absoluta, non vero tantum comparata cum agente, tunc nego majorem hujus novissimi prosyllogismi. Nego scilicet primo differentiam inter duos gravis status quoad vires debere pro nulla haberi, etiamsi ageretur de comparatione cum agente; secundo nego differentiam inter duos gravis status debere pro nulla haberi absolute seu quoad ordinarias quantitates.

Nempe quoad (1) licet agens celeritate sua incredibiliter vincat gravis patientis celeritatem, non idem tamen etiam locum habet quoad potentiam, quia potentia omnium consensu, non tantum ex celeritate, sed et ex mole aestimanda est; et tanto minor fit potentia quanto major est tenuitas; dataque celeritate tenuitas tanta assumi potest ut potentia fiat minor data: summa igitur agentis celeritas summa ejus tenuitate repensatur. Et proinde potentia qua unus gravis status vincit alium ejusdem statum, minime spernenda est, etiamsi cum potentia materiae gravificae ipsam impellentis conferatur.

Quoad (2) vero licet differentia inter duos gravis patientis status deberet pro nulla haberi comparate cum agente, non tamen debet pro nulla haberi absolute seu quoad quantitates ordinarias, nisi quando differentia est incomparabiliter minor iis quorum est differentia, quod hoc loco non fieri manifestum est. Nempe si sint duo a et b eorumque differentia sit a—b; dico a—b non posse haberi pro nulla absolute, seu a et b non posse haberi pro aequivalentibus, nisi quando a—b est incomparabiliter minor quam a, itemque incomparabiliter minor quam b. Uti differentia inter

angulum rectum et angulum semicirculi seu quem radius ad circumferentiam facit, ideo habetur pro nulla, quia differentia illa est angulus contactus qui neutri eorum est comparabilis. Idemque docet calculus differentialis a me propositus et Lemmata Incomparabilium quae in Actis Eruditorum produxi, quibus observatis paralogismi evitantur, neglectis autem in abusum calculi differentialis vel infinitesimalis inciditur, ut in hac argumentatione est factum, quae speciositate sua acutissimos etiam viros fefellit. Cum ergo neque virium neque celeritatum diversarum ejusdem. gravis descendentis differentia sit ipsis differentibus incomparabiliter minor, patet tantum abesse ut hoc argumento semper inferatur aequabile incrementum vel decrementum virium, ut ne quidem probetur celeritatum, quam tamen aequabilem celeritatis mutationem veram esse, aliunde constat aliaque ratione probari debet, probataque revera a me habetur non experimentis tantum, quibus adeo abunde confirmata est, sed etiam a priori.

Compendium ergo disputationis istius huc redit: Objicitur Materiam Aetheriam quae Gravia deorsum pellit, infinita velut celeritate respectu gravis moveri; itaque perinde esse ac si prae ipsa grave quiesceret; id ergo se semper eodem modo ad materiam gravificam habere, atque adeo aequale semper virium, perinde ac celeritatis, incrementum accipere. Respondetur: Differentiam inter duos Gravis status pro nulla quidem haberi posse, si celeritatum differentia cum celeritate materiae gravificae comparetur, sed minime esse spernendam, si virium differentia comparetur cum viribus materiae gravificae, cujus velocitas tenuitate repensatur, sed nec si differentia sive virium sive celeritatum non agenti, sed ipsis differentibus (in diversis scilicet gravis statibus) comparetur, hoc est si spectetur absolute.

XII.

ESSAY DE DYNAMIQUE SUR LES LOIX DU MOUVEMENT, OU IL EST MONSTRÉ, QU'IL NE SE CONSERVE PAS LA MÊME QUANTITÉ DE MOUVEMENT, MAIS LA MÊME FORCE ABSOLUE, OU BIEN LA MÊME QUANTITÉ DE L'ACTION MOTRICE.

L'opinion que la même Quantité de Mouvement se conserve et demeure dans les concours des corps, a regné long temps, et

passoit pour un Axiome incontestable chez les Philosophes modernes. On entend par la Quantité de Mouvement le produit de la Masse par la vistesse, de sorte que la masse du corps estant comme 2 et la vistesse comme 3, la quantité de mouvement du corps seroit comme 6. Ainsi s'il y avoit deux corps concourrans, multipliant la masse de chacun par sa vistesse et prenant la somme des produits, on pretendoit que cette somme devoit estre la même avant et apres le concours.

Maintenant on commence à en estre desabusé, sur tout depuis que cette opinion a esté abandonnée par quelques uns de ses plus anciens, plus habiles et plus considerables defenseurs, et sur tout par l'Auteur même de la Recherche de la Verité. Mais il en est arrivé un inconvenient, c'est qu'on s'est trop jetté dans l'autre extremité, et qu'on ne reconnoist point la conservation de quelque chose d'absolu, qui pourroit tenir la place de la Quantité de Mouvement. Cependant c'est à quoy nostre esprit s'attend, et c'est pour cela que je remarque que les philosophes, qui n'entrent point dans les discussions profondes des Mathematiciens, ont de la peine à abandonner un Axiome tel que celuy de la Quantité de mouvement conservée sans qu'on leur en donne un autre où ils se puissent tenir.

Il est vray que les Mathematiciens qui depuis long temps ont établi des regles du mouvement fondées sur des experiences, ont remarqué qu'il se conserve la même vistesse respective entre les corps concourrans. Par exemple, soit que l'un des deux repose, ou qu'ils soyent en mouvement tous deux, et qu'ils aillent l'un contre l'autre, ou du même costé, il y a une vistesse respective, avec la quelle ils approchent ou s'eloignent l'un de l'autre; et on trouve que cette vistesse respective demeure la même, en sorte que les corps s'éloignent apres le choc avec la vistesse dont ils s'estoient approchés avant le choc. Mais cette vistesse respective peut demeurer la même, quoyque les veritables vistesses et forces absolues des corps changent d'une infinité de façons, de sorte que cette conservation ne regarde point ce qu'il y a d'absolu dans les corps.

Je remarque encor une autre conservation, c'est celle de la Quantité du progrès, mais ce n'est pas non plus la conservation de ce qu'il y a d'absolu. J'appelle progrès la Quantité du mouvement avec la quelle on procede vers un certain costé, de sorte que

si le corps alloit d'un sens contraire, ce progrès seroit une quantité negative. Or lorsque deux ou plus de corps concourent, on prend le progrès du costé où va leur centre de gravité commun, et si tous ces corps vont de ce même costé, alors il faut prendre la somme des progrès de chacun pour le progrès total; et il est visible que dans ce cas le progrès total et la quantité de mouvement totale des corps sont la même chose. Mais si l'un des corps alloit d'un sens contraire, son progrès du costé dont il s'agit seroit negatif et par consequent doit estre soustrait des autres pour avoir le progrès total. Ainsi s'il n'y a que deux corps dont l'un va du costé du centre commun, et l'autre en sens contraire, il faut que de la quantité de mouvement du premier soit soustraite celle du second, et le reste sera le progrès total. Or il se trouve que le progrès total se conserve, ou qu'il y a autant de progrès du même costé avant ou apres le choc. Mais il est visible encor que cette conservation ne repond pas à celle qu'on demande de quelque chose d'absolu. Car il se peut que la vistesse, quantité de mouvement et force des corps estant tres considerables, leur progrès soit nul. Cela arrive lors que les deux corps opposés ont leur quantités de mouvemens egales. En quel cas, selon le sens qu'on vient de donner, il n'y a point de progrès total du tout.

Il y a deja long temps que j'ay corrigé et redressé cette doctrine de la conservation de la Quantité de Mouvement, et que j'ay mis à sa place la conservation de quelque autre chose d'absolu; mais justement de cette chose qu'il falloit, c'est à dire la conservation de la Force absolue, il est vray que communement on ne paroist pas estre assés entré dans mes raisons ny avoir compris la beauté de ce que j'ay observé, comme je remarque dans tout ce qu'on a publié en France ou ailleurs sur les loix du mouvement et la mecanique, même apres ce que j'ay écrit sur les Dynamiques. Mais comme quelques uns des plus profonds Mathematiciens apres bien des contestations se sont rendus à mon sentiment, je me promets avec le temps l'approbation generale. Pour revenir donc à ce que je dis de la conservation de la Force absolue, il faut savoir que l'origine de l'erreur sur la Quantité de Mouvement vient de ce qu'on l'a pris pour la Force. On estoit porté, je crois, naturellement à croire que la même Quantité de la Force totale demeure avant ou apres le choc des corps, et j'ay trouvé cela très veritable. Or la Quantité de mouvement et la Force

estant prises pour une meme chose, on a conclu que la quantité de mouvement se conservoit. Ce qui a contribué le plus à confondre la Force avec la Quantité de Mouvement, est l'abus de la Doctrine Statique. Car on trouve dans la Statique, que deux corps sont en equilibre, lorsqu'en vertu de leur situation leur vistesses sont reciproques à leur masses ou poids, ou quand ils ont la même quantité de mouvement.

Mais il faut savoir que cette egalité de la Force en ce cas vient d'un autre principe, car generalement la Force absolue doit estre estimée par l'effect violent qu'elle peut produire. J'appelle l'Effect violent qui consume la Force de l'agent, comme par exemple donner une telle vitesse à un corps donné, elever un tel corps à une telle hauteur etc. Et on peut estimer commodement la force d'un corps pesant par le produit de la masse ou de la pesanteur multipliée par la hauteur à la quelle le corps pourroit monter en vertu de son mouvement. Or deux corps estant en equilibre, leur hauteurs aux quelles ils pourroient monter ou dont ils pourroient descendre sont reciproques à leur poids, ou bien les produits des hauteurs par les poids sont egaux. Et il arrive seulement dans le cas de l'Equilibre ou de la Force morte, que les hauteurs sont comme les vistesses, et qu'ainsi les produits des poids par les vistesses sont comme les produits des poids par les hauteurs. *) Cela dis-je arrive seulement dans le cas de la Force morte, ou du Mouvement infiniment petit, que j'ay coustumé d'appeller Solicitation, qui a lieu lorsqu'un corps pesant tache à commencer le mouvement, et n'a pas encor conçû aucune impetuosité; et cela arrive justement quand les corps sont dans l'Equilibre, et tachant de descendre s'empechent mutuellement. Mais quand un corps pesant a fait du progres en descendant librement, et a conçu de l'impetuosité ou de la Force vive, alors les hauteurs aux quelles ce corps pourroit arriver, ne sont point

---

*) Am Rande des Manuscripts hat Leibniz bemerkt: Ainsi il est estonnant que M. des Cartes a si bien evité l'ecueil de la vistesse prise pour la force, dans son petit traité de Statique ou de la Force morte, où il y avoit aucun danger, ayant tout reduit aux poids et hauteurs, quand cela estoit indifferent, et qu'il a abandonné les hauteurs pour les vistesses dans le cas où il falloit faire tout le contraire, c'est à dire quand il s'agit des percussions ou forces vives qui se doivent mesurer par les poids et les hauteurs.

proportionelles aux vistesses, mais comme les quarrés des vistesses. Et c'est pour cela qu'en cas de force vive les forces ne sont point comme les quantités de mouvement ou comme les produits des masses par les vistesses.

Cependant il est remarquable et à contribuer à l'erreur que deux corps inegaux en force vive absolue, car c'est de quoy je parle, mais dont la quantité de mouvement est égale, peuvent s'arrester; ce qui les a fait croire absolument d'égale force, comme par exemple deux corps A de masse 3 vistesse 2, et B de masse 2 vistesse 3. Car quoyque A soit plus foible que B absolument, A ne pouvant elever une livre qu'à 12 pieds, si B peut elever une livre à 18 pieds; neantmoins dans le concours ils se peuvent arrester, dont la raison est que les corps ne s'empechent que selon les loix de la force morte ou de statique. Car estant elastiques comme on le suppose, ils n'agissent entre eux qu'en forces mortes ou selon l'equilibre dans le concours, c'est à dire par des changemens inassignables, parce qu'en se pressant, se resistant et s'affoiblissant continuellement de plus en plus jusqu'au repos, ils ne s'entredetruisent l'un l'autre à chaque moment que du mouvement infiniment petit, ou de la force morte, egale de part et d'autre; or la quantité de la force morte s'estime selon les loix de l'equilibre par la quantité de mouvement, infiniment petite à la verité, mais dont la repetition continuelle epuise enfin toute la quantité du mouvement des deux corps, laquelle estant supposée egale dans l'un et dans l'autre corps, l'une et l'autre quantité de mouvement est epuisée en même temps; et par consequent les corps sont reduits au repos tous deux en même temps par les pressions de leur ressorts qui se restituant par apres rendent le mouvement. C'est cette diminution continuelle de la quantité de mouvement selon l'equilibre dans le concours des deux ressorts, que consiste la cause de ce paradoxe, que deux forces absolues inegales, mais qui ont les quantités de mouvement egales, doivent s'arrester; par ce que cela arrive dans une action respective, où le combat ne se fait que selon les quantités de mouvement infiniment petites continuellement repetées.

Or il se trouve par la raison et par l'experience, que c'est la Force vive absolue, ou qui s'estime par l'effect violent qu'elle peut produire, qui se conserve, et nullement la quantité de mouvement. Car si cette force vive pouvoit jamais s'augmenter,

il y auroit l'effect plus puisant que la cause, ou bien le mouvement perpetuel mecanique, c'est à dire qui pourroit reproduire sa cause et quelque chose de plus, ce qui est absurde. Mais si la force se pouvoit diminuer, elle periroit enfin tout à fait, car ne pouvant jamais augmenter, et pouvant pourtant diminuer, elle iroit tousjours de plus en plus en decadence, ce qui est sans doute contraire à l'ordre des choses. L'experience le confirme aussi, et on trouvera tousjours que si les corps convertissoient leur mouvemens horizontaux en mouvemens d'ascension, ils pourroient tousjours elever en somme le même poids à la même hauteur avant ou apres le choc, supposé que rien de la force n'ait esté absorbé dans le choc par les parties des corps; lorsque ces corps ne sont pas parfaitement Elastiques, sans parler de ce qu'absorbe le milieu, la base et autres circonstances. Mais comme c'est une chose que j'ay éclaircie assez autresfois, je ne la repeteray pas.

Maintenant je suis bien aise de donner encor un autre tour à la chose et de faire voir encor la conservation de quelque chose de plus approchant à la quantité du mouvement, c'est à dire la conservation de l'action motrice. Voicy donc la regle generale que j'etablis. Quelques changemens qui puissent arriver entre des corps concourans, de quelque nombre qu'ils soyent, il faut qu'il y ait tousjours dans les corps concourans entre eux seuls, la même quantité de l'Action motrice dans un même intervalle de temps. Par exemple il y doit avoir durant cette heure autant d'action motrice dans l'univers ou dans des corps donnés, agissans entre eux seuls, qu'il y en aura durant quelque autre heure que ce soit.

Pour entendre cette regle, il faut expliquer l'Estime de l'Action Motrice, toute differente de la Quantité de Mouvement, de la maniere que la quantité de mouvement a coustume d'estre entendue suivant ce qu'on a expliqué cy dessus. Or à fin que l'Action Motrice puisse estre estimée, il faut premierement estimer l'Effect Formel du mouvement. Cet effect formel ou essentiel au mouvement consiste dans ce qui est changé par le mouvement, c'est à dire dans la quantité de la masse qui est transferée, et dans l'espace ou dans la longueur, par laquelle cette masse est transferée. C'est là l'effect essentiel du mouvement, ou ce qui s'y trouve changé: car ce corps estoit là, maintenant il est icy: le corps est tant et la distance est telle. Je conçois pour plus de facilité

que le corps est mû en sorte que chaque point decrit une ligne droite egale et parallele à celle de tout autre point du même corps. J'entends aussi un mouvement uniforme et continuel. Cela posé, l'Effect formel du mouvement est le produit de la masse qui se transfere multipliée par la longueur de la translation, ou bien les Effects formels sont en raison composée des masses et des longueurs de la translation, de sorte qu'un corps comme 2 estant transporté de la longueur de 3 pieds, et un autre corps comme 3 estant transporté de la longueur de 2 pieds, les effects formels sont egaux. Il faut bien distinguer ce que j'appelle icy l'Effect formel ou essentiel au mouvement, de ce que j'ay appellé cy dessus l'effect violent. Car l'effect violent consume la force et s'exerce sur quelque chose de dehors; mais l'Effect formel consiste dans le corps en mouvement, pris en luy même, et ne consume point la force, et même il la conserve plustost, puisque la même translation de la même masse se doit tousjours continuer, si rien de dehors ne l'empeche: c'est pour cette raison que les Forces absolues sont comme les Effects violens qui les consument, mais nullement comme les effects formels.

Maintenant il sera plus aisé d'entendre ce que c'est que l'Action motrice: il faut donc l'estimer non seulement par son Effect formel qu'elle produit, mais encor par la vigueur ou velocité avec laquelle elle le produit. On veut faire transporter 100 livres à une lieue d'icy; c'est là l'effect formel qu'on demande. L'un le veut faire dans une heure, l'autre dans deux heures; je dis que l'action du premier est double de celle du second, estant doublement promte sur un effect egal. Je suppose tousjours le mouvement continuel et uniforme. On peut dire aussi qu'un corps comme 3 estant transporté de la longueur de 5 pieds, dans 15 minutes de temps, c'est la même action que si un corps comme 1 estoit transporté de la longueur d'un pied, dans une minute de temps.

Cette definition de l'Action Motrice se justifie assez à priori par ce qu'il est manifeste que dans une action purement formelle prise en elle même, comme icy est celle d'un corps mouvant considéré à part, il y a deux points à examiner, l'effect formel ou ce qui est changé, et la promptitude du changement, car il est bien manifeste que celuy qui produit le même effect formel en moins de temps, agit d'avantage. Mais si quelcun s'obstinoit à me dis-

puter cette definition de l'Action motrice, il me suffiroit de dire, qu'il m'est arbitraire d'appeller Action motrice ce que je viens d'expliquer, pourveu que la nature justifie par apres la realité de cette definition nominale, c'est ce qu'elle sera lorsque je feray voir que c'est justement cela dont la nature conserve la quantité.

Or puisque l'action motrice est ce qui vient en multipliant l'Effect formel par la velocité, je veux donner plus distinctement l'estime de la velocité. L'on sait que deux mobiles parcourant uniformement le même espace dans des temps inegaux, la vistesse de celuy qui le parcourra en moins de temps sera la plus grande, à proportion que le temps sera plus court. Ainsi les espaces parcourus estant egaux, les vistesses sont reciproquement proportionelles aux temps. Mais si les temps estoient egaux, les vistesses seroient comme les espaces parcourus. Car un corps en mouvement ayant parcouru un pied dans une minute, et l'autre deux pieds, il est manifeste que la vistesse du second est double. Ainsi les vistesses sont en raison composée de la directe des espaces parcourus et de la reciproque des temps employés. Ou ce qui est la même chose, pour avoir l'estime de la vistesse, il faut prendre l'espace et le diviser par le temps. Par exemple A acheve 4 pieds en 3 secondes et B acheve 2 pieds dans une seconde, la vistesse d'A sera comme 4 divisé par 3, c'est à dire comme $\frac{4}{3}$, et la vistesse de B sera comme 2 divisé par 1, c'est à dire comme 2, de sorte que la vistesse d'A sera à celle de B comme $\frac{4}{3}$ à 2, c'est à dire comme 2 à 3.

Maintenant il s'agit de verifier la conservation de l'action motrice. J'en puis donner la demonstration generale en peu de mots, parce que j'ay prouvé deja ailleurs que la même force se conserve, et parce que dans le fonds l'exercice de la force ou la force menée dans le temps est l'action, la nature abstraite de la force ne consistant qu'en cela. Ainsi puisque la même force se conserve et puisque l'action est le produit de la force par le temps, la même action se conservera dans des temps egaux. Mais je le veux verifier par le detail des loix du mouvement établies par l'experience et receües communement. Je me contenteray d'un exemple; mais on en trouvera autant dans tout autre exemple qu'on voudra choisir. Et même on en pourra voir d'abord la raison generale, en faisant le calcul in abstracto, ou en general et par lettres, sans employer aucuns nombres particuliers.

Mais pour l'intelligence de tout le monde j'aime mieux de donner un exemple en nombres.

Soit un angle droit LMN (fig. 22) dont les costés LM, LN soyent prolongés à discretion. Soit menée une droite AM, en sorte que prolongée au delà du point M elle couperoit l'angle LMN en deux parties egales. On pourra considerer $_1$AM comme l'hypotenuse d'un quarré dont le costé soit appellé 1. Cela estant, je suppose que le corps A*) estant dans le lieu $_1$A au moment 1, A aille du point $_1$A au point M, pendant le temps 1, 2, et y rencontre au moment 2 les deux corps B et C, qui avoient esté en repos pendant le temps 1, 2, ce qui se connoist dans la figure, en ce que leur place se designe par $_1$B et par $_2$B, comme aussi par $_1$C et par $_2$C. Or le corps A rencontrant les deux corps en M dans le moment 2, estant en M ou $_2$A, les chassera et se mettra au repos en M, point qui sera encor $_3$A et $_4$A, parce qu' A y demeurera pendant les temps 2, 3 et 3, 4 que je suppose tous deux egaux entre eux et au temps 1, 2. Mais B ira vers L du moment 2 pendant le temps 2, 3 avec une vistesse comme 1, et rencontrera au moment 3 le corps D, qui estoit allé auparavant devant luy pendant le temps 1, 2 du lieu $_1$D au lieu $_2$D, et pendant le temps 2, 3 du lieu $_2$D au lieu $_3$D avec une vistesse comme ½. Or B rencontrant D au moment 3 luy donnera la vistesse $_3$D$_4$D, c'est à dire dans le temps 3, 4 $_3$D parviendra à $_4$D, et pendant ce temps là, B ira de $_3$B à $_4$B avec la vistesse $_3$B$_4$B. Il en sera de même de l'autre costé, où C poussé par A dans le moment 2, ira vers N avec la vistesse 1, et rencontrera au moment 3 le corps E, qui va contre luy estant allé auparavant pendant le temps 1, 2 du lieu $_1$E au lieu $_2$E, et pendant le temps 2, 3 du lieu $_2$E au $_3$E avec une vistesse comme ⅔. Or C rencontrant E au moment 3 luy donnera la vistesse $_3$E$_4$E, c'est à dire que dans le temps 3, 4 il vienne de $_3$E à $_4$E. Et pendant ce temps là, C ira de $_3$C à $_4$C avec la vistesse $_3$C$_4$C

Suit le registre des masses et des vistesses.

Les masses des corps A, B, C, D, E sont 1, 1, 1, 2, ½.

Pendant le temps 1, 2 les vistesses des corps A, B, C, D, E sont $\sqrt{2}$, 0, 0, ½, ⅔.

---

*) On ne compte point icy l'epaisseur des corps qu'on suppose peu considerable. Bemerkung von Leibniz.

Pendant le temps 2, 3 les vistesses des corps A, B, C, D, E sont 0, 1, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$.

Pendant le temps 3, 4 les vistesses des corps A, B, C, D, E sont 0, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{14}{9}$, où il est à remarquer que le corps C au lieu d'avancer reflechit en arriere avec la vistesse $\frac{1}{9}$.

La justification de ces nombres se trouvera dans les regles ou Equations que nous assignerons plus bas.

Faisons maintenant le compte des Actions Motrices pendant les temps egaux entre eux 1, 2; 2, 3; 3, 4.

Pendant le temps 1, 2.

A est de masse 1, la longueur de la translation ${}_1A_2A$ est $\sqrt{2}$. Donc multipliant un par l'autre, l'effect formel est $\sqrt{2}$. La vistesse provient en divisant la longueur $\sqrt{2}$ par le temps 1, ce qui fait $\sqrt{2}$. Et multipliant l'effect par la vistesse, l'action motrice d'A est 2.

B et C sont en repos pendant ce temps en ${}_1B, {}_2B$, ou ${}_1C, {}_2C$, donc leur Action motrice est 0.

D est de masse 2, la longueur de la translation $\frac{1}{2}$, l'Effect formel 2 par $\frac{1}{2}$ ou 1. La longueur $\frac{1}{2}$ estant divisée par le temps 1 vient la vistesse $\frac{1}{2}$, et l'effect multiplié par la vistesse est 1 par $\frac{1}{2}$, ou $\frac{1}{2}$, ce qui est l'action de D.

E est de masse $\frac{1}{2}$, la longueur de la translation $\frac{2}{3}$, par consequent l'Effect $\frac{1}{3}$. Or la longueur $\frac{2}{3}$ divisée par 1 donne la vistesse $\frac{2}{3}$, laquelle multipliée par l'effect fournit $\frac{2}{9}$ Action d'E.

Et la somme de toutes les Actions Motrices des corps A, B, C, D, E pendant le temps 1, 2 est $2 + 0 + 0 + \frac{1}{2} + \frac{2}{9} = \frac{49}{18}$.

Pendant le temps 2, 3.

A est en repos et son action est 0.

B est de masse 1, la longueur de la translation 1 (sçavoir ${}_2B_3B$), l'Effect formel 1, la longueur 1 divisée par le temps 1 donne la vistesse 1, laquelle estant multipliée par l'Effect 1 vient 1, qui est l'Action de B.

C; le calcul est le même à l'egard de C et il vient la même Action 1.

D a la même Action qu'au temps precedent savoir $\frac{1}{2}$.

E de même a la même Action qu'au temps precedent sçavoir $\frac{2}{9}$.

Et la somme de toutes les actions motrices des corps

A, B, C, D, E pendant le temps 2,3 est $0 + 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{9} = \frac{49}{18}$, comme auparavant.

Enfin pendant le temps 3, 4.

A est en repos et son action est 0.

B est de masse 1, la longueur de la translation savoir $_3B_4B$ est $\frac{1}{3}$, donc l'Effect est $\frac{1}{3}$. La même longueur $\frac{1}{3}$ divisée par le temps 1 donne $\frac{1}{3}$ pour la vistesse, laquelle multipliée par l'Effect, il vient $\frac{1}{9}$, Action de B.

C est de masse 1, la longueur de la translation $_3C_4C$ est $\frac{1}{9}$, donc l'Effect formel est $\frac{1}{9}$. Car il n'importe point icy, lors qu'on cherche des choses absolues, si C avance par $_3C_4C$, ou reflechit en arriere comme il fait en effect. La même longueur $\frac{1}{9}$ divisée par le temps 1 donne la vistesse $\frac{1}{9}$, laquelle multipliée par l'Effect, il vient $\frac{1}{81}$ pour l'Action de C.

D est de masse 2, la longueur de la translation $_3D_4D$ est $\frac{5}{6}$, donc l'effect est $\frac{5}{3}$. La même longueur divisée par le temps 1 est $\frac{5}{6}$ ou la vistesse, laquelle multipliée par l'Effect, il vient $\frac{25}{18}$ qui est l'Action de D.

E est de masse $\frac{1}{2}$, la longueur de la translation est $\frac{14}{9}$, l'effect $\frac{7}{9}$. La même longueur divisée par le temps 1 est $\frac{14}{9}$, c'est à dire la vistesse, laquelle multipliée par l'Effect vient $\frac{98}{81}$ pour l'Action d'E.

Et la somme de toutes les Actions motrices des corps A, B, C, D, E pendant le temps 3,4 est $0 + \frac{1}{9} + \frac{1}{81} + \frac{25}{18} + \frac{98}{81} = \frac{18 + 2 + 225 + 196}{162} = \frac{441}{162} = \frac{49}{18}$, comme dans chacun des temps precedens.

J'ay suivi dans ce calcul la methode generale, car comme non seulement les Actions Motrices sont egales dans les temps egaux, mais proportionelles aux temps dans les temps inegaux, j'ay divisé l'Espace par le temps pour avoir la vistesse, mais quand le temps est toujours le même, comme icy, et ainsi on le peut prendre pour l'unité, la division par le temps change rien, et par consequent pour la vistesse on peut prendre le nombre de la longueur de la translation, les vistesses estant comme les espaces: d'où il est manifeste que l'Effect estant le produit de la masse et de l'espace, et la vistesse estant comme l'espace, l'Action est comme le produit de la masse par le quarré de l'espace de la translation (on entend une translation horizontale dans les corps

pesans) ou comme le produit de la masse par le quarré de la vistesse. Or je prouveray plus bas dans la 3me Equation, que la somme de ces .produits des masses par les quarrés des vistesses se conserve dans le concours des corps. Donc il est prouvé que l'Action motrice se conserve, sans parler d'autres preuves, par lesquelles j'ay fait voir ailleurs que les forces se conservent et que les forces sont comme les produits des masses par les quarrés des vistesses, pendant que les Actions sont comme les produits des forces par les temps, de sorte que si on ne savoit pas d'ailleurs cette estime et conservation de la Force, on l'apprendroit icy, en trouvant par le calcul en detail ou même en general par la 3me equation plus bas que l'Action motrice se conserve; or il est clair que les Actions Motrices sont en raison composée des forces et des temps, et les temps estant les memes, les actions motrices sont comme les puissances ou forces.

Mais on s'etonnera d'où vient ce succes? qui ne manquera jamais quelque embarassé que soit l'exemple qu'on pourra prendre. Cela se peut prouver à priori independamment des regles du mouvement receues, et c'est ce que j'ay monstré plusieurs fois par des differentes voyes. Mais icy je feray voir que cela se prouve par ces regles mêmes de la percussion que l'experience a justifiées, et dont on peut donner raison par la methode d'un bateau, comme a fait M. Hugens, et par beaucoup d'autres manieres, quoyqu'on soit tousjours obligé de supposer quelque chose de non-mathematique qui a sa source de plus haut. Cependant je reduiray le tout à trois equations fort simples et belles, et qui contiennent tout ce qui regarde le concours central de deux corps sur une même droite.

Vistesses conspirantes

du corps	avant le choc	apres
a	v	x
b	y	z

J'appelle ces vistesses conspirantes, parce que je suppose qu'elles tendent toutes du costé où va le centre de gravité commun des deux corps. Mais si peutestre quelque vistesse va veritablement au sens contraire, alors la lettre qui exprime la vistesse conspirante, signifie une quantité negative. Mais on prendra tousjours le corps a pour un corps dont la vistesse est veritablement conspirante ou va du costé du centre de gravité avant le choc, et même en sorte que le corps a suive et ne precede pas le centre

de gravité commun. Ainsi les signes ne varient point en v, mais il peuvent varier en y, z, x. Voicy maintenant nos trois equations:

I. Equation Lineale, qui exprime la conservation de la cause du choc ou de la vistesse respective

$$v - y = z - x$$

et $v - y$ signifie la vistesse respective entre les corps avant le choc avec laquelle ils s'approchent, et $z - x$ signifie la vistesse respective avec laquelle ils s'eloignent apres le choc. Et cette vistesse respective est tousjours de la même quantité avant ou apres le choc, supposé que les corps soyent bien Elastiques, c'est ce que dit cette Equation. Il faut seulement remarquer que les signes variant dans l'explication du detail, cette regle generale renfermera tous les cas particuliers. Ce qui arrive aussi dans l'Equation suivante:

II. Equation plane, qui exprime la conservation du progrès commun ou total des deux corps

$$av + by = ax + bz.$$

J'appelle progrès icy la quantité de mouvement qui va du costé du centre de gravité, de sorte que si le corps b par exemple alloit du sens contraire avant le choc, et qu'ainsi sa vistesse conspirante y fut negative ou fut exprimée par $-(y)$, entendant par (y) molem ou ce qu'il y a de positif dans y, alors le progrès d'a sera av, le progres de b sera $-b(y)$. Et le progrès total sera $av - b(y)$, qui est la difference des quantités de mouvement des deux corps. Si les corps a et b vont d'un même costé avant et apres le choc, ces lettres v, y, x, z ne signifient que des velocités conspirantes veritables ou affirmatives, et par consequent dans ce cas il paroist par cette Equation que la même quantité de mouvement se conservera apres et avant le choc. Mais si les corps a et b alloient en sens contraire avant le choc et en même sens apres le choc, la difference de la quantité de mouvement avant le choc seroit egale à la somme de la quantité de mouvement apres le choc. Et il y aura d'autres variations semblables selon la variation des signes des lettres y, x, z.

III. Equation Solide, qui exprime la conservation de la force totale absolue ou de l'Action Motrice

$$avv + byy = axx + bzz$$

Cette Equation a cela d'excellent, que toutes les variations des signes qui ne peuvent venir que de la diverse direction des vis-

tesses y, x, z, y, cessent, par ce que toutes les lettres qui expriment ces vistesses montent icy au quarré. Or $-y$ et $+y$ ont le même quarré $+yy$, de sorte que toutes ces differentes directions d'y font plus rien. Et c'est aussi pour cela que cette Equation donne quelque chose d'absolu, independant des vistesses respectives, ou des progrès d'un certain costé. Il ne s'agit icy que d'estimer les masses et les vistesses, sans se mettre en peine de quel costé vont ces vistesses. Et c'est ce qui satisfait en même temps à la rigueur des mathematiciens et au souhait des philosophes, aux experiences et aux raisons tirées de differens principes.

Quoyque je mette ensemble ces trois Equations pour la beauté et pour l'harmonie, neantmoins deux en pourroient suffire pour la necessité. Car prenant deux quelconques de ces equations, on en peut inferer celle qui reste. Ainsi la premiere et la seconde donnent la troisieme de la maniere que voicy. Par la premiere il y aura $v+x=y+z$, par la seconde il y aura $a, v-x= b, z-y$, et multipliant une equation par l'autre selon les costés repondans il y aura $a, v-x, v+x=b, z-y, z+y$, ce qui fait $avv-axx=bzz-byy$, ou l'Equation troisieme. De même la premiere et la troisieme donnent la seconde, car $a, vv-xx= b, zz-yy$ qui est la 3me, divisée par la premiere $v+x=z+y$, costé par costé, il y aura $a, vv-xx, :, v+x=b, zz-yy, :, z+y$, ce qui fait $a, v-x=b, z-y$, c'est à dire l'equation seconde. Enfin la 2de et la 3me equation donnent la premiere. Ca la troisieme $a, vv-xx=b, zz-yy$ divisée par la seconde, sçavoir par $a, v-x =b, z-y$ donne $\frac{a, vv-xx}{a, v-x}=\frac{b, zz-yy}{b, z-y}$, ce qui fait $v+x= z+y$, selon l'Equation premiere.

Je n'adjouteray qu'une Remarque, qui est que plusieurs distinguent entre les corps durs et mols, et les durs mêmes en Elastiques ou non, et bastissent là dessus des differentes regles. Mais on peut prendre les corps naturellement pour Durs-Elastiques, sans nier pourtant que l'Elasticité doit tousjours venir d'un fluide plus subtil et penetrant, dont le mouvement est troublé par la tension ou par le changement de l'Elastique. Et comme ce fluide doit estre composé luy même à son tour des petits corps solides, elastiques entre eux, on voit bien que cette Replication des Solides et des Fluides va à l'infini. Or cette Elasticité des corps est necessaire à la Nature, pour obtenir l'Execution des

grandes et belles loix que son Auteur infiniment sage s'est proposé, parmy lesquelles ne sont pas les moindres, ces deux Loix de la Nature que j'ay fait connoistre le premier, dont la premiere est la loy de la conservation de la force absolue ou de l'action motrice dans l'univers avec quelques autres conservations absolues nouvelles qui en dependent et que j'expliqueray un jour, et la seconde est la loy de la continuité, en vertu de laquelle entre autres effects, tout changement doit arriver par des passages inassignables et jamais par saut. Ce qui fait aussi que la nature ne souffre point de corps durs non-elastiques. Pour monstrer cela, feignons qu'un globe dur non-elastique aille choquer un globe pareil en repos: apres le choc il faut ou que les deux globes se reposent, en quel cas la loy de la conservation de la force seroit violée, ou qu'il y ait du mouvement et que le globe qui estoit en repos en recoive, ne pouvant pas estre pris pour inebranslable, quoyque quand même on le feindroit tel, il fraudroit que le choquant (pour conserver la force) reflechist tout d'un coup en arriere. Ce qui est un changement defendu, puisqu'il se feroit par saut, un corps qui va d'un certain costé devant affoiblir son mouvement jusqu'au repos avant que de commencer d'aller peu à peu de plus en plus en arriere. Mais le globe choqué devant recevoir du mouvement, il y aura encor un changement par saut, le globe choqué qui estoit en repos devant recevoir un certain degré de vistesse tout d'un coup, n'estant point pliable pour la recevoir peu à peu et par degrés. Estant manifeste aussi qu'il faut ou que le globe choquant passe tout d'un coup au repos, ce qui seroit déja un changement par saut, ou que si ce globe choquant retient une certaine vistesse, le globe choqué qui estoit en repos en reçoive une tout d'un coup qui ne soit pas moindre que celle du choquant, puisque le choqué doit ou arrester le choquant, ou aller devant luy. Ainsi le choquant passe tout d'un coup de la vistesse au repos, ou du moins le choqué passe tout d'un coup du repos à un certain degré de vistesse, sans passer par les degrés moyens; ce qui est contraire à la loy de la continuité, qui n'admet aucun changement par saut dans la nature. J'ai encor bien d'autres raisons qui concourent toutes à bannir les corps durs non-elastiques, mais ce n'est pas icy le lieu de s'etendre la dessus.

Cependant il faut avouer, quoyque les corps doivent estre

ainsi nàturellement elastiques dans le sens que je viens d'expliquer, que neantmoins l'Elasticité souvent paroist pas assez dans les masses ou corps que nous employons, quand même ces masses seroient composées de parties elastiques et ressembleroient à un sac plein de petites boules dures qui cederoient à un choc mediocre, sans remettre le sac, comme l'on voit des corps mols ou qui obeissent sans se remettre assez. C'est que les parties n'y sont point assez liées, pour transferer leur changement sur le tout. D'où vient que dans le choc de tels corps une partie de la force est absorbée par les petites parties qui composent la masse, sans que cette force soit rendue au total: et cela doit tousjours arriver lorsque la masse pressée ne se remet point parfaitement. Quoyqu'il arrive aussi qu'une masse se monstre plus ou moins Elastique selon la differente maniere du choc, temoin l'eau même qui cede à une impréssion mediocre, et fait rebondir une balle de canon.

Or quand les parties des corps absorbent la force du choc, en tout comme lors que deux morceaux de terre grasse ou d'argille se choquent, ou en partie comme lors que deux boules de bois se rencontrent, qui sont bien moins elastiques que deux globes de jaspe ou d'acier trempé: quand, dis-je, de la force est absorbée par les parties, c'est autant de perdu pour la force absolue, et pour la vistesse respectivė, c'est à dire pour la troisieme et pour la premiere Equation, qui ne reussissent pas, puisque ce qui reste apres le choc est devenu moindre que ce qui estoit avant le choc, à cause d'une partie de la force detournée ailleurs. Mais la quantité du progrès ou bien la seconde Equation n'y est point interessée. Et même le mouvement de ce progrès total demeure seul, lorsque les deux corps vont ensemble apres le choc avec la vistesse de leur centre commun, comme feroient deux boules de terre grasse ou argille. Mais dans les demi-elastiques comme deux boules de bois, il arrive encor de plus que les corps s'eloignent entre eux apres le choc, quoyqu'avec un affoiblissement de la premiere Equation, suivant cette force du choc qui n'a point esté absorbée. Et sur quelques experiences touchant le degré de l'elasticité de ce bois, on pourroit predire ce qui deuvroient arriver aux boules qui en seroient faites en toute sorte de recontres, ou chocs. Cependant ce dechet de la force totale ou ce manquement de la troisieme Equation ne deroge point à la verité inviolable de la loy

de la conservation de la même force dans le monde. Car ce qui est absorbé par les petites parties, n'est point perdu absolument pour l'univers, quoyqu'il soit perdu pour la force totale des corps concourans.

XIII.

REGLE GENERALE DE LA COMPOSITION DES MOUVEMENS.

Si les droites AB, AC, AD, AE etc. (fig. 23) représentent les diverses tendances ou les mouvemens particuliers d'un mobile A, qui doivent composer un mouvement total; et si G est le centre de gravité de tous les points de tendance B, C, D, E etc.; enfin si AG est prolongée au delà de G jusqu'à M, en sorte qu'AM soit à AG, comme le nombre des mouvemens particuliers ou composans est à l'unité: le mouvement composé sera AM.

C'est à dire, pour parler plus familièrement: Si le mobile A étoit parvenu dans une seconde de temps d'A jusqu'à B, en cas qu'il eût été poussé par le seul mouvement AB (que je suppose toujours uniforme ici), et encore de même, s'il étoit parvenu dans une seconde jusqu'à C ou D ou E etc. en cas qu'il eût été poussé par un de ces mouvemens tout seul: maintenant que ce mobile est poussé en même temps par tous ces mouvemens ensemble, ne pouvant pas aller en même temps de plusieurs côtés, il ira vers G, le centre de gravité de tous les points de tendance B, C, D, E etc. mais d'autant plus loin qu'il y a plus de tendances, de sorte qu'il parviendra dans une seconde jusqu'à M, si AM est à AG, comme le nombre des tendances est à l'unité. Ainsi *il arrivera au mobile la même chose qui arriveroit à son centre de gravité, si ce mobile se partageoit également entre ces mouvemens, pour satisfaire parfaitement à tous ensemble.* Car le mobile étant partagé également entre quatre tendances, il ne peut écheoir à chacune qu'une quatrième partie du mobile, qui devra aller quatre fois plus loin, pour avoir autant de progrès, que si le mobile tout entier avoit satisfait à chaque tendance; mais ainsi le centre de gravité de toutes ces parties iroit aussi quatre fois plus loin. Maintenant le partage

n'ayant point de lieu, le tout ira comme le centre des partages, pour satisfaire à chaque tendance en particulier, autant qu'il est possible sans le partage. Et il en provient autant que si on avoit fait les partages et réuni les parties au centre, après avoir satisfait aux mouvemens particuliers.

Cette explication peut tenir lieu de demonstration. Mais ceux qui en demandent une à la façon ordinaire, la trouveront aisément en poursuivant cequi suit. Si on mène par A deux droites qui soient dans un même plan avec tous les mouvemens et qui fasse un angle droit en A, on pourra résoudre chacun de tous ces mouvemens particuliers en deux, pris sur les côtés de cet angle droit. Ainsi la composition de tous les mouvemens sur un des côtés sera le mouvement moyen arithmétique, multiplié par le nombre des mouvemens, c'est à dire, pour avoir la distance entre A et le point de tendance de ce mouvement composé, pris sur ce côté, il faudra multiplier la distance du centre de gravité de tous les points de tendance sur le même côté par le nombre de tendance. Car l'on sçait, que la distance entre A et le centre de gravité des points pris sur une même droite avec A, est la moyenne arithmétique des distances entre A et ces points, de quelque nombre qu'ils puissent être. J'appelle grandeur moyenne arithmétique entre plusieurs grandeurs, celle qui se fait par leur somme divisée par leur nombre, observant que ce qui est en sens contraire est une quantité négative, dont l'addition est une soustraction en effet. Or puisqu'il faut multiplier par le nombre des tendances la distance du centre de gravité des points de tendance, pris tant sur l'un que sur l'autre côté de l'angle droit, pour déterminer le mouvement composé sur chacun des côtés, il s'ensuit que le mouvement total composé des mouvemens de ces deux côtés se déterminera de même. Ainsi la composition de plusieurs mouvemens faisant angle ensemble dans un même plan, se réduit à la composition de plusieurs mouvemens dans une même droite, et de deux mouvemens faisant angle droit. Que si les mouvemens donnés ne sont pas dans le même plan, il faut se servir de trois droites faisant angle entr'elles.

Il est bon de rémarquer, que dans cette composition des mouvemens, il se conserve toujours la même quantité de la progression, et non pas toujours la même quantité du mouvement. Par exemple, si deux tendances sont dans une même droite, mais en sens contraire, le mobile va du côté du plus fort, avec la diffé-

rence des vitesses, et non pas avec leur somme, comme il arriveroit si les tendances le portoient d'une même côté. Et si les deux tendances contraires étoient égales, il n'y auroit point de mouvement. Cependant tout cela suffit, pour ainsi dire, *in abstracto*, lorsqu'on suppose déja ces tendances dans le mobile: mais *in concreto*, en considérant les causes qui les y doivent produire, on trouvera qu'il ne se conserve pas seulement en tout la même quantité du progrès, mais aussi la même quantité de la force absolue et entière, qui est encore différente de la quantité du mouvement. On donnera une autre fois deux Consectaires fort généraux et fort importans, qui se tirent de cette règle.

XIV.

DEUX PROBLEMES CONSTRUITS PAR G. G. LEIBNIZ EN EMPLOYANT SA REGLE GENERALE DE LA COMPOSITION DES MOUVEMENS.

Probleme I. *Mener la tangente d'une ligne courbe qui se décrit par des filets tendus.* Du point A de la courbe soit décrit un cercle quelconque, coupant les filets aux points B, C, D etc.; soit trouvé le centre de gravité de ces points, sçavoir G; et la droite AG sera perpendiculaire à la courbe, ou bien une droite menée par A, normale à AG, sera la tangente qu'on cherche. Lorsque le filet est double ou triple, il y faut considérer deux ou trois points dans un seul endroit, à peu près comme si un de ces points tenant lieu de plusieurs, étoit d'autant plus pesant. On peut appliquer cette construction non seulement aux coniques ordinaires, aux ovales de M. Descartes, aux coévolutions de M. de Tschirnhaus, mais encore à une infinité d'autres lignes. En voici la raison qui a servi de principe d'invention. C'est qu'on doit considérer que le stile qui tend les filets, pourra être conçu comme ayant autant de directions égales en vitesse entr'elles, qu'il y a de filets: car il les tire également, et comme il les tire, il en est tiré. Ainsi sa direction composée (qui doit être dans la perpendiculaire à la courbe) passe par le centre de gravité d'autant de points qu'il y a de filets (par la nouvelle règle

des compositions du mouvement, que l'on trouve dans le No. précédent). Et ces points, à cause de l'égalité des tendances dans notre cas, sont également distans du stile, et tombent ainsi dans les intersections du cercle avec les filets. M. de Tschirnhaus dans son livre intitulé Medicina mentis, ayant cherché le premier ce problême, m'a donné occasion d'y arriver; ce que je fais en prenant une voye, qui a cet avantage que l'esprit y fait tout sans calcul et sans diagrammes.

M. Fatio y est aussi arrivé de son chef par une très belle voye, et l'a publié le premier. Enfin M. le Marquis de l'Hôpital a donné sur ce sujet l'énonciation la plus générale qu'on puisse souhaiter, fondée sur la nouvelle méthode du calcul des différences.

Probleme II. Un même mobile étant poussé en même tems par un nombre infini de sollicitations, trouver son mouvement. J'appelle sollicitations les efforts infiniment petits ou conatus, par lesquels le mobile est sollicité ou invité, pour ainsi dire, au mouvement, comme est par exemple l'action de la pesauteur, ou de la tendance centrifuge, dont il en faut une infinité pour composer un mouvement ordinaire. Cherchez le centre de gravité du lieu de tous les points de tendance de ces sollicitations, et la direction composée passera par ce centre: mais les vitesses produites seront proportionelles aux grandeurs des lieux. Les lieux peuvent être des lignes, des surfaces, ou même des solides.

Le problême qu'on vient de résoudre est d'importance en Physique, car la nature ne produit jamais aucune action que par une multitude véritablement infinie des causes concourantes.

XV.

SPECIMEN DYNAMICUM PRO ADMIRANDIS NATURAE LEGIBUS CIRCA CORPORUM VIRES ET MUTUAS ACTIONES DETEGENDIS ET AD SUAS CAUSAS REVOCANDIS.

Pars I.

Ex quo Novae Scientiae Dynamicae condendae mentionem injecimus, multi Viri egregii variis in locis ulteriorem hujus

doctrinae explicationem postularunt. Quando igitur librum componere nondum vacat, dabimus hoc loco, quae lucem aliquam accendere possint, fortasse etiam ad nos cum foenore redituram, siquidem sententias eorum eliciamus, qui vim cogitandi cum eloquendi humanitate conjunxerint, quorum judicia etiam grata nobis fore profitemur et ad profectionem operis profutura speramus. In rebus corporeis esse aliquid praeter extensionem, imo extensione prius, alibi admonuimus, nempe ipsam vim naturae ubique ab Autore inditam, quae non in simplici facultate consistit, qua Scholae contentae fuisse videntur, sed praeterea conatu sive nisu instruitur, effectum plenum habiturò, nisi contrario conatu impediatur. Hic nisus passim sensibus occurrit, et meo judicio ubique in materia ratione intelligitur, etiam ubi sensui non patet. Quod si jam Deo per miraculum transcribi non debet, certe oportet, ut vis illa in ipsis corporibus ab ipso producatur, imo ut intimam corporum naturam constituat, quando agere est character substantiarum, extensioque nil aliud quam jam praesuppositae nitentis renitentisque id est resistentis substantiae continuationem sive diffusionem dicit, tantum abest, ut ipsammet substantiam facere possit. Nec refert, quod omnis corporea actio a motu est, motusque ipse non est nisi a motu sive in corpore jam ante existente sive aliunde impresso. Nam motus (perinde ac tempus) nunquam existit, si rem ad ἀκρίβειαν revoces, quia nunquam totus existit, quando partes coexistentes non habet. Nihilque adeo in ipso reale est, quam momentaneum illud quod in vi ad mutationem nitente constitui debet. Huc igitur redit quicquid est in natura corporea praeter Geometriae objectum seu extensionem. Eaque demum ratione simul et veritati et doctrinae Veterum consulitur. Et quemadmodum Democriti corpuscula, et Platonis ideas, et Stoicorum in optimo rerum nexu tranquillitatem nostra aetas a contemtu absolvit, ita nunc Peripateticorum tradita de Formis sive Entelechiis (quae merito aenigmatica visa sunt vixque ipsis Autoribus recte percepta) ad notiones intelligibiles revocabuntur, ut adeo receptam a tot seculis Philosophiam explicare potius, ita ut constare sibi possit (ubi hoc patitur) atque illustrare porro novisque veritatibus augere, quam abolere necessarium putemus.

Atque haec studiorum ratio mihi et prudentiae docentis et utilitati discentium maxime accommodata videtur, ne destruendi quam aedificandi cupidiores videamus neve inter perpetuas doctri-

nae mutationes audacium ingeniorum flatibus quotidie incerti jactemur, sed tandem aliquando humanum genus, refrenata sectarum libidine (quam inanis novandi gloria stimulat), constitutis certis dogmatibus, inoffenso pede non in Philosophia minus quam in Mathesi ad ulteriora progrediatur, cum in scriptis praestantium Virorum veterum et recentiorum (si ea fere adimas, quibus in alios durius dicunt) plurimum esse soleat veri et boni, quod erui et in publicos thesauros digeri meretur. Idque utinam facere mallent homines, quam censuris tempus prodigere, quibus tantum vanitati suae litant. Nobis certe, quibus in novis et nostris quibusdam ita favit fortuna, ut de his solis cogitare nos passim juberent amici, nescio quomodo tamen pleraque etiam aliena non displicent et suo quodque pretio, etsi diverso, censetur; cujus rei fortasse causa est, quod plura agitando nihil spernere didicimus. Sed nunc in viam redeamus.

Duplex autem est *Vis Activa* (quam cum nonnullis non male *Virtutem* appelles), nempe ut *primitiva*, quae in omni substantia corporea per se inest (cum corpus omnimode quiescens a rerum natura abhorrere arbitrer), aut *derivativa*, quae primitivae velut limitatione, per corporum inter se conflictus resultans, varie exercetur. Et primitiva quidem (quae nihil aliud est, quam ἐντελέχεια ἡ πρώτη) *animae vel formae substantiali* respondet, sed vel ideo non nisi ad generales causas pertinet, quae phaenomenis explicandis sufficere non possunt. Itaque illis assentimur, qui formas in rerum sensibilium causis propriis specialibusque tradendis adhibendas negant: quod monere operae pretium est, ne, dum eas velut postliminio ad fontes rerum aperiendos reducimus, simul ad vulgaris Scholae battologias redire velle videamur. Interim necessaria earum notitia est ad recte philosophandum, nec quisquam se corporis naturam tenere satis putet, nisi animum talibus adverterit intellexeritque imperfectam, ne dicam falsam esse notionem illam substantiae corporeae crassam et ab imaginatione sola pendentem ac philosophiae corpuscularis (per se egregiae verissimaeque) abusu ab aliquot annis incaute introductam, quemadmodum vel hoc argumento constat, quod omnimodam cessationem ac quietem a materia non excludit, nec legum naturae vim derivativam moderantium rationes afferre potest. Similiter vis quoque passiva duplex est, vel primitiva vel derivativa. Et quidem *vis primitiva patiendi seu resistendi* id ipsum constituit,

quod materia prima, si recte interpreteris, in Scholis appellatur, qua scilicet fit, ut corpus a corpore non penetretur, sed eidem obstaculum faciat, et simul ignavia quadam, ut sic dicam, id est ad motum repugnatione sit praeditum, neque adeo nisi fracta nonnihil vi agentis impelli se patiatur. Unde postea vis derivativa patiendi varie in materia secunda sese ostendit. Sed nostrum est, generalibus illis ac primitivis sepositis suppositisque quibus ob formam corpus omne semper agere et ob materiam corpus omne semper pati ac resistere docemur, nunc quidem pergere ulterius, et in hac doctrina de virtutibus et resistentiis derivativis tractare, quatenus variis nisibus pollent corpora aut rursus varie renituntur; his enim accommodantur leges actionum, quae non ratione tantum intelliguntur, sed et sensu ipso per phaenomena comprobantur.

Vim ergo derivativam, qua scilicet corpora actu in se invicem agunt aut a se invicem patiuntur, hoc loco non aliam intelligimus, quam quae motui (locali scilicet) cohaeret, et vicissim ad motum localem porro producendum tendit. Nam per motum localem caetera phaenomena materialia explicari posse agnoscimus. Motus est continua loci mutatio, itaque tempore indiget. Mobile tamen in motu existens, ut in tempore habet motum, ita in quovis momento habet velocitatem, quae tanto major est, quanto plus spatii percurritur minusque impenditur tempus. Velocitas sumta cum directione Conatus appellatur; Impetus autem est factum ex mole corporis in velocitatem, ejusque adeo quantitas est, quod Cartesiani appellare solent quantitatem motus, scilicet momentaneam, tametsi accuratius loquendo ipsius motus, quippe in tempore existentis, quantitas ex aggregato impetuum durante tempore in mobili existentium (aequalium inaequaliumve) in tempus ordinatim ductorum nascatur. Nos tamen cum ipsis disputantes ipsorum loquendi morem secuti sumus. Quin etiam quemadmodum (non incommode ad usum loquendi doctrinalem) ab accessu jam facto faciendove distinguere possumus accessionem quae nunc fit, tamquam incrementum accessus vel elementum; aut quemadmodum descensionem praesentem a facto jam descensu, quem auget, distinguere licet; ita possemus praesentaneum seu instantaneum motus elementum ab ipso motu per temporis tractum diffuso discernere et appellare Motionem; atque ita quantitas motionis dicetur, quae vulgo motui tribuitur. Et quanquam in verbis faciles

simus post interpretationem habitam, antea tamen nos in iis curiosos esse oportet, ne ambiguitate decipiamur.

Porro ut aestimatio motus per temporis tractum fit ex infinitis impetibus, ita vicissim impetus ipse (etsi res momentanea) fit ex infinitis gradibus successive eidem mobili impressis, habetque elementum quoddam, quo non nisi infinities replicato nasci potest. Finge tubum AC (fig. 24) in plano horizontali hujus paginae certa quadam uniformi celeritate rotari circa centrum C immotum, et globum B in tubi cavitate existentem liberari vinculo vel impedimento, atque incipere moveri vi centrifuga; manifestum est, initio conatum a centro recedendi, quo scilicet globus B in tubo tendet versus ejus extremitatem A, esse infinite parvum respectu impetus quem jam tum habet a rotatione, seu quo cum tubo ipso globus B a loco D tendet versus (D) retenta a centro distantia. Sed continuata aliquamdiu impressione centrifuga a rotatione procedente, progressu ipso oportet nasci in globo impetum quendam centrifugum completum (D)(B) comparabilem cum impetu rotationis D(D). Hinc patet duplicem esse Nisum, nempe elementarem seu infinite parvum, quem et solicitationem appello, et formatum continuatione seu repetitione Nisuum elementarium, id est impetum ipsum, quanquam non ideo velim haec Entia Mathematica reapse sic reperiri in natura, sed tantum ad accuratas aestimationes abstractione animi faciendas prodesse.

Hinc Vis quoque duplex: alia elementaris, quam et mortuam appello, quia in ea nondum existit motus, sed tantum solicitatio ad motum, qualis est globi in tubo, aut lapidis in funda, etiam dum adhuc vinculo tenetur; alia vero vis ordinaria est, cum motu actuali conjuncta, quam voco vivam. Et vis mortuae quidem exemplum est ipsa vis centrifuga, itemque vis gravitatis seu centripeta, vis etiam qua Elastrum tensum se restituere incipit. Sed in percussione, quae nascitur a gravi jam aliquamdiu cadente, aut ab arcu se aliquamdiu restituente, aut a simili causa vis est viva, ex infinitis vis mortuae impressionibus continuatis nata. Et hoc est quod Galilaeus voluit, cum aenigmatica loquendi ratione percussionis vim infinitam dixit, scilicet si cum simplice gravitatis nisu comparetur. Etsi autem impetus cum vi viva semper sit conjunctus, differre tamen haec duo infra ostendetur.

Vis viva in aliquo corporum aggregato rursus duplex intelligi potest, totalis scilicet, vel partialis; et partialis iterum

vel respectiva vel directiva, id est vel propria partibus vel communis. Respectiva sive propria est, qua corpora aggregato comprehensa possunt agere in se invicem; directiva seu communis est, qua praeterea ipsum aggregatum extra se agere potest. Voco autem directivam, quia directionis totalis vis integra in hac vi partiali conservatur. Ea autem sola superesset, si subito aggregatum congelascere fingeretur motu partium inter se intercepto. Unde ex vi respectiva et directiva simul sumtis componitur vis totalis absoluta. Sed haec melius ex tradendis infra regulis intelligentur.

Veteres, quantum constat, solius vis mortuae scientiam habuerunt, eaque est, quae vulgo dicitur Mechanica, agens de vecte, trochlea, plano inclinato (quo cuneus et cochlea pertinent), aequilibrio liquorum, et similibus, ubi nonnisi de conatu primo corporum in se invicem tractatur, antequam impetum agendo conceperunt. Et licet leges vis mortuae ad vivam transferri aliquo modo possint, magna tamen cautione opus est, ut vel hinc decepti sint, qui vim in universum cum quantitate ex ductu molis in velocitatem facta confuderunt, quod vim mortuam in ratione horum composita esse deprehendissent. Nam ea res ibi speciali ratione contingit, ut jam olim admonuimus, quoniam (exempli gratia) gravibus diversis descendentibus, in ipso initio motus utique ipsi descensus seu ipsae quantitates spatiorum descensu percursorum, nempe adhuc infinite parvae seu elementares sunt celeritatibus seu conatibus descendendi proportionales. Sed progressu facto, et vi viva nata, celeritates acquisitae non amplius proportionales sunt spatiis descensu jam percursis, quibus tamen vim aestimandam olim ostendimus ampliusque ostendemus, sed tantum earum elementis. Galilaeus de vi viva (alio licet nomine, imo conceptu) agere coepit primusque explicuit, quomodo acceleratione gravium descendentium motus nascatur. Cartesius recte discrevit velocitatem a directione, et vidit etiam in conflictu corporum id sequi, quo minime mutantur priora. Sed minimam mutationem non recte aestimavit, dum solam directionem vel solam velocitatem mutat, cum contemperata ex ambobus instituenda esset mutatio: quod quomodo fieri deberet, ipsum fugit, quia res tam heterogeneae comparari ac contemperari posse, ipsi modalibus potius tunc quam realibus intento non videbantur, ut alios ejus in hac doctrina lapsus taceamus.

Honoratus Fabri, Marcus Marci, Joh. Alph.

Borellus, Ignatius Baptista Pardies et Claudius de Chales, aliique acutissimi viri in doctrina de motu non contemnenda dedere, sed errores tamen eosque capitales non vitavere. Primus, quod sciam, Hugenius qui aetatem nostram praeclaris inventis illustravit, in hoc quoque argumento ad puram et liquidam veritatem pervenisse mihi videtur et doctrinam hanc a paralogismis liberasse, regulis quibusdam olim publicatis. Easdem fere regulas Wrennus quoque, Wallisius et Mariottus, viri in his studiis diversa licet ratione excellentes, obtinuere. Sed de causis tamen non eadem sententia est; unde neque easdem conclusiones egregii in his studiis viri semper admittunt. Atque adeo veri fontes hujus scientiae nondum, quod constat, fuere reclusi. Nec sane ab omnibus agnoscitur, quod mihi certum videtur: repercussionem sive reflexionem non nisi a vi elastica, id est intestini motus renisu proficisci. Nec notionem ipsam virium quisquam ante nos explicavit, quae res hactenus turbavit Cartesianos aliosque, qui motus vel impetus summam (quam pro virium quantitate habent) post concursum a priore diversam prodire posse, vel ideo capere non potuerunt, quod eo ispo etiam virium quantitatem mutari crediderunt.

Mihi adhuc juveni, et corporis naturam cum Democrito et hujus ea in re sectatoribus Gassendo et Cartesio in sola massa inerte tunc constituenti, excidit libellus Hypotheseos physicae titulo, quo Theoriam motus pariter a systemate abstractam et systemati concretam exposui, quem ultra mediocritatis suae meritum, multis praeclaris viris video placuisse. Ibi statui, supposita tali corporis notione, omne incurrens suum conatum dare excipienti seu directe obstanti qua tali. Nam cum in momento incursus pergere conetur adeoque secum abripere excipiens, conatusque ille (ob corporis ad motum quietemve creditam mihi tunc indifferentiam) suum effectum omnino habere debeat in excipiente, nisi contrario conatu impediatur, imo etiamsi eo impediatur, quando tantum diversos illos conatus inter se componi oportet: manifestum erat nullam causam reddi posse, cur non incurrens effectum, ad quem tendit, consequatur, seu cur non excipiens recipiat conatum omnem incurrentis, adeoque motum excipientis ex pristino suo et recepto novo seu alieno conatu compositum esse. Ex quo porro ostendebam: si solae mathematicae notiones, magnitudo, figura, locus, horumque mutatio, aut in ipso concursus momento mutandi

conatus in corpore intelligerentur, nulla habita ratione notionum metaphysicarum, potentiae scilicet actricis in forma et ignaviae, seu ad motum resistentiae in materia, atque adeo si necesse esset concursus eventum sola compositione conatuum Geometrica, ut explicuimus, determinari: tunc sequi debere, ut incurrentis, etiam minimi, conatus toti excipienti, licet maximo, imprimatur, atque adeo maximum quiescens a quantulocunque incurrente sine ulla hujus retardatione abripiatur, quandoquidem tali materiae notione ulla ejus ad motum repugnatio, sed indifferentia potius continetur. Unde non magis difficile foret impellere magnum quiescens, quam parvum, essetque adeo actio sine reactione, nullaque fieri posset potentiae aestimatio, cum quidvis a quovis praestari posset. Quae, aliaque id genus multa, cum sint ordini rerum adversa et cum principiis verae Metaphysicae pugnent, ideo tunc quidem putavi (et vere quidem) sapientissimum rerum Autorem structura systematis vitasse, quae per se ex nudis motus legibus a pura Geometria repetitis consequerentur.

Sed postea omnia altius scrutatus, vidi in quo consisteret systematica rerum explicatio, animadvertique hypothesin illam priorem notionis corporeae non esse completam, et cum aliis argumentis tum etiam hoc ipso comprobari, quod in corpore praeter magnitudinem et impenetrabilitatem poni debeat aliquid, unde virium consideratio oriatur, cujus leges metaphysicas extensionis legibus addendo nascantur eae ipsae regulae motus, quas systematicas appelleram, nempe ut omnis mutatio fiat per gradus, et omnis actio sit cum reactione, et nova vis non prodeat sine detrimento prioris, adeoque semper abripiens retardetur ab abrepto, nec plus minusve potentiae in effectu quam in causa contineatur. Quae lex cum non derivetur ex notione molis, necesse est consequi eam ex alia re, quae corporibus insit, nempe ex ipsa vi, quae scilicet eandem semper quantitatem sui tuetur, licet a diversis corporibus exerceatur. Hinc igitur, praeter pure mathematica et imaginationi subjecta, collegi quaedam metaphysica solaque mente perceptibilia esse admittenda, et massae materiali principium quoddam superius, et ut sic dicam formale addendum; quandoquidem omnes veritates rerum corporearum ex solis axiomatibus logisticis et geometricis, nempe de magno et parvo, toto et parte, figura et situ, colligi non possint, sed alia de causa et effectu, actioneque et passione accedere debeant, quibus ordinis rerum rationes salventur. Id principium

Formam, an ἐντελέχειαν, an Vim appellemus, non refert, modo meminerimus per solam virium notionem intelligibiliter explicari.

Quod vero hodie egregii quidam viri, hoc ipsum videntes, vulgarem nempe materiae notionem non sufficere, Deum accersunt ἀπὸ μηχανῆς, vimque omnem agendi auferunt rebus, quasi Mosaica quadam Philosophia (ut Fluddus olim vocabat), assentiri non possum. Tametsi enim praeclare ab ipis animadversum concedam, substantiae unius creatae in aliam influxum proprium nullum esse, si res ad metaphysicum rigorem exigatur, fatearque etiam libenter omnes res continua semper creatione a Deo proficisci; nullam tamen veritatem naturalem in rebus esse puto, cujus ratio immediate petenda sit ex divina actione vel voluntate, sed semper rebus ipsis aliqua a Deo esse indita, unde omnia earum praedicata explicentur. Certe non corpora tantum Deum creasse constat, sed et animas, quibus entelecheiae primitivae respondent. Verum haec alias suis propriis rationibus profundius eductis demonstrabuntur.

Interim etsi principium activum materialibus notionibus superius et ut sic dicam vitale ubique in corporibus admittam, non ideo tamen Henrico Moro aliisque viris pietate et ingenio insignibus hic assentior, qui Archaeo nescio quo aut hylarchico principio etiam ad phaenomena procuranda sic utuntur, quasi scilicet non omnia mechanice explicari possint in natura, et quasi qui hoc conentur, incorporea tollere videantur, non sine suspicione impietatis; aut quasi cum Aristotele Intelligentias orbibus rotandis affigere necesse sit, aut elementa dicendum sit sursum vel deorsum a forma sua agi, compendiosa sed inutili docendi ratione: His, inquam, non assentior, nec magis ista mihi Philosophia, quam illa quorundam placuit Theologia, qui Jovem tonare aut ningere sic credebant, ut causarum propiorum inquisitores etiam Atheismi crimine infamarent. Optimum meo judicio temperamentum est, quo pietati pariter et scientiae satisfit, ut omnia quidem phaenomena corporea a causis efficientibus mechanicis peti posse agnoscamus, sed ipsas leges mechanicas in universum a superioribus rationibus derivari intelligamus, atque ita causa efficiente altiore tantum in generalibus et remotis constituendis utamur. His vero semel stabilitis, quoties postea de rerum naturalium causis efficientibus propinquis et specialibus tractatur, animabus aut Entelecheiis locum non demus, non magis quam otiosis facultatibus aut inexplicabilibus

sympathiis, cum nec ipsa causa efficiens prima atque universalissima specialibus tractationibus intervenire debeat, nisi quatenus fines spectantur, quos divina Sapientia habuit in rebus sic ordinandis, ne quam laudis ejus et hymnorum pulcherrimorum canendorum occasionem negligamus.

Sane et finales causae (ut singulari plane exemplo optici principii, celeberrimo Molineusio in Dioptricis suis valde probante, ostendi) subinde magno cum fructu etiam in physicis specialibus adhibentur, non tantum ut supremi Autoris pulcherrima opera magis admiremur, sed etiam ut divinemus interdum hac via, quae per illam efficientium non aeque aut non nisi hypothetice patent. Quem usum hactenus fortasse Philosophi nondum satis observarunt. Et in universum tenendum est, omnia in rebus dupliciter explicari posse: per regnum potentiae seu causas efficientes, et per regnum sapientiae seu per finales; Deum corpora ut machinas more architecti secundum leges magnitudinis vel mathematicas, et quidem in usum animarum; animas vero, sapientiae capaces, ut cives suos et societatis cujusdam cum ipso participes, more Principis, imo patris secundum leges bonitatis vel morales ad suam gloriam moderantem, permeantibus sese ubique ambobus regnis, inconfusis tamen et imperturbatis legibus utriusque, ita ut simul et regno potentiae maximum et regno sapientiae optimum obtineatur. Sed nobis hoc loco regulas generales virium effectricium constituere propositum est, quibus in causis specialibus efficientibus explicandis uti deinde possimus.

Porro ad veram virium aestimationem, et quidem prorsus eandem, diversissimis itineribus perveni: uno quidem a priori, ex simplicissima consideratione spatii, temporis et actionis (quod alias exponam), altero a posteriori, vim scilicet aestimando ab effectu quem producit se consumendo. Nam effectum hic intelligo non quemlibet, sed cui vis impendi seu in quo consumi debet, quem ideo violentum appellare possis, qualis non est ille, quem corpus grave in plano perfecte horizontali percurrendo exercet, quia tali effectu utcunque producto eandem semper vim retinet, quamquam et hoc ipso effectu, ut ita dicam, innocuo recte adhibito, hanc nostram aestimandi rationem consecuti simus, sed nunc a nobis seponetur. Elegi autem effectum ex violentis illum, qui maxime capax est homogenei seu divisionis in partes similes et aequales,

qualis est in ascensu corporis gravitate praediti: nam elevatio gravis ad duos vel tres pedes praecise dupla vel tripla est elevationis gravis ejusdem ad pedem unum; et elevatio gravis dupli ad unum pedem facta, praecise dupla est elevationis gravis simpli ad altitudinem pedis unius; unde elevatio gravis dupli ad tres pedes praecise sextupla est elevationis gravis simpli ad pedem unum, supposito scilicet (saltem docendi causa, etsi aliter fortasse in veritate se res habeat, sed insensibili tamen hic errore) gravia aeque gravitare in majore aut minore ab horizonte distantia. Nam in elastro non aeque facile locum homogeneitas habet. Cum igitur comparare vellem corpora diversa aut diversis celeritatibus praedita, equidem facile vidi, si corpus A sit simplum et B sit duplum, utriusque autem celeritas aequalis, illius quoque vim esse simplam, hujus duplam, cum praecise quicquid in illo ponitur semel, in hoc ponatur bis. Nam in B est bis corpus ipsi A aequale et aequivelox, nec quicquam ultra. Sed si corpora A et C sint aequalia, celeritas autem in A sit simpla et in C dupla, videbam, non praecise quod in A est, duplari in C, cum dupletur quidem celeritas, non tamen et corpus. Et peccatum hic fuisse vidi ab iis, qui sola ista reduplicatione modalitatis vim ipsam duplicari credidere; quemadmodum jam olim observavi admonuique, veram neque hactenus (post tot licet Elementa Matheseos universalis scripta) traditam aestimandi artem in eo consistere, ut denique ad homogeneum aliquid, id est accuratam et omnimodam non modorum tantum, sed et rerum reduplicationem perveniatur. Cujus methodi non aliud melius illustriusque specimen dari potuit, quam quod exhibetur in hoc ipso argumento.

Haec ergo ut obtinerem, consideravi an duo ista corpora A et C magnitudine aequalia, sed celeritate diversa, effectus aliquos producere possint causis suis aequipollentes et inter se homogeneos. Ita enim quae per se non facile poterant, saltem per effectus suos accurate compararentur. Effectum autem causae suae aequalem esse debere sumsi, si totius virtutis impendio seu consumtione producatur: ubi non refert, quanto tempore producatur. Ponantur ergo corpora A et C (fig. 25) esse gravia, et vim suam convertere in ascensum, quod fiet, si eo momento quo celeritates suas dictas habent, A simplam, B duplam in extremis pendulorum verticalium PA, EC existere intelligantur. Constat autem e Galilaei aliorumque demonstratis, corpore A celeritate ut 1 ad summum

ascendente super horizontem HR ad altitudinem $_2AH$ pedis unius, utique corpus C celeritate ut 2 ascendere (ad summum) posse ad altitudinem $_2CR$ pedum quatuor. Unde jam consequens est, grave habens celeritatem ut 2, potentia quadruplum esse habentis gradum celeritatis ut 1, cum totius suae virtutis impendio praecise quadruplum efficere possit. Nam libram (id est se ipsum) attollens ad pedes quatuor, praecise quater attollit unam libram ad unum pedem. Eodemque modo generaliter colligitur, vires aequalium corporum esse ut quadrata celeritatum, et proinde vires corporum in universum esse in ratione composita ex corporum simplice et celeritatum duplicata.

Eadem confirmavi ad absurdum (nempe ad motum perpetuum) redigendo contrariam sententiam, vulgo, praesertim apud Cartesianos receptam, qua vires creduntur esse in ratione composita corporum et celeritatum: qua etiam methodo usus sum subinde, ut duos status virtute inaequales definirem a posteriori, et majorem simul a minori certa nota distinguerem. Nec cum alterutrum alteri substituendo motus oritur perpetuus mechanicus seu effectus potior causa, status illi sibi minime aequipollent, sed ille qui substitutus est alteri, potior fuit, quia majus aliquid praestari effecit. Pro certo autem assumo, naturam nunquam sibi viribus inaequalia substituere, sed effectum integrum semper causae plenae aequalem esse; et vicissim quae viribus aequalia sunt, tuto ratiocinio sibi substitui a nobis posse, liberrima suppositione, quasi substitutionem illam actu effecissemus, nulloque adeo perpetui motus mechanici motu. Quod si ergo verum esset, quod vulgo sibi persuadent, aequipollere inter se grave A ut 2 (sic enim nunc sumamus) praeditum celeritate ut 1, et grave C ut 1 praeditum celeritate ut 2, debet alterutrum alteri impune substitui posse. Sed hoc verum non est. Nam ponamus, A ut 2 celeritatem ut 1 acquisivisse descensu $_2A_1A$ ex altitudine $_2AH$ minus pedis; jamque ipso in $_1A$ seu in horizonte existente, substituamus pro ipso aequipollens (ut volunt) pondus C ut 1 celeritate ut 2, quod ascendat usque ad C seu ad altitudinem 4 pedum. Itaque solo descensu ponderis A duarum librarum ex altitudine unius pedis $_2AH$, substitutoque aequipollente, effecimus ascensum librae unius ad pedes quatuor, quod est duplum prioris. Ergo tantundem virium lucrati sumus, seu motum mechanicum perpetuum effecimus, quod utique absurdum est. Nec refert, an per motuum leges actu efficere possimus

hanc substitutionem; nam inter aequipollentia etiam mente tute fieri substitutio potest. Quamquam etiam varias rationes excogitaverimus, quibus actu tam prope quam velis efficeretur, ut vis tota corporis A transferretur in corpus C, antea quiescens, sed quod nunc (ipso A ad quietem redacto) sit solum in motu positum. Unde fieret, ut pro pondere bilibri celeritatis ut 1 successura esset libra una celeritatis ut 2, si haec aequipollerent; unde absurdum oriri ostendimus. Neque ista sane inania sunt, aut in logomachiis consistunt, sed in machinis et motibus comparandis maximum usum habent. Nam si quis vim habeat ab aqua vel animalibus vel alia causa, per quam corpus grave centum librarum in motu constanti conservetur, quo intra minuti temporis quartam partem absolvere possit circulum horizontalem diametri triginta pedum; alius vero ejus loco eodem tempore duplum pondus nonnisi dimidium circulum constanter absolvere praestet, minore impensa, idque tibi velut in lucrum imputet; deceptum te ac dimidia virium parte frustratum scito. Sed nunc fugatis erroribus, veras et sane admirandas Naturae leges paulo distinctius in Schediasmatis hujus parte secunda proponemus.

XVI.

SPECIMEN DYNAMICUM PRO ADMIRANDIS NATURAE LEGIBUS CIRCA CORPORUM VIRES ET MUTUAS ACTIONES DETEGENDIS ET AD SUAS CAUSAS REVOCANDIS.

Pars II.

Natura corporis, imo substantiae in universum non satis cognita effecerat (quod jam attigimus) ut insignes quidem philosophi nostri temporis, cum corporis notionem in sola extensione collocarent, ad Deum confugere cogerentur pro explicanda Unione inter Animam et Corpus, imo et communicatione corporum inter se. Nam fatendum est, impossibile esse ut Extensio nuda solas involvens Geometricas notiones actionis passionisque sit capax: itaque hoc unum superesse ipsis visum est, ut homine cogitante et brachium movere conante Deus velut ex pacto primaevo pro ipso

brachium moveat, et contra existente motu in sanguine et spiritibus Deus perceptionem in anima excitet. Sed haec ipsa, cum sint a recta philosophandi ratione aliena, admonere autores debuerant falso se principio niti, nec corporis notionem recte assignasse, ex qua talia consequerentur. Ostendimus igitur in omni substantia vim agendi et, si creata sit, etiam patiendi inesse, extensionis notionem per se non completam esse, sed relationem ad aliquid quod extenditur cujus diffusionem sive continuatam replicationem dicat, adeoque substantiam corporis quae agendi resistendique potentiam involvit et ubique massa corporea existit praesupponi, hujusque diffusionem in extensione contineri. Unde aliquando lucem quoque novam explicandae corporis animaeque unioni accendemus. Nunc vero ostendendum est, quomodo hinc mira et summe utilia theoremata practica consequantur, ad Dynamicen pertinentia, id est scientiam quae virium praesertim corporearum regulas tradit.

Sciendum est ante omnia, Vim quidem esse quiddam prorsus reale, in substantiis etiam creatis; at spatium, tempus et motum habere aliquid de Ente rationis, nec per se sed quatenus Divina attributa, immensitatem, aeternitatem, operationem aut substantiarum creatarum vim involvunt, vera et realia esse. Hinc jam consequitur vacuum in loco temporeque non dari, motum autem a vi sequestratum seu quatenus in eo non nisi notiones Geometricae, magnitudo, figura et horum variatio considerantur, revera nihil aliud esse quam mutationem situs, adeoque motum quoad phaenomena in mero respectu consistere, quod etiam Cartesius agnovit, cum translationem ex vicinia unius corporis in viciniam alterius definivit. Sed in consequentiis deducendis oblitus est suae definitionis, regulasque motuum constituit, quasi reale quiddam esset motus et absolutum. Sic igitur habendum est, si corpora quotcunque sint in motu, ex phaenomenis non posse colligi in quo eorum sit motus absolutus determinatus vel quies, sed cuilibet ex iis assumto posse attribui quietem ut tamen eadem phaenomena prodeant. Hinc consequitur (quod Cartesius non animadvertit), aequivalentiam Hypothesium nec per corporum inter se concursus mutari, adeoque tales motuum regulas esse assignandas, ut natura motus respectiva maneat salva, nec ex eventu post concursum divinari possit per phaenomena, ubi ante concursum fuerit quies aut determinatus motus absolutus. Unde minime quadrat Cartesii regula, qua vult corpus quiescens

ab alio minore nullo modo loco pelli posse, aliaque id genus quibus nihil est a veritate alienius. Sequitur etiam ex natura motus respectiva, *eandem esse corporum actionem in se invicem seu percussionem, modo eadem celeritate sibi appropinquent*, id est manente eadem apparentia in phaenomenis datis, quaecunque demum sit vera hypothesis seu cuicunque demum vere ascribamus motum aut quietem, eundem prodire eventum in phaenomenis quaesitis seu resultantibus, etiam respectu actionis corporum inter se. Atque hoc est quod experimur, eundem nos dolorem sensuros sive in lapidem quiescentem ex filo si placet suspensum incurrat manus nostra, sive eadem celeritate in manum quiescentem incurrat lapis. Interim ita loquimur, prout res postulat, ad aptiorem simplicioremque phaenomenorum explicationem, prorsus quemadmodum in Sphaericis motum primi mobilis adhibemus et in theoria planetarum Copernicana Hypothesi uti debemus, ut jam lites illae tanto conatu agitatae (quibus etiam Theologi fuere implicati) prorsus evanescant. Etsi enim vis aliquid reale et absolutum sit, motus tamen ad classem pertinet phaenomenorum respectivorum, et veritas non tam in phaenomenis quam in causis spectatur.

Ex nostris quoque corporis viriumque notionibus id nascitur, *ut quod in substantia fit, sponte et ordinate fieri intelligi possit.* Cui connexum est *ut nulla mutatio fiat per saltum.* Quo posito sequitur etiam, *Atomos dari non posse.* Cujus consequentiae vis ut capiatur, ponamus Corpora A et B (fig. 26) concurrere et $_1A$ venire in $_2A$, itemque $_1B$ in $_2B$, et ita concurrentia in $_2A_2B$ reflecti ex $_2A$ in $_3A$, et ex $_2B$ in $_3B$. Fingatur autem esse atomos id est corpora summe dura adeoque inflexibilia, patet fieri mutationem per saltum, seu momentaneam, motus enim directus in ipso momento concursus fit retrogradus nisi statim post concursum corpora quiescere id est vim amittere ponamus, quae res praeterquam quod aliunde absurda foret, iterum mutationem per saltum, momentaneam scilicet a motu ad quietem, nec tamen per intermedios gradus transitum contineret. Itaque sciendum est, si corpora A et B (fig. 27) concurrant veniantque ex $_1A$, $_1B$ in locum concursus $_2A_2B$, ibi paulatim comprimi, instar duarum pilarum inflatarum, et magis magisque ad se invicem accedere aucta continue pressione; ea autem re ipsum motum debilitari, vi ipsa conatus in corporum elastra translata, donec omnino

ad quietem redigantur; tum vero demum restituente sese corporum Elastro ipsa a se invicem resilire, motu retrogrado a quiete rursus incepto continueque crescente, tandem eadem celeritate, qua ad se appropinquaverunt, recuperata sed in contrarium versa a se invicem recedere atque in loca $_3A$, $_3B$ redire quae coincidunt locis $_1A$, $_1B$, si corpora aequalia et aequivelocia ponantur. Inde jam patet quo modo nulla fiat per saltum mutatio, sed paulatim imminuto progressu tandemque ad quietem redacto tum demum regressus oriatur. Ita ut quemadmodum ex figura una non fit alia (veluti ex circulo ovalis) nisi per innumeras figuras intermedias, nec a loco in locum aut a tempore in tempus nisi per omnia loca temporaque intermedia transitur; ita nec ex motu quies fiet multoque minus motus oppositus, nisi per omnes intermedios motuum gradus. Quod cum tanti in natura momenti sit, tam parum animadversum miror. Sequitur ex his quod Cartesius in Epistolis impugnaverat, et nunc quoque magni quidam viri admittere nolunt, omnem reflectionem oriri ab Elastro, et multorum praeclarorum experimentorum ratio redditur, quae indicant corpus prius flecti quam propellatur, quod Mariottus perpulchre illustravit. Denique illud maxime mirabile ex his sequitur, ut nullum corpus tam exiguum sit, quin elastrum habeat adeoque a fluido adhuc subtiliore permeetur; ac proinde nulla esse Elementa corporum, nec materiam fluidissimam, nec globulos nescio quos secundi Elementi solidos, exactos et durabiles dari, sed analysin procedere in infinitum.

Huic Legi Continuitatis a mutatione saltum excludentis etiam illud consentaneum est, ut casus quietis haberi possit pro speciali casu motus, scilicet pro motu evanescente seu minimo, et ut casus aequalitatis haberi possit pro casu inaequalitatis evanescentis. Unde consequens est Leges motuum tales assignari debere, ut non sit opus peculiaribus regulis pro corporibus aequalibus et quiescentibus, sed hae ex regulis corporum inaequalium et motorum per se nascantur, vel si velimus peculiares regulas enuntiare pro quiete et aequalitate, cavendum esse ne tales assignemus, quae non consentiant hypothesi quietem pro motu novissimo aut aequalitatem pro ultima inaequalitate habenti, alioqui violabimus rerum harmoniam, et regulae nostrae non convenient inter se. Hoc novum regulas nostras alienasve examinandi artificium publicavi primum in Novellis Reipublicae literariae Julii 1687 artic. 8.

vocavique principium ordinis generale, nascens ex infiniti et continui notione, accedente ad illud axioma, quod datis ordinatis etiam quaesita sunt ordinata. Rem ita universaliter expressi: *Si casus ad casum continue accedat in datis tandemque in ipsum evanescat, necesse est ut etiam eventus casuum sibi continue accedant in quaesitis tandemque in se invicem desinant.* Prorsus ut in Geometricis casus Ellipseos accedit continue ad casum Parabolae, prout foco uno manente alter magis magisque remotus assumi ponitur, donec in casu alterius foci infinite remoti Ellipsis in Parabolam abit. Unde omnes regulas Ellipseos necesse est in Parabola (sumta pro Ellipsi cujus alter focus infinite absit) verificari. Unde et radii in parabolam parallele incidentes tanquam ab altero foco venientes vel ad eum tendentes concipi possunt. Cum igitur eodem modo casus quo corpus A incurrit in B motum, continue variari possit, ut manente motu ipsius A, motus ipsius B ponatur minor ac minor, donec tandem ponatur evanescens in quietem atque inde rursus in contraria directione crescat; dico eventum incursus, sed in quod resultans sive in ipso A sive in ipso B, ambobus motis continue accedere ad eventum incursus qui est in casu B quiescentis, inque eum denique desinere; adeoque casum quietis tam in datis quam in eventu seu quaesitis esse limitem casuum motus in directum; vel communem limitem motus directi et continui, adeoque velut exemplum alterutrius speciale. Ad hunc lydium lapidem a Geometria ad Physicam a me translatum, cum examinarem regulas motuum Cartesianas, mirum dictu contingit, ut hiatus quidam saltusve sese ostenderet prorsus a rerum natura abhorrens, nam exprimendo quantitates per lineas, et motus ipsius B ante concursum tanquam casus datos pro abscissis, motus autem ejusdem post concursum tanquam eventus quaesitos pro ordinatim applicatis sumendo, et lineam ducendo per extremitates ordinatarum, ex praescripto regularum Cartesii, haec linea non fuit unum continuam, sed quiddam mirabiliter hians atque subsultans modo quodam absurdo et incogitabili. Cumque ea occasione notassem etiam R. P. Malebranchii regulas hoc examen non per omnia ferre, Vir egregius re iterum expensa pro candore suo professus est, hinc occasionem sibi natam mutandi regulas suas, quam in rem et brevem libellum edidit. Tametsi fatendum sit, quod ad usum hujus

artificii novi nondum satis attendisset, reliquisse eum quae nunc quoque nondum satis per omnia quadrant.

Ex dictis illud quoque mirabile sequitur, quod omnis corporis passio sit spontanea seu oriatur a vi interna licet occasione externi. Intelligo autem hic passionem propriam, quae ex percussione nascitur seu quae eadem manet, quaecunque demum assignetur hypothesis, seu cuicunque demum absolutam quietem motumve ascribamus. Nam cum eadem sit percussio, cuicunque demum verus competat motus, sequitur effectum percussionis inter ambo aequaliter distribui, adeoque ambo in concursu aequaliter agere, adeoque dimidium effectus ab unius actione, alterum dimidium ab alterius actione oriri; et cum dimidium quoque effectus seu passionis in uno sit dimidium in altero, sufficit, ut passionem quae in uno est, etiam ab actione quae in ipso est derivemus, nec ullo unius in alterum influxu indigeamus, etsi ab uno actioni alterius mutationem in se ipso producentis occasio praebeatur. Nempe dum concurrunt A et B, resistentia corporum conjuncta cum Elastro facit ut ob percussionem comprimantur, et aequalis est compressio in utroque et pro quacunque hypothesi, quod etiam experimenta ostendent, si quis pilas inflatas concurrere fingat, sive ambae sint in motu, sive alterutra quiescat, etiamsi quiescens ex filo aliquo sit suspensa, ut facillime recedere possit, semper enim dummodo eadem sit celeritas appropinquationis seu respectiva, eadem erit compressio, sive intensio elastri, et aequalis in ambabus. Porro restituentibus sese pilis A et B vi Elastri sui aeris scilicet compressi inclusi, sese mutuo a se invicem repellent et quasi arcu displodent, et vi utrinque aequali unumquodque se ab altero repellet, adeoque non vi alterius sed vi propria ab eo recedet. Quod autem de pilis inflatis, id de omni corpore quatenus in percussione patitur, intelligendum est, ut scilicet repercussio ac dissultus ab elastro in ipso, id est a motu materiae fluidae aethereae permeantis, adeoque a vi interna seu intus existente oriatur. Intelligo autem ut dixi corporum motum proprium, sequestratum a communi qui centro gravitatis ascribi potest; unde proprius eorum motus sic fingendus est (fingendus, inquam, per modum hypotheseos) ac si in navi ferrentur, quae haberet motum centri gravitatis ipsorum communis, ipsa autem in navi sic moverentur ut ex motu composito communi navis seu centri, et ipsorum proprio, phaenomena salventur. Ex dictis etiam

intelligitur, Actionem corporum nunquam esse sine reactione, et ambas inter se aequales, ac directe contrarias esse.

Cum etiam non nisi vis et nascens inde nisus quovis momento existat (motus enim nunquam revera existit, ut supra exposuimus) nisusque omnis tendat in linea recta, consequens est omnem motum rectilineum aut ex rectilineis compositum esse. Hinc jam non tantum sequitur, quae in linea curva moventur, conari semper procedere in recta eam tangente, sed etiam, quod minime aliquis expectet, oritur hinc vera notio firmitatis. Nam si ponamus aliquod ex iis quae firma dicimus (quanquam revera nihil sit absolute firmum fluidumve, sed certum habeat firmitatis fluidibilitatisque gradum, a nobis autem ex praedominio respectu nostrorum sensuum denominetur) circulari circa suum centrum, partes per tangentem conabuntur avolare, imo avolare incipient re ipsa, sed quoniam hic ipsorum a se invicem discessus turbat motum ambientis, hinc repelluntur seu rursus contruduntur ad se invicem, quasi centro inesset vis attrahendi magnetica, aut quasi ipsis partibus inesset vis centripeta, et proinde circulatio ex nisu rectilineo recedendi per tangentem et conatu centripeto inter se compositis orietur. Manetque adeo omnem motum curvilineum ex nisibus rectilineis inter se compositis oriri, simulque intelligitur hanc contrusionem ab ambiente esse causam omnis firmitatis. Alioqui fieri non posset, ut omnis motus curvilineus ex meris rectilineis componeretur. Unde et rursus novam contra Atomos nec minus priore inexpectatam rationem habemus. Nihil autem potuit magis alienum a rebus excogitari, quam firmitatem a quiete peti, nam nulla est unquam quies vera in corporibus, nec a quiete aliud nasci potest quam quies; licet autem A et B apud se invicem quiescant, si non vere, saltem respective (quanquam nec hoc unquam accurate contingat, nullum enim corpus eandem exacte ab alio distantiam quantulocunque tempore servat) et licet quicquid semel quiescit, semper quieturum sit nisi accedat nova causa, non ideo tamen sequitur, ut quia B resistit impellenti, resistat etiam ab alio sejungenti, ita nempe ut superata resistentia ipsius B, seu ipso B propulso, simul A sequatur. Quod revera esset attractio, quae in natura non datur, ex firmitate autem primitiva, vel per quietem aut simile aliquid explicata, utique seque-

retur. Itaque firmitas quoque nisi per contrusionem ab ambiente factam explicari non debet. Nam pressio sola rem non satis explicat, quasi impediatur tantum discessus ipsius B ab ipso A, sed intelligendum est, reapse a se invicem discedere, ab ambiente autem unum ad aliud rursus impelli adeoque ex compositione duorum motuum hanc conjunctionis conservationem produci. Itaque qui in corporibus Tabulas quasdam sive laminas insensibiles concipiunt (ad exemplum duorum marmorum politorum, quae sibi accurate applicantur) quarum divulsio ob resistentiam ambientis difficulter fit, et hinc explicant corporum duorum sensibilium firmitatem, etsi persaepe verum dicant, cum tamen in laminis rursus aliquam firmitatem supponant, ultimam rationem firmitatis non reddunt. Ex his quoque intelligi potest, cur magnorum quorundam Mathematicorum sententiis quibusdam philosophicis hac in re stare non possim, qui praeterquam quod vacuum spatium admittunt et ab attractione non abhorrere videntur, etiam motum habent pro re absoluta, idque ex circulatione indeque nata vi centrifuga probare contendunt. Sed quoniam circulatio quoque non nisi ex rectilineorum motuum compositione nascitur, sequitur si salva est aequipollentia Hypothesium in motibus rectilineis suppositis utcunque, etiam in curvilineis salvam fore.

Intelligi etiam ex dictis potest, Motum communem pluribus corporibus ipsorum inter se actiones non mutare, quoniam celeritas qua sibi invicem appropinquant, adeoque vis concursus qua in se invicem agunt, non immutatur. Unde consequuntur praeclara experimenta quae retulit Gassendus in Epistolis de motu impresso a motore translato, ut illis satisfaceret, qui ex motu projectorum quietem globi terrae inferre posse sibi videbantur. Cum tamen certum sit, si qui in magna navi (clausa si placet, vel certe ita constituta, ut externa a vectoribus notari nequeant) ferantur, navis autem magna licet celeritate, placide tamen sive aequabiliter moveatur, ipsos nullum habituros principium discernendi (ex iis scilicet quae in navi contingunt) utrum navis quiescat an moveatur, etiamsi forte pila in navi ludatur, aliive motus exerceantur. Idque notandum est in eorum gratiam, qui non recte percepta Copernicanorum sententia credunt, secundum hos projecta ex terra in aërem, ab aëre cum tellure gyrante abripi, atque ita motum fundi sequi, et perinde in terram recidere ac si haec quievisset; quod

merito insufficens judicatur, cum doctissimi viri, qui utuntur Hypothesi Copernicana potius concipiant, quicquid in terrae superficie est cum terra moveri, et proinde arcu vel tormento excussa, impetum a terrae gyratione impressum una cum impetu projectione impresso, secum deferre. Unde cum duplex eorum motus sit, unus cum terra communis, alter a projectione proprius, non mirum esse, si motus communis nil mutet. Interim non est dissimulandum, si projecta tam longe excuti possent, vel si navis tam ampla fingeretur et tanta celeritate lata, ut ante descensum gravis terra vel navis arcum describeret notabiliter a recta differentem; discrimen repertum iri, quia tunc revera terrae vel navis motus (quippe circularis) motui qui a navis vel terrae gyratione missili fuit impressus (quippe rectilineus) non maneat communis. Et in gravium nisu ad centrum externa accedat actio, quae non minus diversitatem phaenomenorum producere potest, quam si in navi clausa pyxis nautica polam respiciens haberetur, quae utique flexus navis indicaret. Quoties autem de aequipollentia hypothesium agitur, omnia conjungenda sunt quae ad phaenomena concurrunt. Ex his etiam intelligitur, compositionem motuum aut motus unius in duos pluresve quamcunque resolutionem tuto adhiberi posse, de qua tamen ingeniosus quidam vir apud Wallisium non absurde dubitaverat. Res enim utique comprobationem meretur, nec (ut a plerisque factum est) tanquam per se nota assumi potest.

XVII.

ILLUSTRATIO TENTAMINIS DE MOTUUM COELESTIUM CAUSIS.

Pars I.

Complures viri rerum Astronomicarum intelligentes a me desiderarunt, ut iis responderem quae Tentamini meo circa causas motuum coelestium Anno 1689 in Februario Actorum edito non ita pridem opposuit doctissimus Autor operis sub nomine Astronomiae Physicae et Geometricae publicati, quo Newtonianam Hypothesin potissimum illustrare aggressus est. Ego vero antequam haec iterum mihi discutienda fuissent, maluissem ad observa-

tiones omnia expensa diligentius, praesertim cum Astronomus summus Joh. Dominicus Cassinus novi generis Ovales ex eo attulerit, et nulla hypothesi contentus videatur Cl. Labirius in his studiis excellens. Reique satis dijudicandae proclivior spes erit, ubi et hi rationes suas protulerint, et virorum celeberrimorum coelique spectandi studio insignium, Joannis Flamstedii Angli et Godefridi Kirchii Societatis Regiae Brandeburgicae Astronomi, triginta circiter annorum observationes prodierint, quales item a Parisino Observatorio multas et accuratas expectamus; plurimumque etiam nobis a praeclaris excellentis Mathematici Olai Romeri laboribus non possumus non polliceri. Tum primum certius pronuntiare licebit, quantum Linea Motus planetarii declinet ab Ellipsi; utrum id tribuendum non Solis tantum aut corporis centrici alterius, sed et aliorum corporum attractioni, et annon concurrat notabiliter impressio fluidi quod tanquam deferens aut tanquam resistens concipi aliquo modo possit. Interim morem gerendum amicis putavi, ne aut publico aut ipsi doctissimo objectori defuisse videar, cujus objectiones habentur operis lib. 1 prop. 77. Sed parte priore hujus Schediasmatis proprias quasdam emendationes atque declarationes Tentaminis mei dabo, posteriore objectionibus satisfacere conabor.

1) Constat me tunc cum Tentamen ad Actorum Lipsiensium Collectores misi in itinere dissitisque locis fuisse, neque Newtonianorum Principiorum Librum adhuc inspexisse, sed tantum Recensionem ejus vidisse in Actis factam, ut ipse ibi innuo (§ 20 Tentaminis) et nunc iterum annoto, quia doctissimus Dn. objector mirari visus est (dicto libro 1 prop. 77 pag. 99), Tentamen illud tale post edita Newtoniana Principia prodiisse. Sed me ipsa illa in Actis visa recensio ad edendas etiam meas cogitationes incitarat, quas me alteris nondum visis auditisve nondumque editis (ut res est) habuisse, ipsa earum ex aliis plane fontibus facta deductio necessariusque sententiarum inter se nexus evincit.

2) Porro Legis paracentricarum attractionum sive Gravitatis solicitationum tunc rationem reddere distuleram, ut ipse innuo in fine Tentaminis supra dicti, quanquam et Hugenio per literas eam indicaverim et in Italia Cl. Fardellae, nunc apud Patavinos Professori doctissimo, coram tunc exposuerim, concipiendo scilicet radios (id est propagationes rectilineas) attractionis, quales lucis. Itaque

quali argumento jam demonstraverant Mathematici corpora illuminari in ratione distantiarum reciproca duplicata (quod et a Montanario sibi demonstratum Cl. Fardella meminerat), tali ostendi judicabam, consentaneum esse ut gravitatis impressio eadem lege decrescere intelligeretur. Sane in quadam mea cum Cl. Papino συνζητήσει de causa gravitatis (Act. Maj. 1690) hanc quoque Analogiam Gravitatis et radiationis indicabam, eamque explosionibus materiae compressae ex centrali corpore assidue factis illustrabam. Nam si ingens massa explosionibus (quales sunt accensi pulveris vel saltem sclopeti ventanei, cujus non dispar natura) continue fulminaret, utique in circumjacentibus crassioribus corporibus multas cavitates habentibus adeoque minorem quam materia emissa et circumfusa densitatem specificam habentibus gravitatio versus Massam emittentem produceretur, minore in his spongiosis aut pumicosis corporibus futuro nisu recedendi a centro explosionis, quam in fluido ambiente valde denso valdeque subtili, quod assidua explosio semper propellit. Neque enim in hac hypothesi necesse est, ut emissa particula ad ipsum usque grave pertingant. Caeterum legum Radiationis Demonstratio generalis nota dudum, sed hic paulo distinctius exposita haec est. Sit punctum Radians C (fig. 28) sintque superficies sphaericae ABD, EFG concentricae circa idem punctum C. Quia iidem radii sunt in utraque superficie, erunt irradiationes utriusque superficiei aequales, quae esto positio prima. Sed irradiatio portiunculae seu puncti physici in superficie est ad irradiationem totius superficiei, ut portiuncula ad superficiem, quae sit positio secunda; quia nimirum irradiatio superficiem aequabiliter diffusa est. Jam punctum physicum vocetur p; irradiatio ejus in superficie sphaerica minore positi r, in majore positi R; superficies minor m, major M; irradiatio superficiei minoris s, majoris u. Quia $s = u$ per posit. 1, erit $r:u = r:s$. Sed per posit. 2 est $r:s = p:m$. Ergo $r:u = p:m$. Sed rursus per posit. 2 est $u:R = M:p$. Ergo harum analogiarum rationes priorem priori, posterioremque posteriori componendo, erit $r:R = M:m$, hoc est irradiationes ejusdem puncti in diversis superficiebus sphaericis radianti concentricis locati sunt reciproce ut superficies sphaericae. Sed superficies sphaericae sunt ut quadrata distantiarum a centro. Ergo irradiationes ejusdem puncti physici, adeoque ejusdem objecti ex pluribus punctis physicis compositi, sunt reciproce ut quadrata distantiarum a puncto radiante. Qua demonstrandi ratione a causa gravitatis physica

animum abstrahimus, legis mathematicae cognitione nunc quidem contenti.

3) Porro pro certo assumseram, quae Lineam curvam describunt, necessario ab alicujus corporis contigui et moti impressione in orbita sua retineri: alioqui si sibi relinquerentur, in recta curvam tangente esse perrectura. Cum autem planetae non aliud corpus quam fluidum contiguum habeant, concludebam (praeter impetum proprium jam conceptum) ad fluidi ambientis impressionem esse recurrendum.

4) Speciatim autem cum viderem planetas sive primarios sive secundarios idem corpus centrale circumeuntes in eodem fere plano consistere et ferri in easdem partes non inter se tantum, sed etiam cum ipso corpore centrali circa suum axem moto; ejus communis affectionis causam communem commode repeti posse putabam a motu fluidi communis omnibus circumfusi.

5) Et quoniam Keplerus invenerat areas orbita comprehensas, radiis ex centro motus abscissas esse temporibus proportionales, id vero obtineri reperiebam quotiescunque mobile movetur circulatione harmonica, id est quaecunque linea describatur et quicunque sit ad centrum accessus aut ab eo recessus, modo velocitas motus angularis circa centrum sit reciproca distantiis, id est modo hae velocitates sint in progressione harmonica cum distantiae sunt in arithmetica: ideo circulationem planetae harmonicam statuebam.

6) Sed quia praeterea opus erat causa velocitatis paracentricae, qua planeta nunc accedit ad corpus centrale, nunc ab eo recedit; eam referebam tum ad gravitatem qua attrahitur planeta ad corpus centrale, tum ad conatum centrifugum ex ipsa circulatione consequentem quo ab eo recedere conatur. Colluctatione enim horum conatuum continue per distantias gradu variantium fit, ut impressio nova praevalens (quae differentia est conatus centrifugi et gravitationis) nunc ad centrum nunc a centro tendat, impetumque jam ante conceptum descendendi ascendendive nunc augeat nunc minuat, prout in easdem cum eo est aut contrarias partes. Ita fit ut tandem impetus consumatur, rursusque periodice repetatur. Ex ipso autem impetu descendendi oritur, ut velut in pendulis, ascensus fiat in alteram partem, quem rursus deinde descensus excipit, quae ipsa suo loco a me jam sunt distinctius ex-

plicata, nec ineleganter exhibent motus planetarii varietates affectionesque.

7) Sed sunt tamen aliqua tum in typis Tentaminis nostri emendanda, tum alias paulo melius explicanda*).

8) In rei ipsius explicatione difficultas lectori Tentaminis nostri occurrere poterit, dum ibi leget contingere impressionem novam ascendendi, cum duplus conatus centrifugus praevalet solicitationi gravitatis, et contra cum hic praevalet illi, contingere impressionem novam descendendi, et cum aequales sunt, neutrum fieri, impetumque pridiem incommutatum manere: nam pro duplo conatu centrifugo, simpliciter dicendum fuisse conatum centrifugum res ipsa docet. Sciendum est ergo, qui a nobis tunc dictus est conatus centrifugus certo sensu exemploque aliorum, talisque omnino intelligi potest ipso primo momento circulationis, repraesentaturque per sinum versum arcus circulationis, revera in ipso circulationis progressu esse non nisi conatum centrifugum dimidium. Neque id quicquam in recepta hactenus doctrina conatus centrifugi mutat, nam verum manet, grave ab altitudine descendens quae sit dimidia radii Circulationis, eoque descensu acquirens celeritatem circulationis, habere gravitatem conatui centrifugo aequalem. Hujus autem considerationis occasionem mihi dedit Cl. Varignonius, alterius licet scopi meditatione, a quo non dubito multas egregias accessiones habituram Analysin nostram. Caeterum res sic demonstratur.

De Vi Centrifuga Circulantis.

Sumamus (fig. 29) pro circulo Polygonum regulare infinitangulum, cujus duo latera sibi proxima sint EA, AG. Sit C centrum circuli, jungantur AC, EG angulum inter se facientes rectum, ut in puncto B, bisecante ipsam EG. Compleatur rectangulum ABGD et producantur EA, GD, dum sibi occurrant in F. Erit FG dupla ipsius AB vel GD. Compleatur et parallelogrammum AFGH.

Ponamus jam mobile elemento temporis aliquo percurrere latus EA celeritate uniformi, motuque eodem continuato tendere in F, ita ut si nihil impediret, aequali cum priore temporis elemento percursurum sit rectam AF; sed simul accepto in A conatu ut

---

*) Es folgt hier ein Verzeichniss von Druckfehlern, die in der obigen Abhandlung bereits verbessert sind.

AH, moveri versus C itidem uniformiter eodem temporis elemento; tunc utique motu composito ex AF et AH perveniet in G per parallelogrammi diagonalem. Et ita AG tractando ut EA continuabitur motus in polygono (id est in circulo) eodem plane modo, nam quia AG est aequalis ipsi EA, patet velocitatem circulationis non mutari, omniaque redire ut ante. Est autem incomparabiliter major AF quam AH, ut constat.

Porro licet motus attractivus vel gravitatis vel alius revera non sit uniformis, nullus tamen error orietur, si ex continue crescente faciamus scalarem per infinitesimales, nempe si tempore diviso in elementa aequalia primo cujusvis temporis elementaris momento indivisibili novum conatum eumque semper aequalem mobili imprimi fingamus, eo durante hoc elemento temporis velocitatem eandem durare.

Comparemus jam conatum centrifugum cum conatu gravitatis, a quo velocitas circulationis orta intelligi possit. Per lineam curvam KL in plano verticali KAF descriptam, concavitatem habentem ad partes A et FA productam tangentem in L, descendat grave ex tanta altitudine verticali KN, ut continuato motu, elemento temporis prioribus aequali percurrat AF; tunc utique altitudo KN ea erit, quae dat velocitatem circulationis EA vel AF vel AG.

Ponamus autem grave descendens ex K primo temporis elemento prioribus aequali descendisse ex altitudine KL. Erit ergo solicitatio gravitatis ut KP. Tempus descensus repraesentemus (fig. 30) per rectam QR, et elementum temporis omnium (in descensu) elementorum temporis inter se aequalium primum repraesentemus per rectam QS et solicitationem gravitatis seu velocitatem elementarem a gravitate impressam per rectam ST, normalem ad QS et aequalem ipsi KP: compleatur rectangulum QSTV. Cum ergo QS repraesentet tempus, et ST velocitatem, durante hoc elementari tempore uniformem, ideo altitudo per eam percursa tempore QS repraesentabitur per rectangulum QSTV. Eodem modo sumendo QSW duplam et QSX triplam ipsius QS, itemque sumendo STY duplam ipsius ST, et complendo rectangulum WSYZ; et rursus sumendo WZΦ triplam ipsius ST, et complendo rectangulum XWΦΨ; manifestum est ipsum quasi-triangulum scalare VQWZYTV repraesentare altitudinem percursam tempore QW, et quasi-triangulum scalare VQXΨΦZYTV repraesentare altitudinem percursam tempore QX. Et ita porro fiet, si plura puncta ultra

S, W, X assumantur, et eodem modo tractentur. Sed prius ex duobus quasi-triangulis scalaribus a triangulo suo vero respondente QWZ differt summa duorum triangulorum minorum hypotenusae QZ impositorum QVT et TYZ; et posterius quasi-triangulum a triangulo suo QXΨ differt summa trium triangulorum minorum QVT, TYZ, ZΦΨ hypotenusae QΨ impositorum. Producatur QT, donec rectae per R, normali ad QR, occurrat in ω: patet spatium percursum tempore QT repraesentari per quasi-triangulum scalare simili modo continuatum usque ad Rω. Sed hoc spatium scalare ab ipso triangulo QRω non differt nisi summa triangulorum elementarium aequalium ipsi QVT hypotenusae QR impositorum, numero tot, quot in tempore QR sunt elementa aequalia ipsi QS. Haec autem triangula omnia simul spatium conflant ob parvitatem incomparabile ipsi triangulo QRω. Itaque altitudo percursa tempore QR repraesentatur per triangulum QRω; adeoque KN altitudo percursa tempore QR, motu scalariter accelerato, est ad KP altitudinem percursam temporis elemento QS, motu uniformi, ut QRω est ad QSTV, id est dimid. quadrat. Rω ad quadrat. ST, id est ut dimidium quadratum velocitatis descensu quaesitae quae est Rω, ad quadratum velocitatis initialis gravis descendentis quae est ST. Sed longitudines eodem temporis elemento QS uniformi motu percursae EA vel AF et KP sunt ut velocitates Rω et ST quibus percurruntur. Ergo KN altitudo a gravi percursa tempore descensus, est ad KP altitudinem a gravi percursam primo tempore elementari, ut dimidium quadratum ab AF ad quadratum a KP, seu erit KP = AF qu: 2KN.

Redeamus jam ad circulum: ibi BG est media proportionalis inter AB et BC + CA, id est hoc loco (in casu arcus AG elementaris) BG est med. prop. inter AB et bis AC. Ergo erit AB = BGqu : 2AC, et AH = BGqu : AC. Porro BG et AF differunt incomparabiliter, ergo ex priore ipsius KP valore fit KP = BGqu : 2KN. Adeoque erit AH ad KP ut 2KN ad AC, vel ut KN ad $\frac{1}{2}$ AC. Id est AH solicitatio paracentrica circulantis sive conatus quo mobile a centro recedere tendit, est ad KP gravitatem, ut altitudo ex qua grave labendo accipere potuit velocitatem est ad dimidium radium circulationis. Et proinde si aequalis sit gravitas et conatus recedendi a centro circuli, altitudo ex qua grave labendo velocitatem circulationis acquirere potuit, aequabitur dimidio radio circulationis.

Hinc etiam apparet discrimen notatu dignum inter conatum a centro recedendi qui est primo momento, quo mobile circulationem incipit, et eum qui est in progressu. Continuetur DA versus J, ponaturque mobile veniens linea et directione JA, in radium CA normaliter impingere in puncto A, ibique a radio capi seu ei adhaerescere continuatoque impetu suo motum convertere in circulationem circa C; patet conatum procedendi mobilis si non impediatur esse in recta AD, et adeo recessum a centro esse GD, dimidium ipsius GF. Sed statim ubi idem mobile a polygoni infinitanguli circularis latere AG quod per JA veniens primum percurrit, transibit ad aliud sequens latus, jam conatus recedendi fiet ipsius GD duplus: ita ut revera hic discrimen faciendum sit inter mobile, quod in arcum circuli AG cadit per angulum contactus, et inter mobile quod in arcum AG incidit per alium arcum EA circuli ejusdem, quod notabile est. Sed cum recedendi conatus ab angulo contactus ortus non nisi momentaneus sit, alter vero durante circulatione locum habeat, hujus solius in usu et applicatione ratio haberi debet idemque est licet inter circulandum radius circulationis mutetur, potest enim motus compositus intelligi ex circulatione continuata in circulo priore, et progressu rectilineo mobilis in radio.

10) Porro generatim concipiendo (fig. 31) duo Latera polygon curvam constituentis ${}_1M_2M$ et ${}_2M_3M$, et unum ex illis ${}_1M_2M$ continuando in L ita, ut recta ${}_2ML$ celeritatem repraesentet, quo mobile post percursam ${}_1M_2M$ in eadem recta pergere tendit; atque ex alterius lateris ${}_2M_3M$ altero extremo ${}_3M$ ducendo ${}_3ML$, poterit haec recta repraesentare id quod liceat vocare Conatum Declinationis, nam complendo parallelogrammum ${}_2ML_3MG$, concipi potest mobile M in puncto ${}_2M$ duas habere tendentias, unam ut ${}_2ML$ secundum impetum quem habet postquam percurrit latus ${}_1M_2M$, alteram ut ${}_2MG$, quem nanciscitur ab impressione dirigente versus punctum aliquod ut ⊙ aut in partem aversam a puncto aliquo ut R, sive constantia sint haec puncta sive varient. Ita mobile motu composito feretur per alterum polygoni latus ${}_2M_3M$. Et sive dicamus mobile conatum in se jam habere a curva declinandi, ut M_3L qui vincitur a causa in curva retinente, sive dicamus mobile conatum accipere quo declinet ab impetu suae directionis et in curva retineatur; utroque sensu non male dicetur conatus declinationis. Ponimus autem elementa temporis quibus

percurruntur ${}_1M_2M$ et ${}_2M_3M$ esse aequalia. Hinc nisi resistentia Medii vel alia causa impetum semel conceptum infringat, aequabitur ${}_2ML$ ipsi ${}_1M_2M$. Si conatus ${}_2MG$ unice oriatur ex aliqua attractione aut repulsione, erit solicitatio qualis Gravitatis aut levitatis aut Magnetica, licet punctum attrahens vel repellens locum mutet Ex ${}_3M$ ad ${}_1M_2M$ (productam si opus) ducatur normalis ${}_3MK$, repraesentabit ea conatum qui a me vocatur Excussorius, is enim demum exprimit, quantum mobile a curva recedere conetur. Si jam contingat K coincidere cum L, coincident etiam Conatus Excussorius et Declinationis. Quod si curva ${}_1M_2M_3M$ sit circulus, coincident conatus centrifugus et conatus excussorius circulationis. Nam si centrum C circuli transeuntis per ${}_1M_2M_3M$ jungatur ipsi ${}_2M$ radio ducto C_2M, et ex ${}_3M$ ad ${}_1M_2M$ productam ducatur ${}_3MH$ parallela huic radio, ea non differet comparabiliter a ${}_3MK$, eritque aequalis duplo sagittae arcus ${}_1M_2M_3M$, seu duplo sinus versi quem habet angulus ${}_2MC_3M$. Quodsi linea non sit circulus, tamen conatus excussorius a linea illa curva per ipsam ${}_3MK$ vel ${}_3MH$ exprimetur; posito punctum C esse centrum circuli osculantis et C_2M esse radium curvedinis, conatusque excussorius coincidet centrifugo, cum ponitur curva describi simplici circulatione fili evoluti. Itaque cum motu assignabili rectilineo quocunque conatus incomparabiliter parvus declinationis (cujus species est excussorius) et cum motu assignabili circulatorio (sed non nisi ex centro osculi vel curvedinis) conatus centrifugus (sed non nisi cum excussorio coincidens) componi potest, ut curva describatur.

11) Sed potest tamen alia quoque concipi circulatio curvam describens, aliusque conatus centrifugus, quem non ipsa simpliciter curvedo determinet, sed assumtio certa punctorum; ita vero curva non ut hactenus describetur circulatione cum conatu tantum aliquo paracentrico elementari seu infinite parvo conjuncta, cujus centrum idem fuit quod circuli curvam osculantis, sed motu composito ex circulatoria circa centrum centrave sumta utcunque, et alio aliquo rectilineo assignabili qui quidem potest ipsemet paracentricus intelligi et ad centrum tendere vel a centro, sive id coincidat cum centro circulationis sive secus, et sive mutetur continue alterutrum aut utrumque centrum sive permaneat. Quod si jam coincidat centrum circulationis et motus rectilinei paracentrici permaneatque constans, res ita se habebit, uti eam de Cau-

sis motuum coelestium rem concepi, tanquam linea ${}_1M_2M_3M$ esset Ellipsis, cujus vertex A, focus alter $\odot$, circa quem mobile M nempe planeta moveretur. Velut si fingeremus regulam $\odot n$ fixam in $\odot$, sed ita ut circa $\odot$ sit mobilis. Ea existente in situ $\odot_1 n$, sit mobile M in loco ${}_1M$, quod ponatur moveri motu paracentrico in regula, accedendo ad centrum $\odot$ (aut ab eo recendo), et ita pervenire ab ${}_1M$ ad ${}_1T$, dum interea regula ab $\odot_1 n$ transit in $\odot_2 n$, et punctum ${}_1M$ transit in P, et punctum ${}_1T$ in ${}_2M$; et ita mobile composito motu per ${}_1M_2M$ pervenire a puncto curvae ${}_1M$ ad punctum curvae ${}_2M$. Eodemque modo translata ulterius regula in $\odot_3 n$, mobile motu composito ex paracentrico ${}_2M_2T$ et circulatorio ${}_2T_3M$, transibit ex ${}_2M$ in ${}_3M$, nempe in Recta $\odot_3 n$ sumendo $\odot_2T$ aequalem ipsi $\odot_3M$. Porro in eadem recta sumantur puncta ${}_2D$, V et N, tali modo ut anguli ${}_3M_2D\odot$, $V_1M\odot$ et ${}_1MN\odot$ sint recti. Jam si circulatio sit Harmonica, sunt circulationes reciproce ut radii, seu ${}_1T_2M$ ad ${}_2T_3M$ (vel ${}_1D_2M$ ad ${}_2D_3M$) ut $\odot_2M$ ad $\odot_1M$. Ergo $\odot_1M$ in ${}_1D_2M$ aequale dat ei quod dat $\odot_2M$ in ${}_2D_3M$, seu triangulum $\odot_1M_2M$ aequale est triangulo $\odot_2M_3M$. Ergo horum aequalium triangulorum altitudines N_1M et ${}_3M_2D$ ad basin communem $\odot_2M$ sunt aequales. Itaque triangula rectangula ${}_1MN_2M$ et ${}_3M_2DG$, cum sint similia (ob parallelas ${}_3MG$ et ${}_1M_2M$) et habeant latera homologa aequalia N_1M et ${}_2D_3M$, habebunt et reliqua latera aequalia ${}_3MG$ ipsi ${}_1M_2M$, et G_2D ipsi N_2M. Cumque ${}_3MG$ sit aequalis ipsi L_2M, patet hanc ipsi ${}_1M_2M$ esse aequalem, adeoque linea quae describitur circulatione harmonica quam dixi, etiam describitur motu composito ex Trajectorio ${}_2ML$, impetum priorem ${}_1M_2M$ continuante, et motu attractionis ${}_2MG$. Porro cum velocitates paracentricae repraesententur ipsis differentiis radiorum seu distantiarum a centro, id est ipsis ${}_1M_1T$ (differentia inter $\odot_1M$ et $\odot_2M$) et ${}_2M_2T$ (differentia inter $\odot_2M$ et $\odot_3M$), manifestum est Elementum (hoc est incrementum aut decrementum continuum) velocitatis paracentricae repraesentari differentia rectarum ${}_1M_1T$ et ${}_2M_2T$. Jam ${}_1M_1T$ seu P_2M est $PN + N_2M$ seu (ut ostensum) $PN + G_2D$ et rursus ${}_2M_2T$ est ${}_2MG + G_2D - {}_2D_2T$. Ergo differentia rectarum ${}_1M_1T$ et ${}_2M_2T$ seu ${}_1M_1T - {}_2M_2T$ fiet aequalis ipsi ${}_2T_2D$ bis $- G_2M$. Sed ${}_2T_2D$ est sinusversus anguli circulationis, seu anguli ${}_2T\odot{}_3M$, ergo ${}_2T_2D$ bis sumta repraesentat conatum centrifugum circulationis, per proxime demonstrata. Sed G_2M est solicitatio paracentrica gravitatis, ergo Elementum Velocitatis para-

centricae, qua crescit aut decrescit velocitas accedendi ad centrum aut recedendi a centro, est differentia gravitationis et conatus centrifugi, ita ut si gravitas seu vis centripeta praevaleat, augeatur celeritas accedendi ad centrum, vel minuatur celeritas recedendi a centro; sin praevaleat conatus centrifugus, contrarium fiat. Maxima autem vel minima velocitas accedendi recedendive erit, ubi aequabuntur duo conatus. Quodsi pro Gravitate Levitas adsit, non differentiae sed summae conatuum erunt adhibendae. Quamcunque igitur causam Motus planetae esse ponamus, saltem intelligi poterit compositus ex circulatione harmonica $_1T_3M$ et ex velocitate paracentrica $_2M_2T$, per Elementorum duorum, nempe conatus centripeti $_2MG$ et centrifugi bis $_2D_2T$, differentiam continue generata: perinde ac si regula rigida ⊙n ita quidem moveretur circa centrum ⊙, ut motus ipsius mobilis M harmonicus sit (seu ut distantiis a centro ⊙ progredientibus Arithmetice, velocitates progrediantur harmonice), mobile autem in regula conatibus centrifugo circulationis et centripeto gravitatis inter se conjunctis sursum deorsumve moveatur. Ubi jam fluidum circulariter deferens hoc loco in ipsius Regulae officium succedat. Sed idem motus simul potest intelligi compositus ex motu trajectionis rectilineo $_2ML$ (secundum impetum priorem $_1M_2M$) et eodem conatu centripeto $_2MG$. Ideo quanquam initio planetae impetus ex concepto jam motu cum fluidi deferentis impressionibus non consensisset, tandem tamen factum est, ut fluido ac planeta sese accommodantibus, planeta liberrime jam moveatur in fluido tanquam medium resistens nullum esset; et fluidum vicissim ita moveatur cum planeta, tanquam planeta nullo proprio impetu sed tranquilla a fluido gestatione deferretur. Quod unius Circulationis Fluidorum Harmonicae mirabile privilegium ex hac ipsa utriusque motuum compositionis coincidentia jam tandem habetur demonstratum.

12) Ostendimus autem in Tentamine nostro curvam esse conicam si solicitationes gravitatis sint quales esse oportere a priori constabat, nempe in ratione duplicata reciproca distantiarum a centro gravitationis. Conatus autem Centrifugi in circulatione Harmonica, ut ibidem patuit, sunt in ratione distantiarum a centro circulationis reciproca triplicata. Ostensum et porro est, curvam conicam abire in Circulum cum conatus centrifugus et gravitatio vel attractio, initio attractionis, aequantur. Sin initio sint inaequales, modo dimidius conatus centrifugus (quem olim conatus cen-

trifugi integri nomine designaram, quia talis est in nascente Circulatione) sit minor attractione, fiet Ellipsis: et praevalente attractione super conatum centrifugum, initium erit Aphelium; sin contra, Perihelium. Si conatus centrifugus dimidius attractioni sit aequalis, describetur Parabola; si major sit, Hyperbola orietur, cujus focus intra ipsam sit sol. Quod si planeta pro gravi levis et a sole non attrahi, sed repelli poneretur, ferretur in Hyperbola cujus in foco extra ipsam sol esset. Vicissim si lineam Ellipticam et Circulationem Harmonicam esse aliunde constet, exinde ipso calculo habetur gravitationes esse in ratione distantiarum reciproca duplicata. Porro quoniam quod olim duplum Conatum Centrifugum appellavi, nunc potius simpliciter Conatum Centrifugum appellare malo, et certe jam tum revera pro eo assumsi, officiumque ejus subire jussi cum attractioni opponerem; dicendum est ad §. 11 Tentaminis, conatibus quidem centrifugis proportionales esse sinus versos angulorum Circulationis, sed revera ipsos hos conatus per rectas horum sinuum duplas repraesentari. Et ad §. 12 sub ejus finem, pro $_2D_2T$ conatus centrifugus dicendum: dimidius conatus centrifugus. Et ad §. 15 (initio et fine paragraphi) dicendum est, elementum impetus paracentrici esse differentiam vel summam solicitationis paracentricae et conatus centrifugi, et ibidem $_2D_2T$ vel NP esse dimidiatum conatum centrifugum. Et §. 19 $aa\vartheta\vartheta : r^2$ non dicetur esse duplus conatus Centrifugus, sed ipse simplus. Et ad §. 21 dicendum, solicitationem gravitatis in planetam esse ad conatum planetae Centrifugum, ut distantiam praesentem a sole ad semilatus rectum Ellipseos planetariae, seu ut r rad. ad a : 2. Et ad §. 25 dicendum, in planeta Ellipsin describente conatum centrifugum recedendi a sole dimidatum esse semper minorem attractione solis, quia attractio ad conatum centrifugum dimidiatum est ut distantia a sole ad quartam partem lateris recti. Et ad §. 27 ubi de duplo conatu centrifugo sermo est, substituendus simpliciter conatus centrifugus. Denique ad §. 30 (ubi genus curvae Conicae definitur) secundum ea quae jam monuimus, pro dupla Vi Centrifuga poni debet simpliciter vis centrifuga seu conatus centrifugus; et pro conatu centrifugo simplici, ponendus est dimidiatus. Haec autem nos jam olim intendisse res ipsa ostendit, utique enim Conatus Centrifugus ipse qualis in Mobili revera adest (non duplum ejus) gravitationi ejus opponi debet ejusque effectum consumere potest, etsi duplus is sit ejus Conatus centrifugi qui initio nasci-

tur, cum mobile ex motu rectilineo per angulum contactus in motum circulationis transit, qui semel natus sed non nisi momento manere potest.

XVIII.

ILLUSTRATIO TENTAMINIS DE MOTUUM COELESTIUM CAUSIS.

Pars II.

13) Sed a propriis emendationibus atque declarationibus pergo ad ea quae vir doctus supra memoratus dicta prop. 78 objecit. Primum est quod orbem fluidum planetas incitantem oppugnari judicat ex motibus Cometarum. Nam cum hoc modo Cometae itidem, ut ipse arbitratur, circa solem debeant gyrari harmonice, areas temporibus aequales radiis abscindendo, pari quemque jure vorticem proprium habituros sit, qui vorticem planetarum sit turbaturus, cum Cometae ipsi Zodiaco nunc oblique, nunc ad angulos rectos occurrant, nonnunquam etiam contrario motu ferantur. Hic responderi potest, dubitari adhuc an talis sit Cometarum motus qui planetarum, accuratiorique rei determinatione opus esse. Sed eo licet supposito verisimile alicui fortasse videbitur, contingere in his vorticibus, quod in aquarum circulis quos diversi lapilli faciunt simul in aquam injecti, aut diversi simul soni suis undulationibus eundem äëris locum permeantes, ubi alter alterum non turbat. Praeterea sciendum est, rationem qua fluidum deferens in planetis collegimus, in Cometis cessare, quoniam non communi motu aut in easdem partes inter se et cum planetis feruntur: ipse autem per se cometa simplici trajectione fluidum nostrum planetarium non turbabit, nec vicissim turbationem inde sui motus sentiet, cum tenue sit fluidum, et ipse exiguam in eo moram trahat.

14) Altera objectio est, Circulationem materiae planetam eundem deferentis harmonicam non consentire cum Circulatione totius vorticis planetarii, nam in Circulatione harmonica velocitates esse reciproce ut distantias a sole, sed in toto vortice planetario quadrata temporum periodicorum fore ut cubos distantiarum: id enim deprehendi in ipsis planetis. Huic difficultati cum ipse jam olim

satisfacere disertis verbis pollicitus sim, dicam quid tunc in mente habuerim. Concipiebam in viae regiae, ut Keplerus vocat, seu Aequatoris solaris plano, crassitiem aliquam habente, materiam instar venti nostri intra tropicos diffusi (etsi hic in contrariam terrae motui partem tendat) circulari cum sole circa ipsius centrum, et fluidum planetarium solare constituere. Ponebam autem hunc vorticem ita ferri, ut quivis orbis concentricus in eo descriptibilis sit alteri viribus aequalis, aut si tales initio non fuerint, ad aequilibrium potentiae colluctando devenisse, cum alias alter alterum secum abripere nitens, motum ejus turbet. Aequilibrium autem hoc, cum non in eo constitutum sit ut alter alterum sistat, sed ut quisque in motu suo pergat, non esse solicitationum seu virium mortuarum, sed impetuum qui infinitis solicitationibus formantur, seu virium vivarum. Nam quae se sistunt, non nisi viribus mortuis hoc praestant, conatus infinite parvos mutuo impendentia, et ope Elastri in duris vires vivae quae ante conflictum erant conservantur, at in fluido continuo tandem ad aequalitatem rediguntur. Et (quod pulchrum est) eo ipso evenit, ut quaevis fluidi portiuncula perinde moveatur ac si ipsa esset planeta liberum trajectionis motum in spatio non resistente exercens, debita impetus attractionisque compositione circularem, add. §. 16. Vivae autem vires sive potentiae ejusdem corporis impetum habentis sunt ut quadrata velocitatum; cum vires mortuae sint ut ipsae velocitates sed elementares; utraeque revera ut effectus: quemadmodum alias in Schediasmatis meis dynamicis in haec Eruditorum Acta insertis ostendi.

15) Ut ergo orbis unus sit alteri concentrico potentia aequalis, ideo potentiis sese habentibus in ratione composita ex simplice materiae seu massarum et duplicata velocitatum (uti ostensum est), orbium materiae erunt reciproce ut quadrata velocitatum. Sed orbium materiae sunt ut circumferentiae, seu ut radii sive distantiae a sole; distantiae igitur a sole sunt reciproce ut quadrata velocitatum, quibus materia in orbibus fertur. Sed circumferentiae quae aequabili materiae motu percurruntur, sunt in ratione composita temporum periodicorum et velocitatum quibus percurruntur; adeoque et distantiae a sole (cum sint ut circumferentiae) sunt in eadem composita ratione: Velocitates igitur vicissim sunt in ratione composita ex distantiarum directa et temporum periodicorum reciproca; et Velocitatum quadrata sunt in

ratione composita duplicata, ex distantiarum quidem directa, temporum vero periodicorum reciproca, seu in ratione composita ex quadratorum a distantiis directa, et quadratorum ex temporibus periodicis reciproca. Sed paulo ante invenimus, eadem velocitatum quadrata esse reciproce ut distantias a sole. Ergo quae sunt reciproce ut distantiae a sole, sunt etiam in ratione composita ex quadratorum a distantiis directa, et quadratorum a temporibus reciproca, quod est quadrata temporum periodicorum esse ut cubos distantiarum a sole.

16) Haec etiam Hypothesis usum haberet, si gravitatis attractiones non duceremus ab explosione materiae ex sole sese expandentis, sed (ut paulo ante feci) cum Keplero, Cartesio et Hugenio peteremus a vi centrifuga materiae cujusdam circulantis circa solem, quae et ipsa foret diversa a supradicto fluido planetario, et longe subtilior tensiorque, nec tantum in plano aequatoris solaris et vicinis, sed et aliis circulis magnis, quales sunt meridiani, circa solem ferretur; veluti circa terram tale quid ab Hugenio concipitur in Libro de Lumine et Gravitate, et a me quoque jam olim in Hypothesi Physica suppositum fuit. His enim ita constituis, supponendo in eodem plano ejus quoque materiae, quicunque orbes concentrici assumi possunt, aequalium esse virium, lex etiam gravitatis hactenus constituta feliciter prodiret. Nam quaecunque sit circulationis lex, conatus centrifugi sunt in ratione composita ex duplicata velocitatum circulandi directa, et simplice radiorum (seu a centro distantiarum) reciproca, ut jam notavi supra dicti Tentamis §. 11. Sed ipsa duplicata velocitatum circulandi ratio hoc loco est eadem quae simplex distantiarum reciproca, ut ostendimus §. praecedenti: itaque conatus centrifugi materiae in tali orbe erunt in ratione distantiarum reciproca duplicata, adeoque et gravitationes exinde deductae tales forent; in quantum enim fluidum densius est centrifugum, in tantum massa minus densa in eo posita versus centrum solicitatur, seu vim centripetam accipit. Ita unica hypothesis orbium concentricorum potentia circulandi aequalium, quae per se rationi admodum consentanea judicari potest, simul legem gravitationis et legem temporum periodicorum daret. Et (quemadmodum jam §. 14 notatum est) perinde ageretur ac si quaevis portiuncula fluidi planetarii (cum ipsamet sit gravitate praedita) exiguus esset planeta, cujus Ellipsis trajectoria in circulum abiret,

dum supra infràque coërcetur. Ita rursus motus circulationis cum libera trajectione conciliatur.

17) Haec de totius Zonae planetariae fluidae motu. Sed ab hoc discedere aliquantum debuit motus privatus in unius cujusque planetae orbe, cui ea tribuenda est profunditas, quam postulat mutatio distantiae planetae a sole. Quod si jam circulationem harmonicam ipsi materiae in hoc orbe tribuamus, quam scilicet postulat temporum cum areis proportionalitas, videndum est quae ejus ratio reddi possit. Hic ergo succurrit nobis nova et pulcherrima Circulationis Harmonicae jam sub finem §. 12 ostensa proprietas qua efficitur, ut quae feruntur in medio resistente (id est ita crasso ut secum abripiendi ac deferendi mobile aut aliter delatum retardandi sit capax) sed tamen harmonice circulante, moveri possint liberrime, non minus quam si moverentur in medio resistendi non capace. Res enim eadem redit, sive ponamus corpus tranquille natare ac deferri in fluido harmonice circulante, neque proprio impetu inde discedere, motumve ejus turbare, sed de motu priore solum servare conatum centrifugum circulationis, una cum impressionibus gravitatis hactenus conceptis novaque solicitatione auctis, quoniam scilicet hi motus conatusve paracentrici ipsi circulationi fluidi non obstant; sive potius ponamus, corpus in medio non resistente solo impetu concepto et accedentis gravitatis solicitatione moveri, quasi medium fluidum esset nullum, aut omni resistentia careret. Nam eadem plane phaenomena prodeunt, sive medium a mobili, sive mobile a medio non turbari ponamus, sicuti calculus noster ostendit. Ita revera et planeta jam libere fertur in medio, et medium suum obtinet circulationem, per quam planeta ad hunc ipsum motum liberum tandem devenit. Hinc consequitur, quicunque motus circulationis in eo planetae orbe initio fuerit, et quicunque fuerit planetae ipsius motus compositus tum ex impetu concepto, tum ex novis impressionibus vel Solis alteriusve corporis attrahentis, vel ipsiusmet orbis fluidi impellentis aut retardantis, utique planetae motum a motu orbis sui, et hunc vicissim ab illo, perpetuo turbari debuisse, quamdiu Harmonica non fuit Circulatio fluidi nec talis circulationis Harmonicae fuit gradus, ut ipsius planetae motui libero consentiret: adeoque tandem perveniri debuisse ad Motum Fluidi Harmonicum, et planetae liberum, inter se conspirantes; quando quidem solius medii harmonice circulantis id privilegium

est, ut motui solidi in ipso consentiens esse possit. Nam lucta illa assidua et perturbatione, alterum alteri se paulatim magisque et magis, ut naturae consuetudo fert, accommodasse oportet, donec longi temporis tractu tandem plurimum imminuta propemodum evanesceret contrarietas, quod non nisi per circulationem Medii harmonicam obtineri posse demonstravimus. Nec vero fluidum planetarium etsi ex materia gravi consistere ponatur, ideo vel impetu pristino suo, vel solicitatione gravitatis nova a circulatione harmonica divertetur: nam si modo materia illa homogenea sit utique a superstante vel subjecta coërcita, nec conatu centrifugo evolabit nec solicitatione gravitatis descendet nec impetum conceptum in alium quam ejusdem circulationis continuandae motum convertet. Cum autem non usque adeo magna sit eccentricitas planetarum, profunditasque orbis, haec immutatio in planetae orbe nullam ultra in toto fluido planetario turbationem producet: imo verum manebit etiam hunc orbem profunditate aliqua praeditum, cum ipso suo planeta unum totum componentem, tali motu Circulationis ferri, centro gravitatis ejus, planetae instar habente, ut si alteri orbi comparetur, quadrata periodicorum temporum sint proportionalia cubis distantiarum mediarum, quod simul et ipsa postulat comparatio planetarum inter se ex libero eorum motu, ad quem tandem res ab ipso vortice deferente deducta est. Et licet interserta in partibus quibusdam fluidi planetarii circulatione Harmonica lex aequilibrii orbium turbari videatur, credi tamen potest hanc ipsam summatim salvam manere toto orbe unius planetae simul sumto et pro uno mobili stante, sed et computato ipso planeta, qui in eo orbe versatur, ita accommodantibus sese orbibus distributisque motibus ut virium aequilibrium in eadem profunditate conservetur, dum scilicet centrum gravitatis massae orbis sumtae cum suo planeta, centrum gravitatis alterius orbis concentrici ejusdem profunditatis, ea movetur velocitate, ut si massae ponerentur ita moveri quemadmodum sua centra gravitatis, eandem potentiam vivam circulationis exercerent.

18) Causa autem cur Fluidum Deferens non facile rejici posse judicarim, haec fuit, quod in alia Hypothesi ratio ita commode reddi non possit, cur planetae aut satellites nostri systematis ferantur in eodem fere plano, et in easdem cum corpore centrali circa axem rotato partes. Gravitas certe huc conferre nihil potest, sed nec cur impetus trajectorii proprii in eas quas dixi partes communes

in eodemque fere plano exerceantur, ratio ex ipsis apparet, cum aeque in quamcunque plagam fieri possit impetus. Itaque et Hugenius, harum utique rerum cognitione inprimis excellens plurimumque insignis vir, qui trajectoriam hypothesin adeo provexit, meditationibus prout merentur tribuens, tamen multo post in Cosmotheoro (novissimo opere suo) connexionem quandam statuendam putavit inter ejusdem systematis circulantia corpora, atque adeo quod nondum observationibus compertum est, ex satellitum Saturni motu judicavit, ipsum Planetam primarium rotari circa suum Axem et quidem in easdem cum satellitibus partes, quanquam doctissimus ille Vir, qui mihi objectiones opposuit, etiam hanc ipsius consecutionem impugnarit (pag. 477), parum considerans argumento ad Systema Saturnium favere tria alia exempla, scilicet Terrae cum Luna, Jovis cum suis comitibus, Solis cum suis planetis, id est tot exempla quot comperta sunt nobis alia Systemata centrica.

19) Inprimis autem memorabile est, quod ipsi Satellites Telluris et Jovis feruntur in orbitis quae non multum declinant a plano orbitae planetarum primariorum, seu a plano fluidi planetarii communis, adeo ut apud Tellurem, ubi magna est declinatio Aequatoris ab Ecliptica (seu plani motus circa axem a plano orbitae), Satelles (nempe Luna) ad Eclipticam fere se accommodet, non ad aequatorem, ut verisimile alicui videri possit, Lunam antequam a Tellure attraheretur communi caeterorum planetarum more, circa solem gyros per se exercuisse. In uno tamen Saturno Satellites, cum annulo quidem in eodem fere plano existentes, valde declinant ab orbita ipsius planetae; sed exceptionis ratio adest. Nam credibile est, hoc fieri debuisse quod valida ingentis annuli attractio Satellites tenuit in ipsius fere plano praevaluitque causae communi, quae siderum systematis Solaris omnium orbitas ad plana parum invicem inclinata redigere nititur, sed in tanta quanta Saturni distantia est aut potius contra tantam privatam vim debilior deprehenditur.

20) Nec minus consideratu dignum est in rem praesentem, quod Corpora illa Mundana ingentia omnia, quorum revolutio circa axem situsque axis nobis satis est notus, excepta una Tellure, aequatorem suum habent non multum ab orbitae plano discedentem. Nam Mars et Jupiter axem revolutionis habent fere normalem ad suas orbitas, Luna fere normalem ad Eclipticae planum, a quo ipsius orbita parum abit, ut adeo corpora haec omnia tanquam

terellas concipere liceat magneticas, quarum poli non multum declinant a polis viae regiae seu solis, una (ut dixi) Tellure excepta, privato scilicet valida magnetismo. Ex quibus omnibus intelligi potest, quantus sit consensus omnium corporum Mundanorum nostri Systematis, quae nobis explorata sunt, gravitationibus ad solem, tendentiis ad easdem partes, orbitis, revolutionibus, polis. Talis autem consensus rationem a fluidi communis actione peti consentaneum hactenus credidere, qui physica mechanice tractanda judicarunt.

21) Liceret tamen fortasse nonnulla alia in eam rem comminisci. Exempli gratia dici poterit, Solem emittere corpuscula quae impressionibus suis vices subeant virium incorporearum, quibus velut vectibus Keplerus apprehensos planetas in gyrum a sole agi putavit. Nam (ut projecta) duplicem impetum habebunt, unum a vi emittente, alterum a circulatione solis circa axem, qua et objectum corpus impellere tentabunt in easdem partes. Vel fingere licebit planetas nostros e sole fuisse projectos in eodem fere plano et in easdem fere partes ob communem aliquam causam, tunc cum ille adhuc in motu esset; ita in ipsum non recidisse, sed abiisse in planetas ipsi tunc Soli secundarios; cometam vero esse corpus vel ex sole vel ex alio magno corpore dissiliente in alias plagas multum ab aequatore solis diversas olim emissum; quod magis confirmaretur, si plerique Cometae in proprio quodam velut Zodiaco versarentur, quemadmodum magnus utique Astronomus Joh. Dominicus Cassinus suspicatur. Sed non ideo tamen fluidi communis nexum non unum planetas afficentem facile deserere velim, cum vortices (sed emendati) consuetudini naturae conveniant, quae nihil torpidum inordinatumque aut inconnexum relinquit, omniaque inter se conspirare jubet.

22) Neque etiam abhorrere debemus a pluribus causis complicatis et in idem contribuentibus, quae se mutuo conservant animantque. Solida enim diversa ope fluidorum connectentium, et solida fluidaque ambientia inter se paulatim conspirantia efficiuntur. Quod non tantum ostenso paulo ante consensu medii harmonice circulantis cum planeta libere moto, sed et magnetismo globorum confirmare licet. Nam ipsa quidem natura motus efficere potest ut corpus projectum rectas, quae in eo duci possunt, vestigiis suis parallelas servet. Si tamen rotetur Projectum circa axem, uni rectarum in Projecto ducendarum Axi hoc tribui potest,

ut durante projectione sibi maneat parallelus. Quodsi Axis sit extra planum orbitae seu viae a projecto descriptae, non nisi unum corporis punctum, quo scilicet orbitae plano ipse axis occurrit, in plano orbitae semper manere potest. Id ergo punctum debet esse centrum gravitatis; hujus enim ea natura est, ut semper in plano orbitae esse affectet, quod etiam attractio seu gravitatio postulat. Hinc cum constat centrum magnitudinis manere in orbita, centrum magnitudinis in tali globo coincidere oportet centro gravitatis. Sed fortasse facile in quovis planeta, nisi causa aliqua advocetur quae adhuc liquidum sic formet, qualis guttas olei in aqua rotundat, in fluido haud dubie insensibili consistens, et in Tellure mutaretur locus Centri Gravitatis, si nucleum mobilem habet, quemadmodum ex magneticae variationis observationibus peringeniose conjecit vir clarissimus Edmundus Hallejus. Ut accidentia taceam, quae parallelismum Axis turbare possunt, si non constante aliqua causa se conservare et restituere potest, sed tantum praesenti impetui debetur. Itaque rebus consentaneum est, ut ad ejus conservationem accedat, quod per se alioqui natura moliri solet, ut materia admodum tenuis systema pervadens, viis sibi per corporis interiora ut par est factis, quemadmodum in Magneticis, globum sibi accommodet ac se globo, usque adeo ut si quo casu globus ab ea directione polorum dimoveretur, hujus ipsius materiae velut magneticae directione ad terrellae instar restitueretur. Itaque nonnulli ex illis ipsis qui a Copernicano systemate alieni sunt, valde se tamen commotos sunt fassi, cum viderent parallelismum axis Telluris, quem assumserat Copernicus, quanquam physicam ejus rationem reddere non posset, tam pulchrè prodire si Magnetismus Telluri tribuatur cum Gilberto. Sed et molimine aliquo opus fuit ad globum ita aequilibrandum, ne una facies prae altera magis attraheretur a sole aut primario planeta, atque adeo ut maneret globo conversio circa axem a circuitu circa Corpus centrale independens. Alias oportuisset planetas facere respectu Solis quod hodieque facit luna respectu terrae, cujus conversio circa axem a periodo orbitae circa terram dependet axisque ipse constans huic conversioni sic satis respondet, cum tamen in omni primario planeta rotatio circa proprium centrum aliquot centenis aut millenis vicibus promptior sit orbitae decursu. Itaque causa fuit, tum quae paulatim Globos tam accurate aequilibravit, tum quae axe conversionis constante et fere ad viam regiam normali donaret, haud

dubie non alibi quaerenda quam in fluido quodam generali, magneticae directionis aemulo. Vortices igitur subtilitate ac directione diversos, variosque fluidorum per systemata motus inde a Leucippo jam optime philosophantibus frequentatos prorsus eliminandos non putem, neque aliter naturam sibi constare arbitror, modo illi emendate concipiantur. Nam Cartesianos quidem Vortices fatendum est, nisi ut ab Hugenio aliisque, fortasse et a nobis, nonnihil correcti sunt, sustineri non posse.

23) Nolim etiam Dogmata a melioribus philosophis recte meo judicio proscripta postliminio reduci, Vacuum scilicet et actionem corporum in distans immediatam per species quasdam incorporeasque virtutes. Nam quod prius attinet, non putem phaenomenis distingui posse, Vacuumne sit intra corpus, an materia quae motum ejus parum impediat, quod facit quae facillime interlabitur et cujus ratione corpus ita perforatum est, ut propemodum ex filis illis reticularibus laxissimis tenuissimisque, quanquam rigidis, constare videatur, quibus Vulcanus apud Poëtas injuriam ultus est. Ita contextum corpus illi tantum obstat materiae, cujus partes reticularibus illis interstitiis sunt majores aut ipsis filis objiciuntur. Nam quae interlabitur materia, corporis massae non computatur. Cum ergo Vacuum nulla necessitate defendatur, plenitudini standum est, quam ipse satis rerum ordo perfectioque tuetur. Verum per omnia non est quod vulgo jactari solet, res non esse multiplicandas praeter necessitatem, quo argumento poterat praeter Creatorem nihil esse: sed illud verum est, res non esse multiplicandas praeter rationem. Ut autem quam plurima et quam ordinatissime existant, summa ratio est.

24) Actionem porro Gravitatis in distans si non materiae intercedenti tribuimus, sed nescio cui virtuti incorporeae communicationem immediatam facienti, non est ratio qua ostendi possit minorem esse magis distantium attractionem. Neque enim ratio est (vid. fig. 28 partis prioris hujus schediasmatis), ut attractionem partium in superficie EFG positarum ad centrum C explicemus radiis transeuntibus per superficiem ABD; si actio incorporea sit, in distans immediate operetur; neque ullum intelligi potest principium incorpoream actionem ad certam quantitatem determinandi. Cuncta denique ita ἄῤῥητα fient, ut neque a capacissima et in rerum interiora admissa mente aut reddi eorum ratio aut modus explicari aut a Deo ipso cuiquam revelari exponique posset. Na-

turalis ergo haec Attractio esse non potest, sed Dei unius immediata operatione res omnis constabit. Si vero ad DEUM confugiamus unice, causasque finales efficientium intermediarum exortas (Deus enim revera solus sine corporum interventu operari potest) miraculo utemur, dum scilicet agnoscere cogemur, nihil ad rei explicationem peti posse a causis efficientibus secundis. Miraculum enim, non ut quidam nostri temporis Philosophi Cartesiani putant, in eo consistit, ut sit contra Voluntates Generales Dei legesve ab eo naturae rerum latas (quo pacto non in fixa sed in arbitraria notione consisteret, extrinsecaque denominatione constaret), sed ejus formalis ratio est, ut per causas efficientes secundas explicari nequeat. Nam etsi (ut exemplo utar) Deus lege generali decerneret corpora vi propria in curva sémel coepta mansura, nec per tangentem inde recessura, atque adeo planetam in liquidissimo aethere (non multo magis quam vacuum ad motum ejus conferente), nulla licet causa assignabili coërcente aut a concepto rectilineo impetu directioneque secundum tangentem detorquente, tamen circularem lineam vel Ellipticam descripturum; hoc (inquam) etsi semel in universum decerneret Deus, non ideo profecto ex miraculoso naturale redderet. Cum enim nihil reperiatur in his quae de natura corporis intelligi possunt, quo tale aliquid effici queat, vel advocanda esset Intelligentia Motrix ex earum genere quas Aristotelici Formas Assistentes vocabant suisque orbibus coelestibus solidis assignabant, quas ipsas tamen hoc modo locum non habere nec corporum leges mutare posse satis apparet ex nostro systemate Harmoniae praestabilitae; vel potius ad Deum ex machina confugiendum esset, continua peculiari operatione decretum illud suum immediate sine aliis causis instrumentisque aut rationibus denique explicabilibus sustinentem: in quo vera miraculi notio consistit. Idem foret (ut exemplo magis populari utar), si quis fingeret, Deum decreto aliquo suo seu voluntate generali praestare, ut Horologia semet a decursu restituant seu retendant, seu ut habeantur motus perpetui mechanici, saltem supposita materiae durabilitate; profecto enim nisi miraculo perpetuo obtineri talia Automata non possent: nam si genium aliquem impulsorem ponamus et magis etiam si causam corpoream vires suppeditantem, physicus foret motus perpetuus, non mechanicus. Itaque nuper miratus sum Cl. Lockium Philosophum insignem, cum Eduardo Stillingflectio, celeberrimo Wigorniensium Episcopo, responderet,

quo facilius tueretur possibilem esse materiam, naturaliter sensus intelligentiaeque capacem, adhibuisse hanc Hypothesin Virtutis corpori insitae, corpora distantia per immediatam operationem attrahendi, tanquam rem ab excellentissimo Mathematico novissime demonstratam (cujus tamen ipsius fortasse haec mens non est), quasi eo exemplo constaret Deum naturas corporibus dare posse inexplicabiles, id est (meo judicio) operari parum sapienter nullaque satis operum suorum connexione, dum perpetuis miraculis res naturales expediret. Itaque fundamentum meum generale stare arbitror, quod retulit, non refutavit Cl. Objector, corpus non nisi a contiguo et moto naturaliter moveri posse, fluidumque adeo planetae circumfusum ad ejus motum conferre, vorticesque aliquos vel certe motus fluidorum late diffusos omnino necessarios esse, saltem ut vis elastica, tum attractio seu gravitas, ac denique affectiones corporum valde communes (et ad quas olim admodum juvenis in Hypothesi physica caeteras revocaveram) mechanica ratione obtineantur.

Beilage.

Excerptum ex Epistola Auctoris, quam pro sua Hypothesi physica motus planetarii ad amicum scripsit.

Vir doctus, qui ante aliquot annos in Opere suo Astronomico Hypothesin meam impugnavit, vim ejus atque utilitatem non satis animo complexus est. Habet enim ea commodum hoc insigne, ut corpora solida harmonice circulantia in fluido similiter circulante perinde moveantur, ac si non nisi suo impetu suaque gravitate in medio tanquam vacuo (id est, non resistente) circularentur, et contra ut fluidum circulans a solidi illius circulatione non turbetur, perinde ac si solidum non adesset vel non nisi pars fluidi esset, quod alia quaecunque circulatio efficere nequit. Itaque etsi circulationibus non conspirantibus moverentur fluidum et solidum, tandem tamen longo temporis tractu ad circulationem harmonicam conspirantem reducerentur, quo minus sibi obstent aut a se invicem turbentur. Unde etiam intelligitur, objectiones hujus Autoris contra vortices seu orbes fluidos deferentes hanc circulationis speciem non ferire.

Caeterum illud facile colligitur, legem circulationis harmonicae ab ipso fluido exercendae non nisi in eodem orbe servari, ad

orbis consonantiam cum suo planeta obtinendam; idque eo facilius est, quod unius orbis, intra quem scilicet versatur planeta, si cum toto vertice planetario conferatur, exigua est crassitudo. Sed in toto vortice, diversos planetas conferendo inter se, ubi motus medius planetae tanquam in circulo pro toto ejus per orbem motu elliptico assumi potest, dicendum est obtinere legem Keplerianam temporum periodicorum: quae etiam ex consonantia ipsa motus liberi et vorticosi nasci debet, cum et liberi impetus hoc ferat cum gravitate compositio, et ipsum aequilibrium motus vorticosi, ut alias fusius explicabitur.

Observandum tamen est, etsi nihil in ipsa re, tamen aliquid in ennunciatione nostra in melius mutari debere, quo veritatum concentus appareat absolutius. Nempe dicendum est, impressionem novam paracentricam planetae harmonice circulantis simulque ad Solem vel aliud centrum gravitantis constare ex conflictu gravitationis et conatus centrifugi, simpli scilicet, non dupli, qui mihi ex incommoda Termini acceptione emerserat, cujus emendationem utilem puto, ut verba rebus quam optime consentiant. Certe gravitatio novam solicitationem accedendi ad centrum, at conatus centrifugus circulantis novam solicitationem recedendi a centro constituit, variantibus ambabus pro distantia a centro: et ipse conatus totalis inde resultans in horum conatuum differentia consistit, sequiturque directionem praevalentis. Porro c o n a t u s c e n t r i f u g u s c i r c u l a n t i s dupliciter accipi potest: vel pro eo, quem mobile exercet, si motus proxime praecedens concipiatur in tangente circuli, vel pro eo, quem mobile exercet, si motus proxime praecedens concipiatur in ipso arcu circulari. Hoc loco enim, ubi ad infinities infinite parva descenditur, angulus contactus negligi non debet. Prior conatus centrifugus locum revera habet initio circulationis, adeoque initialis quidem est, sed non durans; posterior vero persistit locumque habet in progressu circulationis. Illum ergo, qui initialis est, dicemus t a n g e n t i a l e m, hunc qui perdurat, a r c u a l e m: et posito aequali utrobique circulationis impetu, arcualis est duplus ipsius tangentialis, cum hic repraesentetur per sinum versum, ille per ejus duplum. Simpliciter autem nomine conatus centrifugi Arcualem accipere praestat, cum de circulatione planetae (quippe dudum coepta) agitur; ita enim elegantior et rotundior enuntiatio erit.

Sed ut res intelligatur, sit radius AC (fig. 29) mobilis circa

centrum C, et elementaris arcus circuli, hoc centro descriptus, sit EAG, bisectus in A, ut chorda EG radium secet ad angulos rectos, et ab eo bisecetur in B. Compleatur rectangulum ABGD, et in BC sumta BH aequali ipsi AB, compleatur Parallelogrammum AHGF. Jam ponamus mobile J moveri uniformiter velocitate repraesentata per spatium elementare JA, aequale ipsi AD, certoque temporis Elemento veniens ab J ad A, impingere in A angulo JAC recto, et ibi ipso attactu adhaerescere radio in puncto A, impetuque suo gyrationem radii efficiendo circa C mox describere, aequali cum priore temporis Elemento, arcum elementarem AG. Poteritque motus AG compositus intelligi ex impetu priore JA seu AD, et solicitatione centripeta AB (neque enim hic refert AG de arcu an chorda intelligatur) adeoque mobile, cum pro AD describit AG, retineri in circulo vi, quae sit ut AB vel DG, id est, conatum centrifugum (vi retinenti aequalem) esse ut DG, sinum versum arcus AG, atque hic est conatus centrifugus initialis vel Tangentialis. Sed si mobile in A positum jam dudum in circulatione versetur, veniatque non in tangente JA, sed in arcu EA, veluti si veniat ex E in A cum radio CA describente arcum EA, motu nempe uniformi et eodem temporis Elemento, quo prius diximus percurri JA: hic positis impetus, quem mobile habet in AS, est ut EA, quae (recta an circularis nihil refert) longitudine non differt comparabiliter ab JA seu AD. Idem est ergo magnitudine impetus circulandi, qui ante; sed directionem aliam habet, nempe chordae EA, quae producta cadit in F. Quare continuata aequali cum priore temporis elemento circulatio per AG composita intelligi potest ex impetu priore ut EA vel AF (quae est aequalis et in directum ipsi EA) et ex solicitatione centripeta AH vel FG, dupla ipsius DG, sinus versi arcus AG. Duplus ergo sinus versus circulationis conatum centrifugum arcualem repraesentabit, qui est duplus ipsius tangentialis seu initialis, ut ostendendum erat. Et licet verum sit, etiam conatus centrifugos arcuales esse ut sinus versos arcuum, quia dupli sunt simplis proportionales, revera tamen comparatione tangentialium per sinus versos repraesentatorum, horum duplis exprimentur.

Equidem olim (in dicto Schediasmate Februarii 1689) conatus centrifugi nomine accepi non eum, quem revera impressionem planetae a centro recedendi novam vel elementarem a circulatione ortam constituere intelligebam, et gravitationi versus centrum nova

impressione agenti opponebam, sed initialem illum vel tangentialem, qui prima fronte occurrit; sed inde nata est incommoda enunciatio, qua nobis ipsi offecimus, obscurato veritatum concentu. Dum enim ipsam PN, in figura Schediasmatis dicti, nomine conatus centrifugi appellavimus, jam dicere oportuit (quemadmodum et fecimus) conflictum esse inter gravitatis solicitationem et dupli conatus centrifugi impressionem. Sed si, ut par est, conatus centrifugi nomine intelligamus illam ipsam novam impressionem a circulatione ortam, quae gravitationis impressioni novae obnititur, tunc designatur utique conatus centrifugus ille, qui locum habet durante circulatione, seu arcualis. Quo sensu convenientissime et simpliciter dicitur, impressionem paracentricam novam (qua celeritas ad centrum accedendi vel ab eo recedendi mutatur) vel quod idem est, Elementum velocitatis paracentricae esse differentiam inter gravitatis solicitationem ML seu $2a\vartheta\vartheta : rr$ (vid. dict. Schediasma §. 15 et 19) et inter conatum centrifugum $aa\vartheta\vartheta : r^3$ nempe arcualem, qui (per §. 12 et 15) exprimitur duplo ipsius PN sinus versi. Itaque arcualis erat simpliciter conatus centrifugi nomine hoc loco designandus. Occasionem autem unius appellationis pro alia sumtae natam tunc ex eo suspicor, quod vim excussoriam (cujus species est centrifuga) metitus sum perpendiculari ex puncto ad tangentem proxime praecedentem; recte sane, sed per tangentem illam intelligi debet ea linea, in qua fuit directio proxime praecedens. Nempe in figura praesente ex puncto G perpendicularis ducenda est ad ipsius EA (circulationis praecedentis directionem repraesentantis) continuationem seu ad AF, non ad AD, nisi circulatio incipiat in A, quo casu AD est continuatio directionis praecedentis JA. Porro perpendicularis ex G in AF non differt comparabiliter ab ipsa FG. Ego vero etsi non in rei ipsius aestimatione, tamen in appellatione respexi generaliter ad AD tangentem in A eique perpendicularem GD: unde non quidem error, sed tamen inconcinnitas prodiit, quam nunc sublatam esse juvabit. Animadversionis autem occasionem mihi praebuere elegantes celeberrimi Varignonii de conatu centrifugo meditationes, etsi alio ipsius scopo, cum alias a multo tempore de his parum cogitassem.

Hinc in dicto Schediasmate, Paragraphis 11, 12, 15, 21, 27, 30 pro duplo conatu centrifugo ponatur simpliciter conatus centrifugus, et pro conatu centrifugo simpliciter ponatur dimidius.

Causam cur Attractiones Gravitatis sint in ratione distantiarum

(a Centro Gravia attrahente) reciproca duplicata, jam eo tempore quo Schediasma toties citatum vix edideram, cum Amicis nonnullis communicavi. Et memini celeberrimum Virum Michaelem Angelum Fardellam, Professorem nunc Patavinum, egregiis scriptis de Philosophia et Mathesi bene meritum, cui eam rem Venetiis tunc explicabam, reponere: eodem modo a Geminiano Montanario, eximio quondam Mathematico, sibi ostensum, illuminationes objectorum esse in ratione distantiarum a radiante reciproca duplicata. Quod verum est, aliisque etiam notatum; et par hic ratio est, cum non referat ad radiationis quantitatem seu effectum, radiosne concipias attractivos (rem abstracte et mathematice considerando) an illuminantes. Ita Ellipticus Planetae motus a priori, lege gravitationis ex suis causis ostensa, comprobatur. Ego vero in Schediasmate illo ex phaenomenis seu a posteriori, id est ex motu Elliptico observationibus comprobato legem gravitationis derivaram, quae cum tam bene rationibus radiationum Mathematicis consentiret, eo magis Hypothesi universae fidendum judicabam.

DYNAMICA

DE POTENTIA ET LEGIBUS NATURAE CORPOREAE.

PARS I.

Scientiae quam novam appellare ausim tentamenta quaedam, SERENISSIME DUX, in regia vestra relinquo, insignium quos habes in his aliisque literis virorum judicio si videbitur publicanda. Caeterum nemini majore jure si quid in his est boni, quam ei Principi debebatur, qui haereditario jure a divis majoribus non populorum magis quam scientiarum curam possessionemque accepit, et summo judicio ac splendore tantum decus tuetur. Tuae familiae Europa translatam ad Italos Graeciam et cunabula debet renascentium literarum. Sed tanto beneficio contenti non fuistis. Majus aliquid a vobis orbi datum est, veritates scilicet inauditae seculis, per quas in rerum arcana admissi sumus. Vobis enim faventibus nata, vestra cura suscepta atque educata sunt immortalia Galilaei monumenta, quae inscripta coelo Medicea nomina perpetuo posteritatis consensu loquentur. Vobis natura divites sinus aperuit, et nova sidera atque inexpectatam Mundi faciem ostendit. In vestra ditione nova Motuum doctrina effulsit, unde pendulorum auxilia ad tempora metienda et spatia locorum dijudicanda tanto fructu prodiere. Hoc vere dignum Principe est beneficentia ampliare limites suos, et meritis late patentibus genus humanum complecti. Ad me vero nunc privatim agnoscendi publici debiti gratitudo pertinet in limine operis, quod prosequitur coepta Galilaei. Ille fundamenta jecit, nos parietes quosdam erigimus; erunt qui caeterea absolvant et fastigia paulatim imponant. Ille quidem Motuum accelerationem a gravitate profectam in lucem protulit, nos initiis illis adjuti invenimus veram potentiae corporeae aestimandae rationem, unde jam generales quaedam rerum leges sane admirabiles nascuntur, et parum cognita hactenus corporis ac motus natura magis magisque patet, magno etiam ad pietatem fructu. Nunc sese paulatim aperit incredibile Conditoris

artificium in generali virium materiae dispensatione, ut quod optavit Socrates a bono, a pulchro a fine reddi rationes rerum naturalium paulatim assequi videamur. Id vero est totidem hymnos divinae magnitudini canere, et quod majus est ipsam audire creaturarum universitatem incredibili majestate suavitateque Autoris immensi sapientiam celebrantem. Sed haec latius ista loquetur meditantibus tractatio, mihi causas devotae ac debitae oblationis nunc dixisse satis esto.

Conspectus Operis *).

Puto, totum opus dividi posse in duas partes, continentes Dynamica simplicia seu a rebus abstracta, et Dynamica concreta circa ea quae in systemate rerum contingunt.

Pars I. quae dynamica simplicia tractat habebit

Sectionem I. De quantitate materiae et de aestimatione in universum; Sect. II. De Motu [et velocitate]; Sect. III. De Actione et Potentia; Sect. IV. De Velocitate difformi; Sect. V. Phorometrica difformium.

Pars II. habebit

Sectionem I. De Causa et Effectu activis; Sect. II. De Centro gravitatis et directione motus; Sect. III. De Concursu corporum. Cui fortasse adhuc addam Sect. IV. De applicatione virium seu de Machinis.

Partis I^{mae} sectio 4ta de motu difformi haec habebit Capita:

Cap. 1. De tractu seu spatio per motum absoluto.

Cap. 2. De velocitate in universum.

Cap. 3. De gradibus velocitatis in motu varie difformi.

Partis I^{mae} sect. 5ta Phorometrica difformium haec habebit capita:

Cap. 1. De quantitate motus seu impetu.

Cap. 2. De quantitate translationis seu effectu motus formali.

Cap. 3. Conspectus phorometricus.

Cap. 4. Specimen Calculi Analytici pro Phorometria dynamica.

Titulum capitis 2. Sectionis de Centro gravitatis et directione motus posueram: De motus directione et figura; sed satius erit ponere tantum de motus directione.

---

*) Dieser conspectus wurde wahrscheinlich von Leibniz in Italien zurückgelassen, um das Manuscript darnach zu ordnen.

Sectiones quoque Partis concretae hic inscribi possent:

Sect. I. De causa et effectu activis, seu de vi absoluta mortua et viva. Sect. II. De centro gravitatis et directione motus seu de vi directiva. Sect. III. De concursu corporum, seu de vi respectiva cum absolutae ac directivae considerationibus combinata. Sect. IV. De applicatione virium seu de Machinis.

Specimen praeliminare.

De Lege Naturae circa Corporum Potentiam.

Cum invenerim Potentiam corporum non, ut vulgo creditur, in quantitate motus seu facto ex magnitudine ponderis in velocitatem consistere, neque adeo in transferenda de corpore in corpus potentia eandem motus summam conservari, ut Cartesianis maxime persuasum est, sed hanc potius Naturae Legem esse, ut effectus integer causae suae plenae aequivaleat, ne violato rerum ordine per excessum effectus supra causam ad motum perpetuum (quem absurdum esse pro certo sumo, et ad hoc absurdum adversam sententiam redigi ostendo) perveniatur; ideo vim ratiocinationis meae evidentissimis demonstrationibus complecti operae pretium judicavi, ut paulatim vera novae de Potentia et Actione Scientiae, quam Dynamicen appellare possis, Elementa condantur, quorum initia quaedam peculiari tractatione sum complexus, unde nunc praesens specimen excerpere volui, ut excitentur ingenia ad inquisitionem veritatis, et pro imaginariis Naturae legibus genuinae recipiantur. Apparebit hinc quam intutum sit in Mathematicis ex verisimilibus argumentis aliquid affirmare, cum vires duorum aequalium ponderum inaequalibus velocitatibus praeditorum non sint ut velocitates, sed ut altitudines, ex quibus descendendo velocitates illas acquirere potuerunt. Constat autem velocitates non esse in ratione altitudinum, sed in ratione earum subduplicata. Unde jam aliud paradoxum sequitur, facilius esse gradum velocitatis corpori quiescenti imprimere, quam eidem jam in motum concitato eundem gradum dare adhuc semel, sic ut velocitas ejusdem directionis duplicetur. Cujus contrarium tamen ex male intellecta doctrina compositionis Motuum indubitatum videri poterat. Ne quis autem logomachiam subesse, aut de

varia acceptione potentiae litigari suspicetur, sciendum est id quaeri, (exempli causa) quantam corpus unius (si placet) librae antea quiescens velocitatem accipere debeat, si potentia vel actio tota corporis quatuor librarum velocitate unius gradus praediti in ipsum sit transferenda, ita ut corpus quadruplum ad quietem redigatur solo motu simpli remanente. Vulgaris opinio est, sed Cartesianorum scriptis maxime consentiens celebrata, accepturum esse velocitatem quatuor graduum; mea sententia est, non nisi gradus duos accipere posse. Illi sic statuunt, ut eadem servetur quantitas motus, quam cum potentia confundunt; ego, ut eadem servetur quantitas potentiae, id est aequalitas causae et effectus, ne hoc excedente motus perpetuus oriatur. Sed tempus est, ut ad demonstrationem veniamus.

Propositio.

Si omnis potentia corporis quatuor librarum velocitate unius gradus in horizonte moti transferri debere ponatur in corpus unius librae antea quiescens, ita nimirum ut viciasim quiescente deinde corpore quatuor librarum in solo corpore unius librae supersit motus; tunc fieri non potest, ut servetur eadem quae antea erat, quantitas motus, corporique unius librae velocitas quatuor graduum tribuatur, et omnino fieri non potest, ut velocitatem accipiat duobus gradibus majorem.

Lemma praedemonstratum tribus prioribus Demonstrationibus secuturis commune:

Altitudines perpendiculares gravium sunt ut quadrata celeritatum, quas ex illis altitudinibus descendendo acquirere possunt, vel quarum ope sese ad illas ipsas altitudines possunt attollere. Haec propositio est Galilaei, demonstrata ex Natura motus gravium uniformiter accelerati, recepta a Mathematicis et experimentis multiplicibus comprobata.

Demonstratio prima.

Axioma: Ejusdem est potentiae attollere quatuor libras ad unum pedem, et attollere unam libram ad quatuor pedes.

Hoc concesso ponamus, corpus A 4 librarum vi velocitatis suae quae est unius gradus ascendere posse ad altitudinem (perpendicularem scilicet) unius (si placet) pedis, si verbi gratia in pendulo vel plano inclinato sic moveatur, ut vim sursum dirigere possit. Ergo corpus A habet potentiam attollendi 4 libras (corpus scilicet proprium) ad altitudinem unius pedis, vel quod eodem redit (per Axioma praecedens) unam libram ad 4 pedes. Rursus si vi velocitatis unius gradus corpus A attollitur ad pedem unum, utique vi velocitatis 4 graduum B attollitur ad pedes 16 (per Lemma ex Galilaeo praemissum). Itaque corpus B habet vim attollendi libram (corpus scilicet proprium) ad pedes 16. Ergo quadruplo major est potentia ipsius B, quam ipsius A, quod libram non nisi ad 4 pedes attollere posse ostendimus, contra hypothesin, qua eandem quae in A erat potentiam in B transferri postulabatur.

Demonstratio secunda.

Axioma: Non datur motus perpetuus mechanicus.

Hoc concesso sit corpus A 4 librarum, in horizonte $_2A_3A$ (fig. 32) incedens velocitate unius gradus. Hujus omnis potentia transferri ponatur in corpus B unius librae quiescens in loco B, ita ut deinde moveatur solum B per $_1B_2B$, ipsum vero A quiescat in $_3A$. Dico fieri non posse, ut quantitas motus in B fiat aequalis quantitati motus, qui fuit in A, seu ut B accipiat velocitatem 4 graduum, vel etiam aliam majorem duobus. Accipiat enim quatuor gradus, si fieri potest, et ponatur (quod fieri potuit) corpus A velocitatem suam, ut 1, accepisse descendendo ex altitudine perpendiculari $_1AH$ unius pedis per planum inclinatum $_1A_2A$. Ponatur deinde B, accepta velocitate ut 4, ascendere quantum potest per acclivitatem $_2B_3B$; ascendet ad altitudinem $_3BM$ 16 pedum (per Lemma ex Galilaeo praemissum). Adsit jam statera quaedam $_3AL_3B$, pertingens a $_3A$, loco in quo quiescit A in horizonte, ad $_3B$ locum ad quem ascendit B, ita divisa hypomochlio seu centro L, ut sit brachium L_3B paulo majus quadruplo brachii L_3A, exempli causa quintuplum. Igitur B elevatum in $_3B$ vi sui impetus, ut incidere ibi possit in stateram, praeponderabit in statera ipsi A, in altero extremo $_3A$ posito, quia cum A sit quadruplum ipsius B, distantia tamen ipsius B a centro L major est, quam quadrupla distantia ipsius A. Itaque B descendens usque ad $_4B$ in horizon-

tem HM, attollet A ex $_3A$ in $_4A$. Jam ex $_4A$, L et $_3B$ demittantur in horizontem perpendiculares $_4AP$, LN et $_3BN$. Itaque quia $_3BL$ est quintupla (si placet) ipsius $_3AL$, erit $_3AL$ sexta pars ipsius $_3A_3B$; ergo et LN sexta pars ipsius $_3BM$. Rursus $_4A_4B$ est ad $_4BL$ ut 6 ad 5. Jam LN ad $_3BM$ ostensa est esse ut 1 ad 6. Ergo $_4AP$ est ad $_3BM$ ut 1 ad 5, seu $_4AP$ est quinta pars 16 pedum. Ergo cum initio habuerimus corpus 4 librarum A elevatum tantummodo ad pedem unum $_1AH$, nunc habemus idem elevatum ad tres pedes cum una quinta; tanta enim est altitudo $_4AP$. Atque ita corpus vi solius descensus sui et eorum quae per potentiam inde productam sunt effecta, sese ipsum prope quadruplo altius extulit, quam erat ante. Quod est absurdum (per Axioma proxime praecedens). Motus enim perpetuus sic habetur in promptu. Nam fieri potest, ut grave A ex $_4A$ rursus decurrat in $_1A$ et inter decurrendum per altitudinem plus quam duorum pedum operationes aliquas Mechanicas desideratas praestet (veluti pondera alia elevet, ligna secet et similia agat) et nihilominus deinde in $_1A$ rediens, ubi initio fuerat, in statu sit eundem lusum repetendi. Nam et B in locum priorem $_1B$ iterum redire potest, si ipsum in $_4B$ existens, non prorsus in horizontem HM descendisse, sed tantillo altius mansisse ponatur, ut decurrere potuerit ex $_4B$ in $_1B$. Unde omnibus in statum priorem restitutis habemus Machinam efficacem Motus perpetui Mechanici. Et simile absurdum mutatis tantum numeris ostendi poterit, quamdiu altitudo $_3BM$, ad quam ascendere potest B vi velocitatis acceptae, major erit quam 4 pedum, id est (per Lemma) quamdiu accepta ab ipso B velocitas plus quam dupla erit velocitatis, quam habuerat A. Quod erat demonstrandum.

Demonstratio tertia.

Axioma: Fieri non potest, ut centrum gravitatis corporum ex ipsa vi gravitatis ascendat.

Hoc concesso, patet in primo situ $_1A$, $_1B$, posito $_1B$ in horizonte et $_1A$ elevato altitudine unius pedis $_1AH$ supra horizontem; centrum gravitatis commune $_1C$ erit elevatum quatuor quintis unius pedis. Juncta enim recta $_1A_1B$ secabitur in $_1C$, ita ut sit $_1B_1C$ quadrupla ipsius $_1A_1C$; ergo $_1C_1B$ constat quatuor quintis ipsius $_1AH$ pedis. Sed in statu vel situ sequente $_3A_3B$ reperiemus $_3C$ commune centrum gravitatis assurrexisse ad $_3C_3G$ sedecim quin-

tas pedis. Divisa enim ${}_3A_3B$ in ${}_3C$, sic ut sit ${}_3C_3B$ quadrupla ipsius ${}_3B_3A$, erit ${}_3C$ centrum gravitatis ipsorum A et B, et cum ${}_3C_3A$ sit quinta pars ipsius ${}_3A_3B$, erit et ${}_3C_3G$ quinta pars ipsius ${}_3BM$ sedecim pedum. Ergo constat sedecim quintis pedis, et proinde ${}_3C$ centrum gravitatis commune elevatur ad altitudinem ${}_3C_3G$ quadruplam prioris ${}_1C_1G$, quae tantum quatuor quintis constabat. Quod est absurdum (per Axioma proxime praecedens); ita enim centrum gravitatis commune duorum corporum gravium vi ipsius gravitatis ascendet. Nec aliter evitari potest absurditas, nisi B accipiat velocitatem quae non sit minor duobus gradibus ne scilicet ultra (B) altitudinem 4 pedum ascendere possit.

Scholion. Modum, quo revera effici potest ut totius alicujus corporis dati A potentia data transferatur in aliud datum corpus B antea quiescens, explicui in specimine Elementorum dynamicorum. Hoc loco sufficit eam translationem tamquam possibilem concipi, ut ex hypothesi intelligatur, data velocitate ipsius A, quantam accipere debeat B, ut potentiam ipsius A aequet. Certe duae potentiae (ut corporis 4 habentis velocitatem 1, et corporis 1 habentis velocitatem 4) aequales esse non possunt, si una in locum alterius substituta motus perpetuus oritur.

Demonstratio quarta
ex abstractis a materia sensibili motuum rationibus.

Actio faciens duplum tempore simplo est dupla actionis facientis duplum tempore duplo; Actio faciens duplum tempore duplo est dupla actionis facientis simplum tempore simplo. Ergo Actio faciens duplum tempore simplo est quadrupla actionis facientis simplum tempore simplo seu eodem.

Sed operae pretium est, rem exponere paulo fusius. Sit L actio percurrendi spatium simplum tempore simplo, et M actio percurrendi spatium duplum tempore duplo, et denique N actio percurrendi spatium duplum tempore simplo. Haec autem semper intelligantur de Motu liberrimo, qualis est uniformis, horizontalis in medio non resistente; intelligatur praeterea mobile esse idem, vel saltem mobilia esse aequalia. Jam N est duplum ipsius M (duas leucas percurrere in hora duplum est percursionis leucarum in duabus horis), et M est duplum ipsius L (duas leucas percurrere

in duabus horis duplum est percursionis unius leucae in una hora, si enim duae leucae percurrantur in duabus horis, bis fit actio percurrendi unam leucam in una hora). Ergo N est quadruplum ipsius L (duas leucas percurrere in una hora quadruplum est percursionis unius leucae in una hora), seu duplam celeritatem per aequale tempus habere quadruplum est, et similiter triplam habere, noncuplum; et ita porro. Jam actiones uniformes tempore aequali durantes sunt inter se ut potentiae agendi; itaque absolute, si in mobili aequali celeritas sit dupla, erit potentia quadrupla, seu aequalibus positis corporibus potentiae sunt in duplicata ratione velocitatum. Unde manifestum est, potentias corporum inaequalium esse in ratione composita ex simplice corporum ac duplicata velocitatum. Itaque si tota potentia corporis A, 4, praediti velocitate ut 1 debeat dari corpori B, 1, hoc debet accipere velocitatem ut 2. Nam A, 4 in 1 (quadratum velocitatis 1) idem producit quod B, 1 in 4 (quadratum velocitatis 2), quod erat demonstrandum.

Scholion ad demonstrationem 4.

Quamquam haec demonstratio ultima ad gustum captumve omnium fortasse non sit, iis tamen qui liquidam veritatum perceptionem quaerunt, imprimis placere debet. Mihi certe ut postrema reperta est, ita dignitate prima videtur, cum a priori proficiscatur et ex sola spatii ac temporis contemplatione nascatur sine ulla assumptione gravitatis aliarumve hypothesium natura posteriorum. Inde jam non tantum consensus habetur veritatum insignis, sed et via aperitur nova demonstrandi propositiones Galilaei de motu gravium sine hypothesi qua ille uti debuit, quod scilicet in motu illorum uniformiter accelerato aequalibus temporibus aequalia velocitatis incrementa acquirantur. Id ipsum enim pariter ac Lemma supra positum ex demonstratione hac nostra quarta ab ipsis independente concludi potest. Quod imprimis memorabile maximique ad perficiendam motuum scientiam momenti visum est.

Sectio prima.

DE QUANTITATE MATERIAE ET DE AESTIMATIONE IN UNIVERSUM.

Caput I.

De rerum aestimatione in universum.

Definitio 1. Quantitas exprimitur numero (partium) congruentium et incommunicantium, quae constituunt rem quantitate praeditam. *)

Ita quantitas passus B (fig. 33) est quinque pedalitas et exprimitur quinario pedum, hoc est numero quinque partium incommunicantium seu nullam partem communem habentium, congruentium autem pedi A, adeoque et congruentium inter se.

Haec**) est ratio, ut obiter dicam, cur Logistica vel Algebra***), quae nihil aliud est quam scientia de numero generali sive incerto (ut de C, D, E loco 3, 4, 5), simul sit Scientia de quantitate in universum, et plus possit quam videtur posse. Hinc etiam comparare interdum possumus†), quae hactenus calculum non subiere. Sic actio puncti A motu uniformi intra duas horas percurrentis duas leucas, est dupla††) puncti B intra horam percurrentis unam leucam; nam quod prior actio continet bis, id posterior semel, cum A†††) intra horam percurrat leucam, et*†) rursus intra horam percurrat leucam; quae consideratio nobis profuit ad veram quantitatem potentiae motus**†) inveniendam.

---

*) Im Original hat Leibniz, nachdem die Abschrift schon genommen, beigeschrieben: Quantitas rei exprimitur numero partium incommunicantium eidem mensurae tanquam unitați congruentium.

**) Für die Worte: Haec est ratio, hat Leibniz später geschrieben: Cum quantitas rei idem sit quod Numerus indefinitus partium, qui varius est prout pars mensurans major minorve assumitur, hinc ut obiter dicam, ratio petenda est, cur Logistica etc.

***) Später hinzugefügt: latissime accepta.

†) Für die Worte von „Hinc — possumus" schreibt Leibniz später: Ex nostra etiam Quantitatis definitione aestimare discimus, quae hactenus etc.

††) „actionis" später hinzugesetzt. †††) et B.

*†) für „et" später geschrieben „sed B".

**†) für „motus" später geschrieben „motricis".

Definitio 2. Mensura est, cujus numerus quantitatem exprimens est unitas, seu quod congruit cuivis earum partium, quarum numerus facit quantitatem. Ut pes in exemplo praeced. congruit cuilibet ex quinque partibus inter se congruentibus et incommunicantibus ipsius passus, atque ea ratione pes est mensura passus, seu si pes sit 1, passus est 5.

Si tamen passus notior sit pede, vicissim utiliter passum adhibebimus ut mensuram pedis; nam numerus pedis quantitatem exprimens erit $\frac{1}{5}$ passus, seu unitas passus per 5 divisa, seu pes est ad passum ut $\frac{1}{5}$ ad unitatem, vel etiam est $\frac{1}{5}$ absolute, si ipse passus dicatur unitas. Neque enim tantum numeros intelligimus integros, sed et fractos, imo irrationales; ideo licet mensurandum propositum sit mensurae incommensurabile, ut vocant, non ideo minus recte quantitas ipsius exprimetur per numerum irrationalem, posito mensuram exprimi per unitatem. Et vero semper incommensurabilia reduci possunt ad commensurabilia ab iis minus differentia, quam est error datus.

Definitio 3. Homogenea sunt, quae per eandem mensuram cognoscuntur. Ita homogenea est linea lineae, superficies superficiei, solidum solido, tempus tempori, celeritas celeritati. Mensura autem communi cognoscuntur etiam curva et recta, aut plana et gibba, imo etiam incommensurabilia. Nec obstat, quod saepe resolutio quaedam in infinitum vel saltem indefinite producibilis consideranda est, antequam rei quantitas per Mensuram inveniatur.*).

Definitio 4. Aequalia sunt, quorum eadem est quantitas, seu quae per eandem mensuram eodem modo exprimuntur. Homogenea igitur sint, necesse est.

Definitio 5. Minus est, quod alterius (majoris) parti aequale est. Itaque in majore sumi potest pars aequalis minori; quo postulato saepe indigemus in demonstrationibus. Et pars est minor toto; nam pars est aequalis parti totius (nempe sibi), quod autem parti totius aequale est,

---

*) Von Leibniz später hinzugesetzt: Interim homogenea incommensurabilia, etsi per eandem Mensuram seu unitatem aestimantur, seu quoad quantitatem cognoscuntur, non tamen eadem mensura duo inter se incommensurabilia metitur, seu non possunt haec ejusdem mensurae repetitione exacte exhauriri.

id toto minus est (per definit. minoris). Itaque pars toto minor est, seu totum est majus parte. Et totum est aequale summae partium incommunicantium, cum numerus ejus colligatur ex numero partium. Oportet autem partes esse incommunicantes, alioquin idem bis in calculum veniret.

Definitio 6. Relatio Quantitatum est modus unam quantitatem inveniendi per aliam.

Definitio 7. Ratio seu Proportio est relationum simplicissima, seu potius habetur per Relationem quantitatis simplicissimam, nempe quae est inter duo homogenea sine assumtione homogenei tertii. Itaque sufficit, dato numero exprimente quantitatem unius, dari numerum exprimentem quantitatem alterius; ut si dicam A esse 2, posito B esse 3; seu A esse $\frac{2}{3}$ ipsius B; item si dicam esse latus quadrati quod sit duplum quadrati ipsius B. Et ita (in triangulo) ordinatae (seu Basi parallelae) a recta (ut hypotenusa) ad axem (ut cathetum) ductae habent relationem simplicem communem seu rationem constantem ad respondentes abscissas seu partes axis inde a puncto fixo sumtas. Sed in circulo relatio communis inter ordinatam et abscissam, verbi gratia inter sinum rectum et sinum complementi, non est ratio communis, vel quod idem est, sinus complementi non sunt sinubus rectis proportionales, cum assumendum sit aliquid tertium homogeneum utrique, nempe radius; nam relatio generalis inter sinum rectum et sinum complementi in eo consistit, quod eorum quadrata simul aequantur quadrato radii.

Ex hac definitione rationis sequitur (ut obiter moneam), aequationes hujusmodi (in quibus x et y sunt ordinatae et abscissae) $xx + ayy = bxy$, vel $cx^3 + yyx + exxy = fy^3$, et similes in infinitum, esse ad lineam rectam, quia salva lege homogeneorum, constantes a, b, c, e, f pro numeris haberi possunt, ita ut nulla tertia homogenea praeter x et y assumatur; unde inter ipsas datur ratio constans.

Cum ratio A ad B rationis C ad D multipla dicitur, tunc intelligitur numerum, qui exprimit quantitatem seu valorem ipsius A, posito B esse unitatem, esse multiplum numeri, qui exprimit valorem ipsius C, posito D esse unitatem. Sic ratio novenarii ad binarium tripla est rationis ternarii ad binarium.

Componitur ratio A ad B ex rationibus L ad N, et M ad P, si sumta quadam E sit A ad E ut L ad N, et E ad B

ut M ad P. Et numerus ipsius A est ad numerum ipsius B, ut factum multiplicando numeros L, M ad factum multiplicando numeros N, P.

Cum ratio A ad B multiplicata dicitur rationis C ad D, intelligitur numerus rationum aequalium rationi C ad D, interponibilium inter rationem A ad B, seu logarithmus, esse multiplus, vel quoties sumenda sit ratio C ad D, ut inde componatur ratio A ad B. Veluti si sit A ad E ut C ad D, et E ad F ut C ad D, et F ad B ut C ad D, dicetur ratio A ad B esse triplicata rationis C ad D, composita scilicet ex ipsa ter sumta et multiplicatione instituta reperietur esse A ad B ut cubus de C ad cubum de D.

Caput II.

De quantitate materiae seu volumine et densitate*).

Definitio 1. Volumen seu Extensio Materiae est magnitudo loci, quem occupat Materia, loci scilicet (proprii id est) congruentis seu minimi quem tunc habet.

Ut si (fig. 34) mobile A ex loco $_1A$ sit translatum in locum $_2A$ intra sphaeram B(B), et ipsius $_2A$ magnitudo sit pes cubicus, dicemus pedem cubicum esse volumen mobilis A in $_2A$ existentis. Etsi autem A existens in $_2A$ etiam existat in Sphaera B(B), locus tamen, qui volumen ejus determinat, proprius intelligitur seu minimus, qui ei ut nunc situm est assignari potest. Itaque licet sphaera quoque sit locus ipsius A, est tamen communis, non proprius, quia pars ut (B) a sphaera potest resecari salvo loco mobilis minoris inclusi. Unde (ut obiter dicam) locus non est superficies ambientis, alioqui puncta et lineae non forent in locis sibi propriis. Intelligitur autem locus proprius praesens seu quem mobile nunc habet, fieri enim potest fortasse ut alio tempore rarefactum aut condensatum majorem aut minorem occupet, sed tunc etiam aliud quam nunc volumen habere dicetur.

Definitio 2. Densitas (seu Intensio Materiae) est, cujus quantitates sunt proportionales quantitatibus

---

*) Consulatur Ghetaldi Archimedes promotus. Bemerkung von Leibniz.

materiae (ad rem facientis seu mobile constituentis) voluminibus aequalibus contentae (in gravibus dicitur Gravitas Specifica); opponitur ei Raritas (aut Levitas Specifica).

Ut si (fig. 35) Aër (similaris) duorum pedum cubicorum A et B comprimendo redigatur intra unum pedem C, erit in pede C duplum materiae ejus quae fuit in pede A, et ideo dicetur aër C duplo densior aëre A, duploque ponderosior, et aër A duplo rarior aëre C, duploque levior. Interim non assero in rigore philosophico eandem materiae quantitatem majus minusve volumen occupare posse, imo contrarium verius puto; nobis vero hic sufficit, ad sensum sic videri, etsi fortasse materia levior revera sit spongiosior, nec volumen suum exacte impleat, interfluente alia materia tenuiore, sed quae ad rem non facit, nec mobile de quo agitur constituit, nec in motu ejus computatur. Caeterum etsi mobile in diversis partibus diversae sit densitatis, nihilominus ipsi certa densitas seu specifica gravitas media attribuitur, ea ipsa scilicet, quam definitio indicat. Et sane non perfectam in rigore philosophico similaritatem necessariam esse ex metallis in unam massam fusis intelligi potest, etsi enim aurum in mixtura salvum maneat pariterque argentum, et proinde nihil aliud quam aequalis distributio per partes voluminis sensibiles postuletur, perinde tamen loquimur ac si nullum esset punctum, in quo non gravitas specifica nova ex auro argentoque mistis resultans existat. Interim notandum, corpus posse esse dissimilare, et tamen aequabilis ubique seu uniformis gravitatis, ut si pars sit argentea, pars ex stanno per plumbum ita temperato, ut ligatura argentum gravitate specifica aequet.

Definitio 3. Moles est quantitas materiae in mobili contentae (et in gravibus dicitur Pondus), itaque moles sunt ut mobilia.

Sunt qui molem pro volumine accipiunt, ego pro pondere malim, quod movere utique majoris molis esse Latini dicent. Itaque in auro caeteris paribus plus dicimus materiae ad rem facientis sive molis esse, quam in pumice, minus tamen in nummo aureo, quam in frusto pumicis cubitali; in libra autem plumbi tantum erit materiae, quantum in libra ex levissimis plumis congestis facta. Pondus autem nobis indicat quantitatem materiae ad rem facientis, seu quae a nobis percipi potest. Nec unquam pondera nisi proportione additorum aut detractorum ponderosorum augeri

minuive compertum est. Hic tamen abstrahendo animum a sensibus generaliter intelligo quantitatem materiae ad rem facientis seu ad mobile pertinentis; unde aliquando excluditur quod est in poris. Et si vas vel corpus porosum ponderetur in aqua, non computatur pondus aquae quod continetur in vase aut in poris.

Propositio 1.

Moles ejusdem densitatis, seu quarum quaeque densitatem ubique aequalem vel constantem habet, sunt ut volumina.

Hoc per se manifestum est, globum aureum esse ad cubum aureum, ut globus ad cubum.

Propositio 2.

Moles aequalis voluminis sunt inter se ut densitates.

Consectarium est definitionis 2 hic. Ita si per idem foramen ducendo metalla obtineantur duo fila ejusdem longitudinis, unum aureum, alterum argenteum, pondera eorum erunt ut gravitates specificae, id est pondus fili aurei erit paulo minus duplo ponderis fili argentei.

Propositio 3.

Moles mobilium, vel ipsa mobilia, sunt in ratione composita voluminum et densitatum, seu extensionum et intensionum materiae.

Sint (fig. 36) moles ACL et DEM, quarum volumina sint ut AC ad DE; at densitates ut F ad G. Si quidem aequalia essent volumina, forent moles ut densitates (per prop. 2) id est in ratione composita densitatum et voluminum, quia ratio aequalitatis nil mutat. Si volumina sint inaequalia, tunc id, quod est majus, vel aequabilis ubique sive constantis est densitatis, vel non; hoc est, vel eandem in suis partibus omnibus densitatem habet, vel diversam. Si aequabilis ubique est densitatis, sumatur ejus Pars ABN, volumine ut AB aequalis ipsi DE. Jam moles ACL est ad molem ABN, ut volumen AC ad volumen AB seu DE (per prop. 1), nam densitates sunt aequales. Et moles ABN est ad molem DEM, ut densitas F ad densitatem G (per prop. 2), quia volumina sunt aequalia. Ergo jungendo prima postremis moles densitate aequabilis ACL est ad molem quamcunque volumine minorem DEM

in ratione voluminum AC ad DE et densitatum F ad G. Quod in ACL moles volumine major non sit constantis seu aequabilis ubique densitatis, assumatur alia quaecunque moles PQR cujus volumen ut PQ sit majus quam AC, adeoque et quam DE, densitas autem sit quaecunque ut S ubique eadem. Cum igitur (per jam demonstrata) sit moles DEM ad molem volumine majorem ac densitate similarem seu uniformem PQR in ratione composita DE et G ad PQ et S; similiterque moles eadem PQR ad molem ACL in ratione composita PQ et S ad AC et F; ergo jungendo prima postremis erit moles DEM ad molem ACL in ratione composita DE et G ad AC et F, voluminum scilicet et densitatum.

Habet aliquid notatu dignum haec demonstratio generalis circa molem quamcunque mobilis etiam densitatem in diversis partibus variam habentis; quae tamen semper ostenditur esse in ratione composita voluminum et densitatum, licet densitas quaedam media inter variarum partium densitates pro ipsa mobilis densitate ex definitionis praescripto assumatur. Itaque si massa quaedam ex variis constet partibus diversae densitatis sive gravitatis specificae, qualis esse possit aggregatum mille nummorum pondere et ligatura metalli valde variantium, poterit nihilominus toti massae communis quaedam assignari gravitas specifica seu densitas singulis licet nummis non exanimatis, si scilicet ope aquae exploretur quantum tota massa spatii occupet, et ope librae quantum ponderet. Et eadem quoque futura esset gravitas specifica constans massae quae fieret ex omnibus in unum conflatis; quae clarius habebuntur exemplo problematum mox secuturorum.

Propositio 4.

Si plures sint moles, quarum densitates (constantes vel inconstantes) sint aequales, ipsae moles erunt ut volumina, et vicissim, si moles sint ut volumina, densitates erunt aequales.

Patet ex prop. praecedenti 3, quia ratio aequalitatis quae est densitatum in rationum compositione abjici vel adjici possit. In propositione 1 tantummodo habebatur veritas in casu constantium densitatum, et cum ejus ope demonstrata sit propositio 3, nunc vicissim ope propositionis 3 ipsa prop. 1 redditur generalior. Nimirum si duo sint fila per idem foramen ducendo obtenta, unum altero longius duplo, et ponamus volumina eorum (hoc loco

longitudines) esse ut pondera, erunt ipsa gravitatis specificae aequalis; idque verum foret, etiamsi unumquodque filum esset compositum ex diversorum metallorum filis (ejusdem semper foraminis seu crassitiei), reperietur enim, unoquoque filo composito in unam massam fuso, massas factas fore gravitatis specificae aequalis.

Propositio 5.

Si moles sint ut densitates, volumina sunt aequalia.

Sequitur itidem ex prop. 3. Nam aequalia esse necesse est volumina, ut ratio eorum in compositione adimi possit salva manente ratione composita seu ut ratio composita voluminum et densitatum eadem sit, quae densitatum.

Est conversa prop. 2. Ut si duo sint nummi ejusdem ligaturae (seu proportionis eorundem metallorum) et ponderis, erunt ejusdem voluminis et inde per idem foramen duci possent aequalis longitudinis fila. Idem esset de vasis, licet alterius metalli esset pes, quam caput, modo media gravitas specifica (quae scilicet fundendo oriretur) esset eadem et tunc longitudo fili integri licet filis diversarum partium diversorum metallorum compositi utrobique aequalis prodibit.

Propositio 6.

Si moles sint aequales, volumina et densitates sunt reciproce proportionales.

Patet etiam ex prop. 3, nam in omni ratione composita hoc locum habere constat ex Elementis. Itaque si sint duo nummi, unus aureus, alter argenteus, ejusdem ponderis, necesse est argenteum aureo magnitudine circiter esse duplum, quoniam auri gravitas specifica duplo circiter major est, quam argenti. Et ideo, si per idem foramen ambo ducantur, argenteus duplo fere longius filum dabit. Idemque verum est de duobus vasis aequalis ponderis, quorum quodque sit ex dissimilibus partibus compositum, ut fila dent in contraria ratione gravitatum specificarum mediarum, quae ex fusione orirentur.

Propositio 7. Problema.

Data proportione voluminum et densitatum in partibus componentibus, definire densitatem seu gravitatem specificam compositi.

Specificae gravitates seu densitates, ut auri, argenti, aeris (Solis, Lunae, Veneris) notentur per numeros s, l, v; et volumina seu extensiones partium cujusque metalli per numeros a, b, c; erit gravitas specifica compositi, ut numerus $as + bl + cv$ divisus per numerum $a + b + c$. Nam as, bl, cv notant partium moles (per prop. 3) quae componunt molem totius. Et $a + b + c$ notat volumen totius compositum ex voluminibus partium. Quoniam igitur numerus voluminis $a + b + c$ multiplicans numerum gravitatis specificae dat molis quantitatem $as + bl + cv$ (per prop. 3), ideo vicissim numerus molis seu ponderis divisus per numerum voluminis dabit numerum gravitatis specificae. In exemplo, si tria fila ejusdem crassitiei sumantur, aureum, argenteum et aereum, quorum longitudines sint pedum 3, 4, 5 (seu a, b, c) respective, ex his fusis fieri debet massa. Jam auri, argenti et aeris gravitates specificae sunt circiter ut 10, $5\frac{1}{2}$, $4\frac{4}{5}$, seu filorum unus pes 10, $5\frac{1}{2}$, $4\frac{4}{5}$ granorum (s, l, v) et pondera partium (as, bl, cv) erunt 30, 22, 24 granorum, quorum summa seu pondus totius 76 granorum divisum per volumen totius $3 + 4 + 5$ seu 12 pedes dabit $76 : 12$ seu $6\frac{1}{3}$ pro gravitate specifica massae ex filis, seu si ex filis dictis confletur massa, filum unius pedis ejus massae erit $6\frac{1}{3}$ granorum. Ita si plurium vasorum vinariorum detur capacitas, et vinorum bonitas seu pretium, eodem modo dabitur bonitas vini ex omnibus commixti.

Propositio 8. Problema.

Data proportione molium et densitatum in partibus, definire densitatem compositi.

Datis densitatibus et ponderibus partium dantur volumina (dividendo numeros ponderum per numeros densitatum, prop. 3). Datis jam voluminibus et densitatibus partium datur (per prop. 7) densitas totius. In priori exemplo ponamus sumi auri grana 30, argenti 22, aeris 24, et dividendo haec pondera seu has moles per densitates seu gravitates specificas respective 10, $5\frac{1}{2}$, $4\frac{4}{5}$, prodibunt volumina 3, 4, 5, quorum summa est ut 12; pondus vero totius granorum 76, quod divisum per 12 dabit gravitatem specificam $6\frac{1}{3}$. Canon generalis talis erit: Sint pondera partium f, g, h; gravitates specificae auri, argenti, aeris, s, l, v; erit gravitas specifica totius: $f + g + h$ divis. per $\overline{f : s} + \overline{g : l} + \overline{h : v}$. Significat autem mihi $\overline{f : s}$ idem quod f divis. per s, et ita in reliquis.

Si quis fractiones tollere velit, fiet: f + g + h multipl. per slv et divis. per flv + gsv + hsl, et proveniens erit numerus gravitatis specificae.

Propositio 9. Problema.

Data gravitate specifica partium et data gravitate specifica, quae desideratur in composito, invenire proportiones voluminum vel ponderum inter partes, seu regulam alligationis.

Hoc problema est determinatum in eo casu quo duae sunt tantum diversae gravitates specificae in componentibus; nam si plures sint, infinitis modis quaesito satisfieri potest. Itaque in casu duarum gravitatum specificarum datarum, detrahatur numerus repraesentans gravitatem specificam mediam seu desideratam in ligatura a numero majoris specificae gravitatis partium, et rursus a numero gravitatis specificae in ligatura desideratae seu mediae detrahatur numerus minoris gravitatis specificae partium, et residuum prius erit ad residuum posterius, ut volumen minori gravitati specificae assignandum ad volumen assignandum gravitati specificae majori. Ex voluminibus autem habitis et gravitatibus specificis habentur et pondera partium multiplicando gravitates specificas per volumina (per prop. 3).

Si plures sint duabus datae gravitates specificae partiales, in omnibus praeter unam assumantur proportiones ponderum vel voluminum pro arbitrio, et ex his omnibus praeter unam sumptis componetur novum compositum certae gravitatis specificae, et reductum est problema ad casum duarum datarum gravitatum specificarum jam solutum. Sed demonstrationem subjiciamus: Sint duae gravitates specificae, una auri s, altera argenti l; quaeritur, volumen auri a et argenti b quantam proportionem inter se habere debeant, ut compositum volumen a + b habeat gravitatem specificam datam d. Quoniam pondus auri est as, et pondus argenti bl (per prop. 3), erit pondus massae as + bl; sed idem pondus (per dictam prop. 3) est $\overline{a+b}$ in d, et fit as + bl aequ. ad + bd, seu as — ad aequ. bd — bl; ergo fiet b ad a, ut s — d ad d — l, seu b volumen minori gravitati specificae (argenti nempe) assignandum se habet ad a volumen assignandum majori (auri scilicet) ut s — d excessus majoris gravitatis specificae datae s super mediam praescriptam d, ad d — l excessum mediae d super

minorem datam l. Ex voluminum autem auri et argenti proportione jam reperta habentur et pondera, ducendo rationem voluminum inventam in rationem gravitatum suarum specificarum. Operae tamen pretium est notare, peculiarem dari canonem pro ponderum ratione invenienda sine mentione voluminum et gravitatum specificarum. Nam sint duae massae, una melior in qua sit pondus auri ad pondus totum ut e ad unitatem, seu certa portio marcae verbi gratia $\frac{13}{16}$ seu 13 lotones ad unam marcam; altera deterior, in qua sit pondus auri ad pondus totum ut h ad unitatem, seu certa portio marcae verbi gratia $\frac{9}{16}$ seu 9 lotones ad unam marcam, et componenda inde sit massa nova, in qua sit pondus auri ad pondus totum ut n ad unitatem, seu ut 12 lotones ad marcam; quaeritur, quae sit proportio ponderum sumendorum de massis datis, ut componatur massa nova? Pondus massae melioris sit m, pejoris seu minus auri habentis p; ad componendum pondus massae novae quod sumatur 1 seu una (si placet) marca, fiet 1 aequ. $m + p$ et $me + ph$ aequ. n (aurum enim in pondere m de massa meliore sumto contentum est ut me, seu in ratione composita ponderis sumti m et bonitatis ejus seu proportione auri e in unitate ejus contenti; similiterque aurum in pondere p est ut ph). Ergo fiet n in $m + p$ seu $mn + pn$ aequ. $me + ph$, seu $me - mn$ aequ. $pn - ph$, seu p ad m est ut $e - n$ ad $n - h$, proditque canon prorsus similis priori, etsi in aliis subjectis. Nempe p pondus massae deterioris est ad m pondus massae melioris, ut $e - n$ (seu $13 - 12$ seu 1) excessus ipsius e seu auri in massa meliore super n seu aurum in massa media componenda ad $n - h$ (seu $12 - 9$ seu 3) excessum ipsius n auri in massa media componenda super h aurum in massa deteriore. Et haec praxis monetariorum usibus magis accommodata est.

In numeris ponamus (cum Germanis) marcam esse 16 lotonum, et duas esse massas diversarum bonitatum seu gravitatum specificarum ex auro et argento mistis factas. In melioris marca esse 13 lotones auri et 3 lotones argenti; in marca deterioris esse 9 totones auri et 7 argenti. Quaeritur quomodo ex his componenda sit massa mediae bonitatis, habens in marca lotones auri 12 et argenti 4. Placet autem in exemplo hoc, simul volumina et gravitates specificas indagandas exponere. Auri gravitas specifica sit ut 2, argenti ut 1. Erit in massa meliore 13 lotonum auri volumen $\frac{13}{2}$ (id est 13 divis. per 2) et 3 lotonum argenti $\frac{3}{1}$

seu 3; et in massa meliore volumen marcae erit $\frac{13}{2}+3$ seu $\frac{19}{2}$ (per prop. 3). Ergo dividendo pondus marcae melioris per volumen seu 16 per $\frac{19}{2}$, fit $\frac{32}{19}$ gravitas specifica massae melioris (ob eandem prop. 3). Et similiter in massa deteriore volumen 9 lotonum auri est $\frac{9}{2}$ et volumen 7 lotonum argenti $\frac{7}{1}$ seu 7, et volumen marcae $\frac{9}{2}+7$, seu $\frac{23}{2}$, et gravitas specifica 16 divis. per $\frac{23}{2}$ seu $\frac{32}{23}$. Et in massa media desiderata volumen 12 lotonum auri est $\frac{12}{2}$ seu 6, et 4 lotonum argenti est $\frac{4}{1}$ seu 4, et volumen marcae est 6+4 seu 10; et gravitas specifica massae fit $\frac{16}{10}$ seu $\frac{32}{20}$. Quaeritur quantum voluminis aut ponderis a massis extremis capiendum ad faciendam mediam. Et primum, si volumina capienda desideremus, ob regulam praesentis problematis fiat volumen massae deterioris capiendum ad volumen capiendum melioris, ut $\frac{32}{19}-\frac{32}{20}$ excessus gravitatis specificae maximae super mediam ad $\frac{32}{20}-\frac{32}{23}$ excessum mediae super minimam, seu ut $\frac{1}{19}$ demto $\frac{1}{20}$ ad $\frac{1}{20}$ demto $\frac{1}{23}$, seu ut $\frac{1}{19}$ ad $\frac{3}{23}$, seu ut 23 ad 57. Cumque pondera capienda fiant multiplicatione voluminum per gravitates specificas, itaque mutiplicando volumen deterioris $\frac{1}{19}$ per suam gravitatem specificam $\frac{32}{23}$, fit pondus massae deterioris ut $\frac{1}{19}$ multipl. per $\frac{32}{23}$; similiter pondus massae melioris fit ut $\frac{3}{23}$ multipl. per $\frac{32}{19}$. Unde postremo sublatis 32, 23, 19, quae utrobique eodem modo reperiuntur, erunt pondera capienda ut 1 ad 3, sive pro uno pondere massae deterioris capiendum est triplum massae melioris, seu in marca massae mediae erunt 12 lotones massae melioris, et 4 massae deterioris. Quod examine comprobatur: nam 12 lotones massae melioris continent $\frac{3.13}{4}$ seu $\frac{39}{4}$ lotones auri et $\frac{3.3}{4}$ seu $\frac{9}{4}$ argenti. At 4 lotones massae deterioris continent $\frac{9}{4}$ auri et $\frac{7}{4}$ argenti. Ergo addendo in unum $\frac{39}{4}$ auri in massae meliore et $\frac{9}{4}$ in deteriore, fiunt $\frac{48}{4}$ seu 12 lotones auri in marca massae mediae seu compositae, et addendo $\frac{9}{4}$ argenti in massa meliore, et $\frac{7}{4}$ in deteriore, fiunt $\frac{16}{4}$ seu 4 lotones argenti in marca massae mediae compositae. Quod desiderabatur.

Sed idem in praesenti casu brevius consequi poteramus, nec opus erat gravitatem specificam aut volumina massarum investigare; quod tamen ideo praestitimus, ut ostenderemus praxin calculandi, quando his opus est, sequenti etiam problemati profuturam. Hic vero ex eo solo, quod constat, quotnam lotones auri sint in massis meliore et deteriore, et quot requirantur in media

componenda, nempe in meliore 13, deteriore 9, et media 12, haberi potest pondus secundum Canonem problematis (ut volumina ex gravitatibus specificis paulo ante investigavimus), nempe pondus capiendum de deteriore est ad pondus capiendum de meliore, ut excessus auri in meliore super aurum in media (id est 13 — 12 seu 1) ad excessum auri in media super aurum in deteriore (id est 12 — 9 seu 3), hoc est pondus capiendum de meliore est triplum capiendi de deteriore, ut ante.

Propositio 10. Problema.

Datis densitatibus duorum componentium massam datam invenire sine separatione, qua proportione componant, modo volumen ejus et pondus scire liceat. Quod est problema coronarium Archimedis.

Ponamus coronam auream Hieronis regis ab artifice admixto argento esse nonnihil adulteratam, et quaeri quantum sit argenti in ea, quantum auri, ita tamen ut coronam refundi necesse non sit. Datur coronae pondus quod sit 10 librarum seu 20 marcarum, datur et auri gravitas specifica argentique, illa hujus circiter dupla. Postremo datur nobis coronae volumen comparandum cum volumine auri argentive puri, paris ponderis. Quod sciri commode potest immersione in aquam; ponamus enim libram auri immersam in vas cylindricum, in pollices altitudinis destinctum, facere assurgere aquam ad pollicem 1, tunc argenti libra faciet assurgere ad pollices 2. Ponamus jam coronam immersam 10 librarum facere aquam assurgere ad pollices 11, et volumen unius librae talis massae qualis est corona erit $\frac{11}{10}$ seu ad $\frac{11}{10}$ pollicis aquam attollet, gravitasque specifica, quae in auro 1, in argento $\frac{1}{2}$, in corona erit $\frac{10}{11}$, dividendo scilicet pondus librae per volumina, in auro 1, in argento 2 et in corona $\frac{11}{10}$. Jam ergo quaerendum est, qua proportione aurum et argentum misceri debeat, ut gravitas specifica compositi fiat $\frac{10}{11}$ gravitatis specificae auri. Solutio habetur per problema praecedens seu prop. 9. Nempe volumen capiendum de deteriore (argento) est ad capiendum de meliore (auro) ut excessus gravitatis specificae maximae seu auri super mediam seu coronae (sive ut 1 dempto $\frac{10}{11}$, hoc est ut $\frac{1}{11}$) est ad excessum mediae seu coronae super minimam seu argenti (sive ad $\frac{10}{11}$ demto $\frac{1}{2}$, hoc est ad $\frac{9}{22}$), itaque volumen capiendum de argento est ad volumen capiendum de auro ut $\frac{1}{11}$

ad $\frac{9}{11}$, seu ut 2 ad 9. Sed pondera habentur multiplicando volumina 2 deterioris seu argenti et 9 melioris seu auri per gravitates specificas $\frac{1}{2}$ argenti et 1 auri. Jam 2 multipl. per $\frac{1}{2}$ dat 1 et 9 multipl. per 1 manet 9. Itaque in corona pondus argenti est ad pondus auri, ut 1 ad 9, id est in 10 libris auri coronarii est una argenti et novem auri obryzi. Ita enim cum una libra auri aquam faciat assurgere ad pollicem unum, una argenti ad duos, utique novem librae auri aquam attollent ad pollices 9; et corona composita ex una argenti et 9 auri attollet aquam ad pollices 11.

Sed utile erit rem in figura oculis subjicere. ABCD (fig. 37) sunt novem librae auri, et CEFG est una argenti. Volumen auri est AC pollicum 9, et volumen argenti CF pollicum 2, at volumen totius coronae pollicum 11. Gravitas specifica auri AL, et argenti FG, dimidia ejus (circiter scilicet) quae est auri. Pondera fiunt ex multiplicatione seu ductu voluminum in gravitates, seu ABCD, CEFG, pondera auri et argenti sunt rectangula sub AB et AC, item sub FG et CF. Gravitas autem specifica totius coronae est AL, quae ducta in volumen AF dat rectangulum ACHF aequale rectangulis duobus prioribus, seu pondus coronae repraesentat; eritque adeo AL (vel FH) idem quod $\frac{10}{11}$ ipsius AB, vel quod idem est, medium Arithmeticum inter undecim quantitates, ex quibus novem sunt ut AB, duae ut FG seu ut dimidia AB.

Eodem res redit, si idem corpus modo in aëre, modo in aqua seu aliquo liquore noto ponderemus, quod Monetariis quibusdam audit e x a m e n p e r a q u a m. Nam differentia ponderum aequalis est ponderi liquoris, qui corpori ponderato volumine est aequalis, ut Archimedes in aequiponderantibus ostendit. Datur jam aliunde volumen liquoris ex dato pondere, pondus scilicet per gravitatem ejus specificam dividendo; itaque habemus volumen etiam corporis dati. Datis autem volumine et pondere, datur ejus gravitas specifica. Itaque, si constet, corpus ex duobus componentibus notae gravitatis specificae constare, habetur desideratum per problema praesens. Unde etiam intelligitur nihil aliud efficere ponderationem in liquore, quam ut doceat nos volumen corporis dati, ne scilicet opus sit vase cylindrico in gradus diviso. Patet etiam plures ponderationes in pluribus liquoribus nihil nos novi docere. Unde etiam porro, quando componentes sunt plures duobus, tunc proportionem eorum (infinitis quippe modis variabi-

lem) designare non licet, nisi aliquid praeterea sit cognitum. Ut si nummus constet ex auro, argento et aere, non potest ex volumine ejus et pondere datis definiri, quantum in eo cujusque metalli, nisi forte constet, qua proportione argentum et aes sint commixta, quae solet esse aequalis sive (ut loquuntur) analica; compertum enim est eam maxime accedere ad auri valorem. Usi autem sumus proportione gravitatis specificae auri ad argenti specificam, quasi illa hujus esset dupla, compendii causa, etsi exactius constituenda sit proportio, quae 10 ad $5\frac{1}{2}$ circiter.

Caput III.

De Ductibus seu de aestimationum compositione.

Definitio 1. Ductus seu Factum ex pluribus unius seriei in plura alterius seriei ordinatim ductis est quantitas, quae fit cuilibet eorum quae insunt uni seriei accommodando unum respondens ex his quae insunt alteri, eo modo quo fit pondus aggregati ex pluribus mobilibus, si cuilibet eorum, quae cuique mobili insunt, attribuatur gravitas specifica respondens, ita ut species mobilium ordinatim ducatur in seriem gravitatum ad mobilia pertinentium. Et Ductus dicentur esse in ratione ordinatim composita eorum quae invicem ducuntur, ut hoc loco pondus integrum in ratione ordinatim composita mobilium et specificarum gravitatum.

Scilicet analogia ponderis uti velo, quae omnium captui exposita est, ne rem cogar hoc loco altius repetere ex profundiore continui consideratione. Natura autem Ponderis et Gravitatis specificae seu molis et densitatis explicata est capite peculiari independente a praesenti capite de Ductibus.

Ponamus AB (fig. 38) liquorem esse, cujus partes fundo B propiores sint graviores; totum ejus pondus aestimari non potest, nisi cuilibet sectioni ad horizontem parallelae, ut CD, suam gravitatem specificam attribuendo. Et eodem modo, si ponamus hunc liquorem ejusdem quidem gravitatis ubique esse, sed inverse situm, ut quod paulo ante erat infra, nunc sit supra, seu ut A sit imum, et B summum; figura de reliquo servata, sed partes tunc superiores seu ipsi B propiores moveri velocius; et quaeri totum impetum seu totam quantitatem motus, quam aqua in illo alvei

loco habet; cuilibet sectioni sua attribuenda est velocitas et ponendo velocitates eadem proportione crescere ab A versus B, qua paulo ante gravitates specificae creverunt, utique quae antea ponderis eadem nunc impetus aestimatio erit. Atque hoc vocamus velocitates ordinatim ducere in magnitudines, sectionum scilicet hoc loco, quorum quaeque ut CD suam velocitatem certam habere asseritur. Et impetus dicemus esse in ratione ordinatim composita magnitudinum seu sectionum et velocitatum.

Definitio 2. Unum in aliud ducitur absolute, cum in omnia quae insunt uni ducitur aequale alteri.

Ut cum gravitas specifica auri ducitur in magnitudinem cubi pollicaris, ut aestimetur, quantum futurum esset pondus cubi pollicaris aurei: patet enim nullam ejus esse partem, in quam non gravitas specifica auri (adeoque semper aequalis) ducatur, sic si campus ubique sit aeque latus, habetur ejus magnitudo ducendo latitudinem in longitudinem.

Definitio 3. Plura in unum ordinatim ducuntur, vel contra, cum series plurium ordinatim ducitur in seriem constituentem unum illud.

Sic in magnitudinem liquoris supra dicti AB gravitates specificae diversae, quas habet, ordinatim duci dicuntur, quia in plures sectiones ut CD, quae ipsi insunt ejusque magnitudinem constituunt, ducuntur ordinatim respondentes gravitates specificae.

Unum autem in aliud ordinatim ducitur, cum quae uni insunt, in respondentia alterius ducuntur.

Ut si magnitudo liquoris in gravitatum specificarum aggregatum ordinatim ducatur, nempe unaquaeque sectio ut CD, quae magnitudini liquoris inest, in gravitatem suam.

Propositio 1.

Si mobilia sint proportionalia ductum recipientibus, et gravitates specificae ducendis, pondera erunt ut ductus.

Constat ex definitione ductus. Ut si corpus A in diversis suis punctis varias habeat velocitates, et velocitates ordinatim ducendo quaeratur integra quantitas motus, quam habet corpus A, idemque contingat in corpore B; dico si loco velocitatis unumquodque punctum horum corporum (aut proportionalium) poneretur recipere gravitatem specificam proportionalem ei, quam habet, velo-

citati, fore quantitatem motus in corpore B, ut pondus ipsius A ad pondus ipsius B (per def. 1).

Propositio 2.

Si absolute ducantur duo in se invicem, quantitas ductus erit ut numerus factus ex numeris quantitatem ducendorum exprimentibus invicem multiplicatis, unitate ductum aestimante seu mensura existente ea, quae fit ex unitatibus ducendorum invicem ductis.

Sit mobile trium pedum cubicorum ducendum in gravitatem specificam duorum graduum (quod est unum in aliud duci absolute, per def. 2), et unus pes cubicus gravitate praeditus, unius gradus, sit unius (si placet) librae, adeoque pes gravitate duorum graduum praeditus sit duarum librarum; manifestum est bis ter repeti libram, seu pondus fore librarum sex; et quod in ponderibus, idem in aliis quoque ductibus intelligendum esse patet ex ductus definitione.

Propositio 3.

Si absolute ducantur duo in se invicem, ductus est in ratione composita eorum, quae ducuntur.

In rationibus commensurabilibus patet ex praecedenti; nam factum ex tribus pedibus in duos gradus ductis est ad factum ex quinque pedibus in septem gradus ductis in ratione composita 3 ad 5 et 2 ad 7, seu in ratione 3 in 2 (hoc est 6) ad 5 in 7 (hoc est 35). Idem est in ipsis incommensurabilibus, quia semper dari possunt commensurabiles, quae ab incommensurabilibus minus differant errore dato; itaque error minor est, quam assumebatur, id est, nullus assumi potest.

Propositio 4.

Si duo quae in se invicem absolute ducuntur, sint ut latera, ductus sunt ut rectangula.

Est enim (fig. 39) rectangulum ABC ad rectangulum DEF in ratione composita AB ad DE et BC ad EF; sed (per praeced.) ductus sunt eodem modo.

Propositio 5.

Si duorum quae invicem ducuntur sit unum ut basis, alterum ut altitudo, ductus est ut figura super basi ejusque ubique altitudinis.

Ut si sit (fig. 40) mobile L ad mobile M ut basis AB ad basim DE, et gravitas specifica mobilis L ad gravitatem specificam mobilis M ut altitudo AC ad altitudinem EF, erit pondus L ad pondus M, ut figura ABC ad figuram DEF. Nam ut ductus sunt (per prop. 3) in ratione composita eorum, quae invicem ducuntur, ita et figurae in ratione sunt composita basium et altitudinum.

Tales figurae sunt vel planae, ut parallelogramma, vel solidae ut parallelepipeda, columnaria, aut cylindrica.

Propositio 6.

Si plurium series in unum aliquod recipiens ordinatim ducatur, ductus est ut figura scalaris composita ex omnibus rectangulis, quorum altitudines sint ut termini ipsius seriei, bases vero sint partes rectam constituentes, proportionales partibus recipientis.

Nam si (fig. 41) gravis AE partes AB, BC, CD, DE sint proportionales rectae FM partibus respondentibus FG, GH, HL, LM, et utraeque partes sint constituentes sui totius, sintque rectae FN, GO, HP, LQ proportionales gravitatibus specificis partium gravis AB, BC, CD, DE etc., erit (per prop. 4) rectangulum quodque ut NFG proportionale ponderi partis respondentis ut AB. Ergo et FNOPRSM figura scalaris ex omnibus rectangulis composita ipsi ponderi gravis AE proportionalis erit.

Propositio 7.

Iisdem positis, si nulla sit pars recipientis, in quam non varia sint ordinatim ducenda, tunc figura scalaris abit in isogonium curvilineum ductui proportionale.

Ut si quae (eadem fig. 41) fundo E propiora sunt in gravi AE, ponantur esse graviora, utique in quavis sectione ut TV diversa erit gravitas, cui inter FN et GO proportionalis XY respondeat, atque ita semper continuando interpolationem, ut rectangula velut YXG perpetuo fiant minora, donec tandem latitudo eorum sit evanescens, figura scalaris desinet in isogonium curvilineum NYOPRL proportionale ponderi partis respondentis AD. Isogonium curvilineum voco, quia omnes rectae ut FN, GO seriei ducendorum proportionales (nempe gravitatibus specificis) angulum eundem faciunt ad rectam FM magnitudini ipsius gravis AE re-

spondentem; si angulus sit rectus, vocabo orthogonium curvilineum. Figuram scalarem simpliciter vocabo isogonium rectilineum, et tam scalarem, quam isogoniam curvilineam communi nomine figuram isogoniam appellabo, et ipsa quae eodem angulo insistunt, dicentur ordinatim applicata, ut FN vel GO, terminis scilicet seriei respondentia. Sed partes rectae FM ab initio aliquo sumtae dicantur Abscissae; ut si HP sit ordinatim applicata respondens termino seriei, FH erit abscissa, quae proportionalis erit numero exprimenti, quotus in serie sit terminus, si ponatur recta applicationes recipiens uniformiter crescere ab F versus M.

Propositio 8.

Serie in seriem ordinatim ducta, ductus est proportionalis solido facto ex duabus figuris isogoniis, quarum ordinatim applicatae sint terminis serierum respondentes.

Ut si grave dictum (in prop. 7. fig. 41) AE non tantum gravitatem specificam augeat, quo magis ad fundum E accedit, sed et ubique varias habet crassities seu magnitudines sectionum factarum per plana fundo parallela; patet sectionum magnitudines ducendas ordinatim in gravitates specificas. Sit jam isogonium (P)(Q)(F)(C)(B) (in fig. 42), cujus ordinatae ut (K)(F) sint proportionales gravitatibus specificis in sectionibus gravis respondentibus, ut C, si scilicet abscissae (P)(K) sint proportionales ipsis EC distantiis a fundo; et eodem modo sit isogonium (P)(R)(G)(L)(B), cujus ordinatae ut (K)(G) proportionales sint magnitudinibus sectionum gravis respondentium ut in C, eritque ductus solidus (P)(R)(G)(L)(C)(F)(Q)(S)(T)(M) proportionalis ponderi totius AE. Singulae enim sectiones gravis in suas gravitates specificas ductae repraesentantur rectangulis vel aliis parallelogrammis isogoniis ut (G)(K)(F)(T), quae in partes ipsius rectae (B)(P) respondentes ducta constituunt totidem parallelepipeda isogonia ut (K)(F) aut (T)(N), componentia ductum solidum ut sectiones gravis componunt grave; prorsus scilicet ut CQ sectio ipsius gravis per planum fundo parallelum ducta in suam gravitatem, et praeterea in CZ particulam altitudinis gravis, ipsi KN in ductu solido assumti proportione respondentem, componit cum reliquis similiter tractatis integrum gravis pondus, id tantum ob-

servando, quod altitudines CZ vel KN evanescunt, cum nulla est assignabilis portio gravis ut QCZ quae eandem ubique habeat gravitatem specificam.

Haec solida primus consideravit Gregorius a S. Vincentio.

Propositio 9.

Ductus est factum ex ordinatim ducendis in elementa recipientis, proportionale figurae isogoniae, cujus abscissarum elementa sunt ut elementa recipientis, ordinatim vero applicatae sunt proportionales ordinatim in recipientis elementa ducendis.

Gravitates specificae majores versus fundum ducendae sint respective in CD sectiones liquoris per plana fundo horizontali parallela. Sumatur (fig. 43) recta LM et in ea puncta N quotlibet sic assignentur, ut sit LN ad LM uti spatium liquoris vel extensio ACD ad totam ejus extensionem seu volumen; et tunc portiones rectae LM inter duo N distantiam evanescentem habentia interceptae, seu rectae LM partes elementares, quales sunt $_1N_2N$, $_2N_3N$, erunt proportionales ipsis elementis spatiorum liquoris inter respondentes sectiones interceptis, quales sunt $_1C_1D_2D_2C$, $_2C_2D_3D_3C$. Quod si crassities spatiorum $_1C_2C$, $_2C_3C$ assumantur aequales, ita ut ipsae AC crescant uniformiter, erunt spatia intercepta ut ipsae sectiones, et erit $_1N_2N$ ad $_2N_3N$, ut $_1C_1D$ ad $_2C_2D$. Itaque sectiones CD sunt ut abscissarum LN elementa $_1N_2N$, $_2N_3N$. Si jam ad abscissas ordinatim applicantur NG gravitatibus specificis sectionum CD proportionales, patet ductum LNG vel LMP esse ut compositum ex ductibus gravitatum specificarum (veluti NG) in sectiones respondentes (veluti $_1N_2N$) adeoque esse ponderi proportionalem; pondus scilicet liquoris ACD esse ad pondus liquoris ABE, ut isogonium LQGN ad isogonium LQPM.

Propositio 10.

Si plurium series in unum recipiens ordinatim (scilicet secundum ipsius respondentia cuique elementa) ducatur, quantitas ductus eadem est, quae alterius ductus, qui fieret, si aggregata elementorum recipientis ducerentur in ipsa crementa seriei ducendorum.

Sequitur ex praecedenti, quia ut MN (verbi gratia) sunt ab-

scissae et NG ordinatae, ita vicissim intelligi possunt MR ipsis NG aequales esse abscissae, et RG ipsis MN aequales esse ordinatae; itaque ut area isogonii fit ex ductu ordinatarum in elementa abscissarum, ita et fit ex ductu abscissarum in elementa ordinatarum. Et in exemplo ut pondus liquoris ABE seu proportionale ipsi isogonium LQGPM factum est, ipsas NG gravitates specificas liquoris ducendo in ${}_1N_2N$ vel ${}_2N_3N$ quae sunt ut elementa liquoris, vel abscissarum MN incrementa liquoris a fundo sursum versus repraesentantium; ita idem pondus vel isogonium fit, RG aggregata elementorum liquoris seu terminos seriei liquorum in vase a fundo B sursum crescentium versus A ducendo in ${}_1R_2R$, ${}_2R_3R$, quae sunt aequalia crementis gravitatum specificarum ordine respondentium.

Eadem et ad ductus solidos applicari possunt, et magnum habent fructum, quia scilicet uno saepe modo facilius, quam alio totus ductus seu aggregatum ex singulis ductibus invenitur.

Definitio 4. Si uni comparabilia infinita nullam partem communem habentia in alio ponantur secundum seriem punctorum quae in recta linea assumi possunt, posterius est una dimensione altius priori.

Sic (fig. 44) linea AB est una dimensione altior puncto C. Nam ex quovis puncto rectae DE ducantur plana inter se parallela FG secantia lineam AB in punctis F, patet normalis ad eam FG infinita in AB poni puncta F comparabilia ipsi C, secundum seriem punctorum G rectae DE. Sed superficies HLM est rursus una dimensione altior linea AB; nam per quaevis rectae DE puncta ut G transeant plana GN secantia superficiem in linea PQ utique comparabili cum linea AB. Et eodem modo solidum RSTU est una dimensione altius superficie HLM, quia quodvis ex dictis planis solidum secat in superficie ut XYZ, quae ipsi superficiei HLM est comparabilis.

Propositio 11.

Itaque id quod secundum ordinem punctorum rectae alteri comparabilia continet infinities, vel infinitesies infinities, vel infinitis vicibus infinitesies infinities, et ita porro, altius ipso est dimensione una, duabus, tribus, etc.

Propositio 12.

Si unum in aliud ducatur absolute, numerus dimensionum ductus inde facti est summa numerorum indicantium dimensiones eorum, quae invicem ducuntur; et, si series ordinatim ducatur in seriem, numerus dimensionum ductus est summa numerorum indicantium dimensiones terminorum seriei utriusque, unitate aucta.

Ut si sit recta ducenda in planum, elementa quae in recta sunt infinities, ea in plano sunt infinitesies infinities; ergo in ductu sunt infinitis vicibus infinitesies infinities; et cum dimensio rectae sit I, et dimensio plani sit 2, utique dimensio ductus (solidi) erit 1 plus 2 seu 3. Quod si series rectarum ducatur in aliam seriem rectarum ordinatim, seu isogonium in isogonium, elementa quae in recta sunt infinities, ea in ductu quovis rectae in rectam respondentem sunt infinitesies infinities, nempe vicibus 1 plus 1 seu 2, sive bis infinities; ergo in ductu integro ex infinitis ductibus singularibus composito elementa sunt infinitis vicibus infinitesies infinities, hoc est, bis et praeterea semel infinities, et ductus erit trium dimensionum.

Propositio 13. Problema I.

Exhibere quantitatem plus quam trium dimensionum.

Solidum ABCD (fig. 45) est trium dimensionum. Jam si quodvis ejus elementum in suam gravitatem specificam ducatur, fit pondus, quod est quatuor dimensionum; si praeterea ponderis cujusque elementum in distantiam a plano ad horizontem normali, per axem aequilibrii EF transeunte ducatur, habetur momentum, quod est quinque dimensionum. Et altius iri potest in infinitum, quia ductus quoque seu rationum compositiones in infinitum multiplicari possunt.

Propositio 14.

Fieri non potest, ut diversorum superficiei aut corporis punctorum quodlibet certae cujusdam denominationis quantitatem (ut velocitatis, gravitatis specificae etc.) sibi propriam seu diversam a quovis alio puncto ejusdem recipiat. Et necesse est semper infinita in superficie, infinities infinita in cor-

pore dari, easdem quantitates recipientia, paucis determinatis aliquando exceptis.

Sit (fig. 46) superficies CED, cujus puncta sint E; ajo fieri non posse, ut quodvis punctum E habeat gravitatem specificam sibi propriam. Sit recta ex puncto A educta et ab altera parte indeterminata ABB; et sint gravitates specificae diversae quotcunque, poterunt semper exhiberi rectae AB ipsis proportionales, et ita cuivis puncto B sua respondebit gravitas specifica. Jam per quodvis punctum B transeat planum secans superficiem CED, sectiones CD erunt totidem numero infinitae inter se diversae (exceptis paucis numeri determinati aliquando coincidentibus), et proinde in superficie non potest assignari velocitas, cui non aliqua hujusmodi linea respondeat, seu velocitates assignabiles sunt numero infinitae primi gradus. Sed puncta in superficie sunt infinities infinita, cum quaelibet linea rursus infinita habeat puncta. Itaque fieri non potest, ut tot sint gravitates diversae, quot in superficie sunt puncta, et (paucis determinatis exceptis) necesse est infinita puncta habere communem gravitatem. Idem magis adhuc locum habet, si CED sit corpus, sectiones enim CD erunt superficies; itaque infinities infinita puncta corporis debent habere gravitatem specificam eandem.

Idem est de momento, velocitate, aliisque quantitatem habentibus quibuscunque.

Finge enim corpus propositum transformari in ipsum CED, ita ut quaelibet puncta transferantur in planum suae respondens velocitati, utique necesse est, ut puncta superficies in planis seu partes planorum constituant, alioqui si in planis constituerent puncta tantum, seu in uno plano esset non nisi unum punctum, non corpus ex omnibus fieret, sed linea a planis secta; si lineam in suo quaeque plano formarent, non fieret ex ipsis corpus, sed superficies in illis lineis a planis secta.

Propositio 15.

Iisdem positis, corporis puncta eandem quantitatem recipientia cadunt in superficiem vel superficies, et superficiei in lineam vel lineas (exceptis quibusdam determinatis seu numero finitis lineis vel punctis in corpore, punctis in superficie).

Ponamus enim (si fieri potest) in superficie quodvis punc-

tum a quovis alio ejusdem quantitatis esse disjunctum, ita ut linea conjungens non possit incedere per puncta conformia (ejusdem v. gr. velocitatis) nisi numero finita; et sint eae lineae minimae, quae in superficie a puncto ad punctum conforme duci possunt. Assumatur (fig. 47) punctum A et inde ad quaevis puncta conformia ducantur lineae AB, AC, AD, AE, AF minimae quae in hac superficie duci possunt. Harum quaevis non potest transire, nisi per numero finita puncta ipsi A conformia. Sit jam X maximus numerus finitus conformium punctorum in unam ex his lineis cadentium, verbi gratia si ea, quae maximum numerum punctorum conformium habet est AEMN, erit numerus punctorum ejus X. Utique igitur numerus omnium punctorum in omnibus lineis non est major numero punctorum conformium ipsi A proximorum ut B, C, D etc. per numerum X multiplicato; proxima scilicet puncta voco, inter quae et punctum A in lineis istis minimis ductis nullum aliud conforme cadit punctum. Tot enim sunt lineae, quot puncta proxima, et numerus omnium punctorum non potest esse major numero linearum multiplicato per X. Sed puncta proxima et ipsa sunt numero finita, alioqui inciderent in lineam continuam, contra hypothesin. Ergo numerus omnium punctorum conformium est finitus per X finitum multiplicatus seu est omnino finitus, quod est absurdum (per prop. praecedentem). Itaque fieri non potest, ut puncta conformia quaevis in superficie a se invicem sint discreta, nec componant lineas. Idem argumentum in corpore valet, ut puncta conformia superficies componere intelligantur.

Propositio 16. Problema 2.

Quantitati dimensionum plurium proportionalem exhibere quantitatem dimensionum pauciorum.

Constat solidis vel superficiebus exhiberi posse lineas ordinatim respondentes, ut si sit (fig. 44) isogonium planum OKG cujus quaevis ordinata GK sit proportionalis ipsi PQ, vel ipsi XYZ sectioni superficiei vel solidi per unum ex planis ad rectam DE isogoniis factae, quae et planum OKG secant in KG; patet isogonium OKG ipsi superficiei vel solido esse proportionale. Sed dimensionibus, quae solidum transcendunt nec proinde figuris perfecte exhibentur, nihilominus exhiberi possunt figurae, planae (si lubet) perfecte proportionales. Etsi enim infinitae sint varietates gravitatum specificarum in aliquo solido, fieri tamen non potest,

ut quodlibet ejus punctum habeat gravitatem specificam nulli alteri ejus puncto communem, nam gravitates solidi variantur tantum infinities, cum rectae ipsis proportionales assumi possint; sed puncta solidi variantur infinitis vicibus infinitesies infinities, necesse est ergo in solido infinities infinita puncta solidi eandem habere gravitatem specificam (per prop. 14) et proinde cadere in superficiem (per prop. 15). Unde solidum in sua elementa solida proxima dividitur seu resolvitur per infinitas superficies, et his elementis solidis totidem per ordinatas in figura plana isogonia applicatas elementa plana proportionalia exhiberi possunt. His autem superficiebus solidum constitui dico, non quod componant, sed quia omnia ejus puncta lineasque absorbent, exceptis forte quibusdam determinatis, ubi superficies cylindricae cylindro inscriptae absumunt omnia ejus puncta et lineas, praeter axem.

Sed placet methodum exhibere in exemplo. Sit (fig. 48) solidum ABCD, quod gyratur circa axem QE; quaeritur ejus impetus seu quantitas ipsa motus, quae est quatuor dimensionum, si solidum uniformem habeat partium gravitatem. Jam per QE axem transeat planum QEF et circa QE describantur quotlibet superficies cylindrorum rectorum quorum hic est axis, qualis superficies est GHIKML, secans planum in LM, et solidum portione sui IKML. Cum ergo omnia sectionis IKML puncta sint ejusdem velocitatis, sumantur quot superficies cylindricae, tot rectae MN in ipsis LM (si opus continuatis) ad easdem partes applicatae ad rectam AM, et rectae istae MN sint in composita ratione sectionum solidi et velocitatum, quas habent sectiones (cum eadem sit in quovis sectionis ejusdem puncto velocitas) adeoque impetui cujusque sectionis proportionales. Idemque faciendo ubique habebimus figuram quantitati motus proportionalem, ita ut portio ejus ANM sit ad totam ANP, ut impetus portionis a superficie cylindrica abscetae ABIKML est ad impetum totius solidi. Et similiter ut figura ANP est ad figuram aliam secundum aliud solidum eodem modo factum, ita erit impetus solidi hujus ABCD ad impetum solidi alterius.

Definitio 5. Applicatum totius ex ejusdem nominis applicatis constituentium resultans est id quod absolute ductum in totum tantundem efficit, quantum factum ex omnibus ejusdem nominis in constituentia ordinatim ductis.

Ut si (fig. 49) sit virga metallica A(B)B, ex auro argentoque composita, cujus partes viciniores extremo B sint graviores plusque auri habeant, ita ut gravitates specificae crescant in ratione rectarum AB; tunc ipsi virgae attribuemus gravitatem specificam mediam, quam si ubique aequalem haberet, tantum ponderis haberet, quantum nunc, seu eam quam acciperet, si funderetur in massam homogeneam, ita ut aurum et argentum aequaliter distribuerentur. Nempe in exemplo proposito, si BC repraesentet gravitatem specificam in B, tunc triangulum normale ABC repraesentabit pondus integrum virgae, cui fiat aequale rectangulum ABGH ejusdem cum triangulo altitudinis AB, et ejus basis AH seu BG repraesentabit mediam gravitatem specificam, attribuendam toti virgae.

Propositio 17.

Si factum ex applicatis in totum aliquod ordinatim ductis repraesentetur per figuram, cujus basis repraesentet totum, altitudines variae repraesentent ordinatim ducta; applicatum totius resultans repraesentabitur per rectam constantem quae in totam basin ducta figuram priori aequalem producit.

Ut si (fig. 50) AB sit virga diversarum in diversis punctis (B) gravitatum (B)(C), gravitas ipsius virgae seu media erit LM, id est AH vel BG basis rectanguli ABG aequalis figurae planae AD(C)KB ex variis rectis ordinatim ad AB applicatis factae. Patet ex definitione 5; addatur prop. 7 et 8.

Definitio 6. Medium arithmeticum est summa quotcunque quantitatum divisa per quantitatum numerum.

Sic medium Arithmeticum inter 3 et 5 est 4, nempe summa 3 plus 5 seu 8, divisa per numerum quantitatum, seu per 2, fit 4; sed medium arithmeticum inter tres quantitates, 3, 5, 8 est $\frac{16}{3}$.

Hujus medii tam late sumti maximus est usus; exempli causa in alternativis aestimandis, ut si tres aestimatores a judice deputati rem aestiment, unus 81, alter 90, tertius 96 numerorum aureorum, medium pretium eligendum erit $\frac{267}{3}$ seu 89 aureorum. Idem in alea et aestimatione spei obtinet. Eodem autem modo et

medium Geometricum inter plures quantitates (quantuscunque sit earum numerus) intelligi potest, cujus scilicet Logarithmus est medium arithmeticum inter logarithmos quantitatum.

Propositio 18.

Applicatum totius resultans ex applicatis constituentium est medium arithmeticum inter omnia applicata aequalium totius elementorum.

Sint (fig. 51) ipsius AB elementa aequalia 01, 12, 23 etc., in quae ordinatim ducantur quantitates 0 . 10, et 1 . 11, et 2 . 12 etc., ut si elementa 01, 12 etc. sint partes virgae, et quantitates 0 . 10, et 1 . 11 etc. sint ut partium gravitates specificae, erunt partium moles seu pondera ut ipsa rectangula 10 . 0 . 1, et 11 . 1 . 2 etc., quarum summa est pondus totius, quod divisum per AB longitudinem seu volumen virgae dat BG gravitatem ejus specificam (mediam) per def. 5. Sed cum eadem sit rectangulorum ubique latitudo, idem prodit, si dividas summam longitudinum per numerum elementorum aequalium, quorum unumquodque consideratum instar unitatis nihil mutat. Itaque BG est medium Arithmeticum inter omnes ordinatim applicatas 0 . 10, et 1 . 11, et 2 . 12 etc. Idemque est, etsi partes ipsius AB sumantur data quavis minores atque adeo si figura scalaris abeat in curvilineam.

Propositio 19. Problema.

Medium Arithmeticum invenire inter quantitates numero infinitas homogeneas, inter quarum duas quasvis aliae ex ipsis cadunt.

Repraesententur (fig. 52) per rectas CE ordinatae ad axem AB, sumtis abscissis AC uniformiter crescentibus, et constituent figuram ADEKB, cui aequale exhibeatur rectangulum sub axe seu altitudine AB, et basi BF vel ordinata (LM) quae erit medium Arithmeticum quaesitum (per prop. praecedentem). Habemus ergo medium Arithmeticum inter infinita dicta.

Fieri potest talem esse flexum, ut plures sint ordinatae LM eidem mediae BF aequales, si scilicet modo crescant, modo decrescant ordinatae seu attributa.

SECTIO SECUNDA.
DE MOTU ET VELOCITATE.

Caput I.
De Motu.

Definitio 1. Movetur vel in motu est A, cui quidquid inest homogeneum seu comparabile B, aliquod punctum habet ut E, quod per unius ejusdemque temporis quamcunque partem in eodem loci puncto non est *).

Sit (fig. 53.) Circulus rigidus A in plano suomet motus circa centrum suum immotum C; tunc equidem verum est, ipsum Circulum loco suo non egredi. Verum etiam est punctum in eo assumi posse, nempe ipsum C, quod quiescit. Et in sphaera, cylindro, cono, vel similibus circa axem immotum motis, puncta assumi possunt infinita quiescentia, quae scilicet cadunt in axem. Idemque est in corporibus etiam non rotundis circa axem quiescentem rotatis, quae licet loco egrediantur, qua parte ultra rotundum eminent, habent tamen partem loco non egredientem, et infinita puncta quiescentia. Interim ut res moveri dicantur, sufficit non posse assumi in ipsis homogeneum tam exiguum, in quo non sit motus, locum mutans. Ita in circulo A non potest assumi pars tam exigua (uti circulus B concentricus utcunque parvus), quin ejus punctum aliquod ut E assignari possit, quod continue per tempus T, in quo mobile (nempe circulus) moveri dicitur, locum mutet, seu in diversis loci punctis reperiatur. Et licet axis in sphaera mota possit esse immotus, homogeneus tamen ipsi non est, neque enim linea corpori comparari potest.

---

*) Für diese Definition ist von Leibniz beigeschrieben: An sic? Quiescit, cujus punctum quodvis manet in eodem loco. Motum habet quod non quiescit. Movetur seu in motu est, in quo nihil homogeneum sumi potest quod quiescat. Quietem habet, in quo homogeneum quiescens sumi non potest. Contradictorie opponuntur quiescere et motum habere; item moveri et quietem habere. Contrarie opponuntur quiescere et moveri; datur enim medium, quod motum et quietem habet, adeoque nec quiescit nec movetur, cujus scilicet pars movetur, pars quiescit. Quiescentis pars quiescit; moti pars movetur; motum habentis pars quiescere potest; quietem habentis pars in motu esse potest.

Mirum autem videri poterat, Motus vel potius ejus quod movetur (rei toties consideratae) definiendi provinciam nobis fuisse relictam. Interim multa quae de Moto demonstrabimus, etiam applicari poterunt ad aggregatum ex pluribus corporibus partim motis, partim quiescentibus, concipiendo quietem tamquam motum inassignabilis velocitatis. Definitionem tamen ita formare placuit, ut talia segregarentur; alioqui ad notionem ejus quod movetur suffecisset, aliquod in eo homogeneum assumi posse, cujus punctum quodlibet per certi temporis quamcunque partem in eodem loci puncto non sit. Sane si quis partim quiescentia sub motis comprehendere volet, hac poterit definitione nova uti pro ea quam posuimus supra. Forte tamen non inutile erit discernere id quod movetur seu in motu est ab eo, quod motum habet, ut moveri dicatur, cujus quodlibet homogeneum in se punctum habet quod locum continue mutat; Motum autem habere dicatur, in quo saltem aliquod tale homogeneum sumi potest. Idque usu non caret, nam et infra ostendemus, regulas de via centri gravitatis corporis totius ex pluribus aggregati locum habere, etsi aliqua pars vel aliquod ex corporibus comprehensis quiescat. Caeterum ipsa definitio nostra initio posita sic concepta est, ut comprehendat etiam quae ita moventur, ut loco suo non egrediantur, et ea quoque in quibus infinita possunt sumi puncta quiescentia. Adhibuimus autem non partem mobilis, sed homogeneum in eo sumtum, ut definitio vera esset et in puncto moto, cujus pars quidem nulla est, homogeneum tamen in eo assumi potest, nempe ipsum punctum, ut patet ex duobus consectariis sequentibus.

Consectarium 1. Punctum quod per cujusdam temporis quamcunque partem in eodem loco non est, movetur.

Id punctum propositum sit E. Jam omne homogeneum, quod in eo assumi potest, est ipsum E, et omne punctum quod in homogeneo (nempe in E) assumi potest, est rursus E; jam E continue locum mutat per tempus T; nullum igitur punctum in ullo puncti propositi homogeneo assumi potest, quod non continue per datum tempus T locum mutet, quod (per defin.) est moveri punctum propositum.

Consectarium 2. Punctum quod movetur, id per

cujusdam temporis quamcunque partem in eodem loco non est.

Id punctum sit rursus E. Cum moveatur, ideo (per defin.) nullum in eo homogeneum assumi poterit, cujus non aliquod punctum continue locum mutet; sed punctum E est solum quod assumi possit in homogeneo ipsius E, id est in ipso E; ergo continue locum mutat.

Consectarium 3. Extensi moti quaevis pars movetur.

Moveatur (fig. 54) extensum AB ex ${}_1A_1B$ in ${}_2A_2B$, et sit ejus pars quaecunque CD; ajo et hanc moveri. Esto CD non moveri (si quidem id fieri potest), itaque (per defin.) in eo assumi potest homogeneum ipsi, ut EF, cujus aliquod punctum ut G per aliquod tempus non continue locum mutet. Jam EF inest etiam ipsi AB et homogeneum est eidem (cum ejus parti CD insit et homogeneum sit), itaque in AB assumi potest homogeneum ipsi nempe EF, cujus aliquod punctum G continue locum non mutat. Ergo (per def.) non movetur AB, quod est contra hypothesin; itaque necesse est moveri et partem ejus CD.

Consectarium 4. Quicquid movetur, locum deserenti ita cognatum est, ut non differat assignabiliter.

Locum deserere dico, cujus quodvis punctum locum mutat, et aliqua pars locum occupat, in quo nulla pars fuit. Sit ergo (fig. 55) mobile A, quod quantitate assignata B differre dicatur a quocunque locum deserente; ajo id dici non posse, et assignari posse ipsius A partem CDEFGC, quae ab A differre quantitate minore quam B. Nam quod omnia et sola puncta continet mobilis A locum non mutantia, non est magnitudine comparabile ipsi A (per def. hic positam); itaque pars ipsius A assignari potest CHG, minor data, in quam haec puncta omnia cadant. Praeterea si ponatur pars quaevis ipsius A in alterius partis locum succedere, hoc quoque evitari potest partem aliquam ut DCFG licet quantulamcunque resecando, ita enim quod in ejus locum, si adesset, succederet, nunc ipsa detracta, adeoque loco ejus existente a parte quacunque ipsius A vacuo, non succedit in alicujus partis locum. Jam duo CHG et DCGF quae singula talia assumi possunt, ut sint data quacunque quantitate minora, etiam sic assumi possunt, ut ambo simul sint data quantitate B minora (singula scilicet sumendo minora ejus dimidio). Itaque potest summa eorum HCDFGH

assumi minor data quantitate B, adeoque detractis ipsis ab A residuum CDEFGC (cujus quodvis punctum locum mutat, et aliqua pars alteri non succedit) minus ab A differt, quam assignata quantitas B.

Itaque potuissemus id quod movetur ita definire, ut nihil aliud esse diceretur, quam id quod a locum deserente in universum non differt assignabiliter. Et sane haec videtur fuisse ratio, cur homines sphaeram vel simile corpus, cujus axis immotus est, caetera vero puncta locum mutant, annulum item vel orbem sphaericum cavum, cujus omnia puncta locum mutant licet axe sphaerae manente immoto ipse annulus loco suo non egrediatur, moveri tamen dicant. Potest enim assignari sphaerae A pars inassignabiliter ab ipsa differens, seu tam parum quam velis diversa, nempe detracto nucleo CGH cum sectore truncato DCFG, residua pars CDEFGC, quae revera loco egreditur, et quovis sui puncto locum mutat. Sed quia prius opus fuisset definire, quid sit locum deserere, malui supra definitionem ejus quod movetur dare, quae alia antecedenti non indigeret, praesertim cum non statim omnes intelligant, quid sit differre aut non differre assignabiliter.

Definitio 2. Tempus motus est tempus, cujus pars nulla assumi potest, in qua non cujuscunque in mobili assumti homogenei punctum aliquod locum mutet.

Sit punctum illud (fig. 56) A, et tempus TM, ejus pars pro arbitrio assumta PV, non debet A per tempus PV utcunque parvum manere in eodem loco (congruente) L, sed semper eum mutare, translatione aliqua, ut ex L in N.

Consectarium. Quod movetur, id per temporis motus partem quamvis movetur.

Moveatur mobile tempore TM, ajo moveri et per partem ejus quamcunque PV. Ponatur non moveri; ergo (per def. motus) pars ipsius PV assumi potest, in qua aliquod punctum A in homogeneo a mobili contento sumtum, locum non mutat; sed pars ipsius PV est etiam pars ipsius TM; ergo pars temporis TM assumi potest, in qua non utique cujuslibet in mobili assumti homogenei punctum A locum mutat, id est (per def.) TM non est tempus motus, contra hypothesin.

Quemadmodum latius extensa notione dici potest, moveri corpus, cujus pars quiescit (ut filum quod ex parte flectitur), ita etiam tempore proposito moveri dici posset, quod non continue

movetur, sed in parte temporis hujus quiescit. Nihilominus enim tempus totum dici posset tempus motus, etiam retenta praesenti definitione, si nempe quietem ut motum maxime tardum seu velocitate inassignabili praeditum concipiamus; ita enim dici potest, generalem hypothesin omnium punctorum corporis qualibet temporis propositi parte locum mutantium in casu speciali quietis in parte corporis vel temporis suppositae verificari, uti omnes conclusiones Ellipseos suo modo in circulo verificantur, concipiendo hunc ut Ellipsin cujus foci distantiam habent inassignabilem. Eaque consideratio magnos usus habet, quemadmodum pluribus dictum est in Novellis Reipublicae literariae a. 1687 mense Julio artic. 8.

Definitio 3. Locus motus vel via vel spatium motu designatum vel vestigium motus est locus communis omnium et proprius solorum mobilis locorum, in quibus durante motus tempore fluit, locorum, inquam, congruentium seu vestigiorum mobilis.

Locus autem proprius est, qui et aliis communis non est, aliis, inquam, quae nempe punctum habeant, quod in nullo sit mobilis loco, seu locus proprius vestigiorum seu locorum mobilis est, qui nullum punctum continet, quod non in aliquem ex locis mobilis cadat.

Ut si (fig. 57) punctum A in recta ${}_1A_2A_3A$ vel VX motum transferatur ex ${}_1A$ per ${}_2A$ in ${}_3A$, via erit recta ${}_1A_2A_3A$; vel si recta AD mobilis in recta quiescente VX mota transferatur, ut ex ${}_1A_1D$ per ${}_2A_2D$ in ${}_3A_3D$, via erit recta ${}_1A_3D$. Vel si recta mobilis AB, aut etiam rectangulum ABCD intra duas rectas ${}_1A_1D$, ${}_1B_1C$ continuatas in plano transferatur, recta quidem ex ${}_1A_1B$ per ${}_2A_2B$ in ${}_3A_3B$, rectangulum vero ex ${}_1A_1B_1C_1D$ per ${}_2A_2B_2C_2D$ in ${}_3A_3B_3C_3D$, via rectae AB erit rectangulum ${}_1A_1B_3A_3B$, et via rectanguli ABCD erit rectangulum ${}_1A_1B_3C_3D$; vestigium vero aliquod rectae erit ${}_2A_2B$, et rectanguli vestigium ${}_2A_2B_2C_2D$. Ubi tamen discrimen insigne observari debet, quod interdum via mobili homogenea est, interdum secus. Sic recta ${}_1A_2A_3A$ puncto A, et rectangulum ${}_1A_1B_3A_3B$ rectae AB homogeneum non est. Sed recta ${}_1A_3D$ rectae AD, et rectangulum ${}_1A_1B_1C_3D$ rectangulo ABCD homogeneum est.

Nimirum generaliter (fig. 58) omnis puncti F via est linea FF. Lineae autem via tunc demum est superficies, si puncta ejus durante motu sibi non succedant continue; sic rectae GH via seu locus successivus est superficies LMHGN, si recta GH ex loco

primo LM in ultimum GP ita verbi gratia transferatur, ut extremo G incedens per rectam LN semper respiciat punctum Q; ita enim unum punctum non succedit in alterius locum, ut supra fiebat, continue, cum recta AD per rectam VX incederet. Superficiei autem via est solidum, ut (fig. 59) superficiei RS solidum $_1R_2R_3R_3S_2S_1S$, nisi tamen superficies per sua vestigia incedat; ut si (fig. 60) sit superficies ABCDPNML, cujus pars quaecunque CDPN, in qua non est extremum A, succedit in locum alterius, ut BCNM, ita ut coincidant locus prior ipsius BCNM, nempe $_1B_1C_1N_1M$, et locus posterior ipsius CDPN, nempe $_2C_2D_2P_2N$. Ex lineis autem non nisi recta, arcus circuli, et arcus helicis sive cochleae cylindricae per sua vestigia incedere possunt, quoniam ea est harum linearum solarum communis proprietas, ut diversae quaecunque partes aequales unius lineae inter se congruere possint, et in recta extremis congruentibus etiam congruere debeant. Ex superficiebus solae plana, et sphaerica, et cylindrica, et cochleatim cylindro incisa, et omnes rotatione genitae, possunt per alias aequales et similes seu congruas incedere; sed caeterae rotatione genitae non nisi uno modo, rotando scilicet circa eundem axem. At superficies cylindrica super alia incedere potest adhuc uno modo, nempe ascendendo aut descendendo (adeoque et composite ex circulatione et ascensu vel descensu); cochleata ne rotando quidem sed uno modo tantum sibi proprio ex ascensu et descensu misto ut in torcularibus videmus; sed sphaerica et plana modis infinitis in omnes partes. Solidum autem motu suo non nisi solidum describere, nec novam dimensionem producere potest, ut (fig. 61) Cubus ABCDEFGH intra duas hedras oppositas continuatas ED et BC incedens et transiens ex $_1A_1B_1C$ in $_2A_2B_2C$, nil aliud producit quam solidum, quod etiam produceret sola hedra ex $_1A_1D_1C_1H$ translata in $_2E_2F_2G_2B$, nempe parallelepidum $_1A_1C_2B_2F$. Nam omnia puncta solidi, quae non sunt puncta superficiei ambientis, cum durante motu non nisi in loca punctorum superficiei succedant, non aliam viam designant, quam ipsa superficies.

Consectarium 1. Quicquid movetur, describit viam. Semper enim est in loco, et datur locus aliquis, in quem cadunt haec loca omnia, id est (per def. praeced.) via.

Consectarium 2. Si qua via per partem temporis impensi a mobili sit descripta, continebitur in via integra eo tempore ab eodem mobili descripta.

Sit (fig. 62) temporis TM pars PV, et via mobilis per tempus PV sit E, et per tempus TM via ejusdem sit AB; ajo E esse partem ipsius AB. Nam E est locus omnium locorum mobilis durante tempore PV (ex def. praeced.), at loca mobilis durante tempore PV sunt etiam loca mobilis durante tempore TM; cadunt ergo in AB; ergo id, quod constituunt, nempe via E, cadit etiam in AB.

Consectarium 3. Parte temporis impensi describitur contentum in via.

Tempore TM (fig. praeced.) describatur via AB; ajo parte temporis ut PV describi contentum in via, ut CD. Nam quia mobile movetur tempore TM, movetur et tempore PV (per consectarium subjectum definitioni temporis motus); quicquid autem movetur, describit viam (per consectar. 1 hic). Haec via sit E; jam est contentum ipsius AB (per consectar. praeced.) quod vocetur CD, Itaque habetur propositum.

Consectarium 4. Problema: Motum exhibere, in quo coincidat locus mobilis et via motus.

Includatur mobile corpus alteri rigido immoto, ita ut congruat superficies, et tum mobile inclusum (quod semper aequale spatium occupare, nec perfecte condensari aut rarefieri suppono) moveatur, et habebitur desideratum, quia ob rigidum obstans loco exire non potest, interim tamen partes inter se loca permutare possunt. Si mobile sit fluidum, quamcunque figuram habere potest; sin rigidum sit, oportet esse genitum circumrotatione, ut annulus, cylinder, sphaera, conus rectus, cum moventur circa suos axes.

Caput II.

De Motu uniformi.

Definitio. Motu uniformi movetur, cujus quodlibet punctum aequalibus temporibus aequalia spatia describit.

Sit (fig. 63) mobilis punctum A percurrens tempore T lineam ${}_1A_2A$, et tempore V lineam ${}_3A_4A$; jam positis T et V aequalibus, si reperiantur ${}_1A_2A$ et ${}_3A_4A$ esse aequales, idque succedat in puncto mobilis quocunque, motus dicetur uniformis; et contra, motu posito uniformi, debet succedere.

Propositio 1.

In motu uniformi si spatia a puncto mobilis ab-

soluta sint aequalia, erunt et tempora impensa aequalia.

Spatiis enim (fig. 64) DG et HL aequalibus, sint inaequalia (si fieri potest) tempora OP et QV, et tempus alterutrum ut OP sit majus; ergo ipsi QV aequalis erit ipsius OP pars aliqua OS, qua durante percursa est spatii DG pars aliqua DF, et aequali tempore QV percursum est spatium HL. Ergo (ex def. motus uniformis) aequantur DF et HL; jam HL aequatur ipsi DG ex hypothesi; ergo aequales sunt DF et DG, pars et totum, Q.E.A. Aequalia igitur sunt tempora OP et QV, quod asserebatur.

Propositio 2.

Omne punctum mobilis uniformiter moti movetur motu uniformi.

Nam omne punctum mobilis uniformiter moti aequalibus temporibus aequalia absolvit spatia (ex definitione), et puncti aequalibus temporibus aequalia absolventis spatia quodlibet punctum (cum puncti non aliud punctum sit, quam ipsummet) aequalibus temporibus aequalia absolvit spatia; ergo (per eand. definit.) uniformi motu movetur.

Proposito 3.

Omne mobile cujus quodlibet punctum uniformiter movetur, ipsummet motu uniformi movetur.

Nam mobile cujus quodlibet punctum uniformiter movetur, ejus (per def.) cujuslibet puncti quodlibet punctum, id est ejus quodlibet punctum aequalibus temporibus aequalia absolvit spatia, quod (per def.) est mobile uniformiter moveri.

Propositio 4.

In motu uniformi multiplis temporibus impensis, aequimultipla sunt spatia absoluta a mobilis puncto.

Hoc est, si punctum mobilis tempore simplo percurrat spatium simplum, tempore duplo, triplo, quadruplo etc. absolvet respective spatium duplum, triplum, quadruplum. Nam si simplo absolvit simplum, altero simplo aequali absolvet rursus simplum aequale (per def.); ergo bis simplo bis simplum, hoc est duplo duplum, et ita porro.

Propositio 5.

In motu uniformi spatia absoluta a mobilis puncto sunt temporibus impensis proportionalia.

Ponamus (fig. 65) punctum mobilis uniformiter moti absolvere spatium A tempore C, et spatium B tempore D; dico esse A ad B ut C ad D. Et quidem si tempora sunt commensurabilia, sit maxima eorum mensura communis aequalis ipsi E; et sit exempli causa C triplum ipsius E, et D quintuplum, erit C ad D ut 3 ad 5. Et tempore aequali ipsi E percursa sit pars ipsius A aequalis ipsi F; ergo (per praeced.) A percursa tempore C triplo ejus quo percursa est aequalis ipsi F, erit tripla ipsius F. Jam pars ipsius B percursa tempore aequali ipsi E est etiam aequalis ipsi F (ex def. motus uniformis); ergo (rursus per praeced.) B percursa tempore D quintuplo ejus quo percursa est aequalis ipsi F, erit quintupla ipsius F; ergo erit etiam A ad B ut 3 ad 5. Quod si rationes sint incommensurabiles, constat ex Euclide reduci posse ad commensurabiles sic, ut error minor sit errore quovis dato, adeoque nullus. Universaliter igitur vera propositio est.

Propositio 6.

Si spatia a quovis mobilis puncto percursa sint temporibus impensis proportionalia, motus est uniformis.

Sit enim (fig. 66) punctum mobilis percurrens tempore C lineam A, et tempore D lineam L, et sint tempora C et D aequalia. Jam C ad D est ut A ad L ex hypothesi; ergo etiam lineae A et L erunt aequales. Et proinde aequalibus temporibus aequalia spatia percurruntur, quod est motum esse uniformem.

Propositio 7.

Si diversa mobilia moveantur motibus uniformibus, spatia aequalibus temporibus a mobilium punctis percursa erunt proportionalia.

Sit (fig. 67) punctum A describens lineam L tempore aequali ipsi T, et lineam P tempore aequali ipsi V, et ob motum uniformem erit L ad P ut T ad V (per prop. 5). Similiter B describat lineam M tempore aequali ipsi T, et lineam Q tempore aequali ipsi V, et ob motum uniformem erit T ad V ut M ad Q. Ergo L ad P ut M ad Q, seu L ad M ut P ad Q. Quod asserebatur.

Propositio 8.

Si spatia aequalibus temporibus a diversorum mobilium punctis percursa sint proportionalia, unumquodque mobile movetur motu uniformi. Est conversa praecedentis.

Sit (fig. 68) punctum A quodcunque unius mobilis, describens lineas L et P temporibus T et V, et punctum B quodcunque alterius mobilis describens lineas M et Q temporibus E et N, sintque aequalia, tempus T tempori E, et tempus V tempori N; erit (ex hypothesi) L ad P ut M ad Q. Jam in motu alterutrius mobilium ut B assumatur aliud tempus ut S aequale tempori E vel T, eoque tempore S describat B lineam R; ostendendum est lineam R fore aequalem ipsi M, adeoque ex aequalibus temporibus sequi aequalia cujuslibet in mobili puncti B absoluta esse spatia, quod est mobilis motum esse uniformem (ex def.). Nempe ob tempora S et T aequalia, itemque N et V aequalia, erunt lineae R ad Q ut L ad P, sed ob tempora E et T itemque N et V aequalia, sunt etiam lineae M ad Q ut L ad P; ergo R et M sunt aequales, et quia similis ratiocinatio etiam in alterius mobilis puncto A institui potest, similiter ipsum quoque uniformiter moveri concluditur. Quod asserebatur.

Si iisdem tantum temporibus (non vero aequalibus quibuscunque) dixissemus spatia describi proportionalia, non sequeretur motus uniformis; unde problema mox sequens solvi potest.

Propositio 9.

Mobilis uniformiter moti puncta aequalibus temporibus spatia describunt proportionalia.

Nam mobilis uniformiter moti puncta moventur uniformiter (per supra demonstrata). Sed plura mota uniformiter aequalibus temporibus proportionalia describunt spatia (per prop. 7).

Propositio 10. Problema.

Exhibere mobilia, unumquodque motu non uniformi motum, quae iisdem temporibus durante motu spatia describant proportionalia.

Sit (fig. 69) punctum A aequalibus temporibus CD, DE, EF, FG describens lineas ${}_1A_2A$, ${}_2A_3A$, ${}_3A_4A$, ${}_4A_5A$, ex quibus duae priores sint aequales, et duae posteriores etiam aequales inter se,

sed inaequales prioribus. Et punctum B iisdem temporibus describat lineas ${}_1B_2B$, ${}_2B_3B$, ${}_3B_4B$, ${}_4B_5B$, ita ut etiam duae priores sint aequales inter se, et duae quoque posteriores, licet inaequales prioribus. Quaelibet autem linea describatur motu uniformi, et sit ${}_1A_2A$ ad ${}_3A_4A$ ut ${}_1B_2B$ ad ${}_3B_4B$; utique iisdem temporibus spatia describentur proportionalia. De temporibus assignatis patet; idem ostenditur et de eorum partibus, quia sunt partes temporum motus uniformis; ac proinde et in temporibus inde compositis. Totus tamen motus ipsius A non est uniformis, quia aequalibus temporibus DE, EF spatia describuntur inaequalia ${}_2A_3A$ et ${}_3A_4A$. Idemque est in B. Quod erat propositum.

Caput III.

De Velocitate in motu aequidistributo.

Definitio 1. Motu aequaliter distributo movetur, cujus punctum lineam describit lineae a quovis ejusdem mobilis puncto eodem tempore descriptae aequalem. Dicemus et motum aequidistributum.

Veluti si (fig. 70) mobile ABCD transferatur ex loco ${}_1A_1B_1C_1D$ per ${}_2A_2B_2C_2D$ in ${}_3A_3B_3C_3D$, et punctum ejus B describat lineam ${}_1B_2B_3B$; tunc, si motus sit aequaliter distributus, aliudque ejusdem mobilis punctum quodcunque C describat lineam ${}_1C_2C_3C$, aequales erunt lineae ${}_1B_2B_3B$ et ${}_1C_2C_3C$. Et vicissim si aequales reperientur punctorum mobilis quorumcunque lineae eodem tempore descriptae, motus erit aequaliter distributus.

Definitio 2. Velocitas in motu aequaliter distributo est mobilis affectio (formalis seu ex solo motu inexistens) quae proportionalis est lineae quam describeret punctum mobilis, si motus per datae magnitudinis tempus hac eadem mobilis affectione retenta continuaretur. Eadem autem manet, si idem punctum aequalibus temporibus aequalia describat spatia.

Sit (fig. 71) mobile AB, cujus motus ${}_1A_1B_3A_3B$ sit aequidistributus, ita ut lineae ${}_1A_2A_3A$ et ${}_1C_2C_3C$ a duobus punctis quibuscunque mobilis A et C descriptae eodem tempore T sint inter se aequales. Et velocitas mobilis AB, dum transit per locum (seu vestigium) ${}_1A_1B$, sit V. Hanc ita aestimabimus: Si mobile du-

rante motu ${}_1A_1B_3A_3B$ retinet eandem velocitatem, hoc ipso motu utimur, ut sequitur. Si non retinet eandem velocitatem, fingamus eandem velocitatem retinere, seu mobile AB ex ${}_1A_1B$ porro progredi, non motu proposito ${}_1A_1B_3A_3B$, sed alio aequiveloce et aequidistributo ${}_1A_1B_{1,3}A_{1,3}B$, et tempore datae magnitudinis puncto aliquo suo C percurrere rectam ${}_1C_{1,2}C_{1,3}C$; hanc possumus sumere pro mensura velocitatis, ita ut longitudo hujus lineae repraesentet velocitatem V, hoc est ut velocitates sint hujusmodi rectis proportionales. Quorum diversa puncta inaequales simul lineas describunt, ut fit verb. gr. cum corpus movetur circa suum axem; de his dubitari potest, an aliquam habeant certam velocitatem; possumus tamen et tali corpori velocitatem quandam ascribere mediam, qua si ponatur motum mobile motu uniformiter distributo, idem quod prius in summa prodeat secundum certum aestimandi modum.

Definitio 3. Longitudo motus aequaliter distributi est longitudo lineae quam aliquod mobilis punctum describit.

Ut ${}_1C_2C_3C$ (fig. 71) est longitudo lineae motus aequaliter distributi ${}_1A_1B_3A_3B$. Interim, si linea quaedam moveretur motu inaequaliter distributo, ita ut diversa puncta simul inaequales vias describant, poterit etiam longitudo quaedam totius motus concipi, quae sit media certo modo inter omnes singulorum punctorum vias, ita ut idem in summa prodeat.

Propositio 1.

Quidquid est in mobili, motum aequaliter distributum habente, id ipsum motu aequaliter distributo movetur.

Sit (fig. 72) AB, cujus motus ${}_1A_1B_2A_2B$ aequaliter distributus, et in ipso AB sit CD; ajo et hujus motum ${}_1C_1D_2C_2D$ fore aequaliter distributum. Nam quodlibet punctum ipsius CD est punctum ipsius AB, et quodlibet punctum ipsius AB aequales tempore quovis T lineas describit (per defin. 1 hic); ergo et quodlibet punctum ipsius CD aequales tempore quovis T lineas describit, id est (per def. 1) CD motum habet aequaliter distributum.

Propositio 2.

Quae insunt mobili motum habenti aequidistributum, eorum velocitates simul existentes sunt

aequales; et vicissim, si eorum quae mobili insunt velocitates simul existentes sint aequales, motus est aequaliter distributus (seu aequidistributus).

Sit (fig. 73) mobile AB, cujus motus aequidistributus, et sint in mobili duo quaecunque ut CD et EF; ajo eorum velocitates existentes eodem instanti T esse aequales. Ponatur mobile motu aequidistributo latum, eundem aequiveloeiter continuare per tempus TP, eoque tempore transferri ex $_1A_1B$ in $_2A_2B$, et puncta C et E lineas describere $_1C_2C$, $_1E_2E$. Jam quia AB movetur motu aequaliter distributo, etiam CD et EF moventur unumquodque motu aequaliter distributo (per prop. 1). Ergo (per def. 2) velocitas ipsius CD est ad velocitatem ipsius EF, ut $_1C_2C$ ad $_1E_2E$. Sed $_1C_2C$ et $_1E_2E$ sunt lineae aequales (per def. 1), ergo et velocitas ipsius CD velocitati ipsius EF aequalis est. Vicissim, si velocitates ipsorum CD et EF sunt aequales, erunt et lineae $_1C_2C$ et $_1E_2E$ aequales (per def. 2). Quod cum de quibusvis ipsius mobilis AB punctis dici possit, utique (per def. 1) motus erit aequidistributus (seu aequaliter distributus).

Propositio 3.

Aequalis est velocitas mobilis et puncti in eo sumpti, si motus mobilis sit aequidistributus.

Nam (fig. 74) et punctum C, et ipsum mobile AB, mobili AB insunt. Ergo (per prop. 2) aequalis est eorum velocitas.

Propositio 4.

In motibus aequidistributis, si duorum mobilium quaecunque eodem tempore descriptae longitudines motus seu viae punctorum sint proportionales, etiam velocitates simul existentes erunt proportionales. Et vicissim.

Sit (fig. 75) punctum mobilis unius A, alterius B, et lineae ab his simul descriptae seu longitudines motus quaecunque sint $_1A_2A$, $_1B_2B$ descriptae tempore TE, et $_1A_3A$, $_1B_3B$ descriptae tempore TEP. Jam si semper sit $_1A_2A$ ad $_1B_2B$, ut $_1A_3A$ ad $_1B_3B$, ajo et velocitatem ipsius A in instanti aliquo E esse ad velocitatem ejusdem A in alio instanti P, ut velocitas ipsius B in instanti E ad velocitatem ipsius B in instanti P; nam in motu aequidistributo datis semper velocitatibus dantur hae longitudines, et vicissim. Ge-

neraliter autem quae discerni non possunt per determinantia, nec discerni possunt per determinata.

Hac propositione non utor in sequentibus, alioqui demonstrarem more recepto prolixiore. Nunc usus sum novo hoc demonstrandi principio latissime patente (alias explicando), ut aliquod ejus indicium facerem.

Propositio 5.

Quae de motu aequidistributo generaliter vera sunt, ea etiam de motu puncti sunt vera.

Nam omne punctum, quod sumi potest in puncto A, est ipsum A; ergo et linea, quam describit quodcunque punctum in A sumtum tempore T, coincidit ei, quam describit A tempore T. Itaque omne punctum, quod in A sumi potest tempore quocunque T, lineam describit aequalem, quod (per def. 1) est motum esse uniformiter distributum. Quemadmodum Modi Logicorum circa propositiones universales verificantur, et excellenter quidem in singularibus; ita nos motus aequidistributi talem definitionem dedimus, ut exemplum ejus et quidem simplicissimum sit ipsius puncti motus, in quo cum non nisi unicum mobile assignari possit (nempe punctum ipsummet), utique omne, quod assumi in eo potest, dato tempore lineam describit datae aequalem. Interim fateor vocabulum motus aequidistributi puncto non satis convenire; sed cum defectu verborum laboremus, suffecerit constare de re.

Propositio 6.

Totum, et quidquid ei inest, aequali velocitate moventur, si motus est aequidistributus; et vicissim motus aequidistributus est, si totum et quidquid ei inest aequali velocitate moventur.

Sit (fig. 76) totum ABC, et pars ejus vel inexistens AB, motusque ipsius ABC sit aequidistributus, erit et motus ipsius AB aequidistributus (per prop. 1 hic). Itaque eadem est velocitas totius ABC et puncti A (per prop. 3 hic); rursus eadem est velocitas puncti A et partis AB (per dictam prop. 3); ergo eadem est velocitas totius ABC et partis AB. Vicissim si totum ABC et quicquid ei inest aequali velocitate moventur, etiam quae ipsi insunt, aequali inter se velocitate moventur. Et proinde (per prop. 2 hic) motus est aequidistributus.

Caput IV.

De Velocitate in motu simul aequidistributo et uniformi *).

Propositio 1.

Si motus puncti sit uniformis, eadem manet ejus velocitas.

Nam si motus sit uniformis, aequalibus temporibus aequalia a puncto absolvuntur spatia (per def. motus uniformis). Jam eadem manet velocitas, si unum punctum mobilis motum habentis aequaliter distributum, id est hoc loco puncti, aequalibus temporibus aequalia absolvat spatia (per def. 2 cap. praeced.).

---

*) Im Original hat Leibniz die Ueberschrift und den Anfang von Cap. IV. so geändert:

De motu simplice seu de velocitate in motu simul aequaliter distributo et uniformi.

Definitio. Motus simplex est, cum in mobili a puncto descriptum spatium aequale est spatio intra aequale priori tempus descripto ab ejusdem mobilis puncto quocunque.

Corollarium 1. Motus simplex est uniformis. Nam in motu simplice punctum A tempore T describat spatium S, et punctum A tempore aequali ipsi T describat spatium V, erit V aequale ipsi S per definit. hic. Ergo motus est uniformis (per definit. mot. unif.)

Corollarium 2. Motus simplex est aequidistributus. Nam in motu simplice si punctum A tempore T describat spatium S, et punctum B tempore eodem describat spatium Σ, erit Σ aequale ipsi S (per definit. hic). Ergo motus est aequidistributus (per def. motus aequidistr.).

Corollarium 3. Si motus sit simul uniformis et aequidistributus, est simplex. Sit motum punctum A describens tempore T spatium Σ, et punctum B describens tempore Θ aequali ipsi T spatium S, ajo fore S aequale ipsi Σ, seu (per def. hic) motum fore simplicem. Ponatur punctum A tempore Θ descripsisse spatium V, erit S aequale ipsi V (per definit. motus unif.) et V aequale ipsi Σ (per def. motus aequidist.). Ergo S aequale ipsi Σ.

Corollarium 4. Motus simplex idem est quod motus simul uniformis et aequidistributus.

Nam simplex est simul uniformis et aequidistributus per coroll. 1 et 2. Et simul uniformis et aequidistributus est simplex per coroll. 3. Ergo coincidunt.

Propositio 2.

Si eadem manet puncti velocitas, motus ejus est uniformis.

Moveatur (fig. 77) punctum A per lineam L, et in duobus quibuscunque lineae punctis seu locis ut $_1A$ vel $_2A$ sit eadem puncti moti velocitas; dico motum esse uniformem. Nam ponatur ex $_1A$ tempore aequali ipsi T absolvere lineam $_1A$ ($_1A$), et ex $_2A$ tempore aequali ipsi T rursus absolvere lineam $_2A$ ($_2A$). Jam motus puncti in ipso puncto est aequidistributus (per prop. 5 cap. praeced.), et in omni motu aequidistributo velocitates sunt ut lineae eadem manente velocitate descriptae (per def. 2 cap. praec.); ergo velocitas in $_1A$ est ad velocitatem in $_2A$, ut $_1A$ ($_1A$) ad $_2A$ ($_2A$). Sed inter velocitates ratio est aequalitatis; ergo et lineae sunt aequales. Itaque punctum aequalibus temporibus describit aequales lineas, quod (per def. motus uniformis) est motum puncti esse uniformem.

Propositio 3.

In eo quod motu aequidistributo movetur, coincidunt haec duo: Motum mobilis esse uniformem et aequivelocem.

Nam si mobile movetur motu uniformi, quodlibet ejus punctum movetur motu uniformi (per prop. 2 Mot. unif.); ergo quodlibet ejus punctum eandem retinet velocitatem (per prop. 1 hic). Sed in motu aequidistributo eadem est velocitas puncti et mobilis (per prop. 3 cap. praec.); ergo et mobile eandem retinet velocitatem. Vicissim si mobile cujus motus est aequidistributus eandem retinet velocitatem, etiam quodlibet ejus punctum eandem retinet velocitatem (per eand. prop. 3 c. praec.). Sed punctum eandem retinens velocitatem movetur motu uniformi (per prop. 2 hic), et cujus quodlibet punctum movetur motu uniformi, id ipsum movetur motu uniformi (per prop. 3 de motu unif.). Ergo mobile movetur uniformi. Itaque in motu aequidistributo tam ex motu uniformi sequitur eadem velocitas, quam vicissim ex eadem velocitate motus uniformis, quod est motum uniformem et aequivelocem in mobili aequidistribute moto coincidere.

Sed in eo, cujus motus non est aequidistributus, non semper coincidunt motus aequivelox et motus uniformis, quamquam id paradoxum videri possit. Nam quoties mobilis puncta

diversas habent velocitates, tunc si mobili ipsi volumus tribuere certam velocitatem mediam inter diversorum punctorum velocitates, fieri poterit ut mobile quidem in summa eandem velocitatem retineat, dum quod uni puncto detrahitur, alteri additur, ipsa vero puncta singula non retineant suas, quod tamen requiritur, ut mobilis motus sit uniformis.

Propositio 4.

In motibus uniformibus punctorum vel aequidistribute motorum velocitates mobilium sunt ut longitudines aequalibus temporibus percursae.

Sint (fig. 78) aequidistribute mota A et B absolventia temporibus ipsi T aequalibus longitudines ${}_1A_2A$, ${}_1B_2B$ motibus uniformibus; dico esse velocitatem in A ad velocitaiem in B, ut ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$. Nam in motibus aequivelocibus et aequidistribute motis est velocitas ad velocitatem ut ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$ (per def. 2 cap. praec.) seu ut longitudines percursae (per def. 3 d. cap.). Sed in aequidistribute motis idem est motus aequivelox et uniformis (per prop. 3 hic). Itaque in aequidistribute et uniformiter motis (qualia etiam per prop. 5 cap. praeced. semper sunt puncta uniformiter mota) velocitates sunt, ut longitudines aequalibus temporibus percursae.

Ut si velocitas ipsius A sit multipla velocitatis ipsius B (ut dupla, tripla, sesquialtera etc.), longitudo uniformiter aequali tempore percursa ab ipso A erit aequimultipla (etiam respective dupla, tripla, sesquialtera) percursae a B.

Propositio 5.

In motu uniformi punctorum vel aequidistribute motorum longitudines aequalibus amborum velocitatibus percursae sunt ut tempora impensa. Et vicissim in aequidistribute motis aut punctis, si semper sint longitudines ut tempora, motus sunt uniformes; et siquidem diversorum quoque mobilium invicem comparatorum longitudines percursae sint ut tempora, velocitates mobilium sunt aequales, non tantum sibi, sed et inter se.

Sint (fig. 79) mobilia duo AB et CD, quorum motus ${}_1A_1B_3A_3B$, item ${}_1C_1D_3C_2D$ facti respective temporibus TV et ES sint uniformes et aequidistributi; et praeterea velocitas ipsius AB aequalis velo-

citati ipsius CD; ajo esse longitudinem ${}_1A_3A$ tempore TV percursam ad longitudinem ${}_1C_3C$ tempore E percursam ut TV ad ES.

Ponantur in motu sumi tempora aequalia TM et EP, et his percurrantur a punctis A et C longitudines ${}_1A_2A$, ${}_1C_2C$ (per consec. 3 defin. loci motus). Quoniam mobilium AB et CD motus sunt uniformes (per prop. 2 de motu unif.), rursus quia motus mobilium AB et CD sunt aequidistributi, aequalis est velocitas puncti A et mobilis AB, itemque mobilis CD et puncti C (per prop. 3 cap. praec.) Jam ex hypothesi, aequalis est velocitas mobilis AB et mobilis CD; ergo aequalis est velocitas puncti A et puncti C. Porro longitudines ${}_1A_2A$ et ${}_1C_2C$ motibus uniformibus a punctis A et C aequalibus temporibus TM et EP percursae, sunt inter se ut velocitates ipsorum A et C (per praeced. propr.), quae sunt aequales ut ostendimus; ergo et ${}_1A_2A$ et ${}_1C_2C$ sunt aequales. Jam ob motum uniformem puncti est ${}_1A_3A$ ad ${}_1A_2A$ seu ad ${}_1C_2C$, ut TV ad TM seu ad EP (per pr. 5 de motu unif.) et (per eandem) est ${}_1C_2C$ ad ${}_1C_3C$ ut EP ad ES. Ergo jungendo prima postremis, erit ${}_1A_3A$ ad ${}_1C_3C$ ut TV ad ES, longitudines scilicet a motibus AB et CD percursae, ut tempora impensa. Eadem ratiocinatio est, si mobilia AB et CD contrahantur in ipsa puncta A et C, cum puncta (per prop. 5 cap. praec.) semper censeantur aequidistribute moveri. Vicissim si semper longitudines a mobili (aut mobilibus) percursae sint ut tempora, etiam ob motum aequidistributum (per def. 3 cap. de motu aequidistr.) punctorum viae erunt ut tempora; ergo (per prop. 6 de motu unif.) punctorum motus sunt uniformes; ergo (per prop. 1 hic) et velocitates punctorum constantes. Itaque (per prop. 2 hic) et mobilis velocitas constans, id est (per prop. 3 hic) motus uniformis. Idem est in pluribus mobilibus; nam si longitudines ab ${}_1A$ et ${}_2C$ percursae sunt ut tempora, et a ${}_2C$ et ${}_2A$ percursae ut tempora, etiam ab ${}_1A$ et ${}_2A$ percursae erunt ut tempora, adeoque longitudines a mobili AB percursae (eaedem quippe quae puncti A, per dict. def. 3) sunt ut tempora. Unde jam ostendimus motum mobilis esse uniformem, idemque est in mobili CD.

Quodsi denique sumto quocunque tempore motus ipsius A ut TM, et ipsius C ut PS, sint longitudines ut tempora; erunt velocitates mobilium A et C aequales semper sibi et inter se; sibi quidem, ut ostendimus ob motum uniformem; inter se vero, nam si temporibus TM et PS percurrantur longitudines ${}_1A_2A$ et ${}_1C_2C$,

sitque semper ${}_1A_2A$ ad ${}_2C_3C$ ut TM ad PS, itaque si tempora TM, PS sint aequalia, erunt et longitudines ${}_1A_2A$ et ${}_2C_3C$ aequales. Sed temporibus aequalibus velocitates sunt ut longitudines (per prop. 4 hic); ergo ipsorum A et C velocitates sunt aequales. Nempe si AB et CD moveantur motibus uniformibus et aequidistributis, et sint velocitates eorum aequales, sitque ES tempus motui impensum a CD multiplum utcunque (ut duplum, triplum, sesquialterum) temporis TV impensi a mobili AB; erit ${}_1C_3C$ longitudo a CD percursa similiter aequimultipla (ut dupla, tripla, sesquialtera) ipsius ${}_1A_2A$ longitudinis ab AB percursae.

Propositio 6.

In motibus uniformibus punctorum vel aequidistribute motorum, longitudines percursae sunt in ratione composita temporum et velocitatum.

Sint (fig. 80) mobilia uniformiter et aequidistribute mota A et B, et A percurrat tempore TE velocitate V longitudinem ${}_1A_2A$; similiter B tempore MS vel MP velocitate L longitudinem ${}_1B_2B$ vel ${}_1B_3B$; ajo esse ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$ in ratione composita V ad L et TE ad MS, vel ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_3B$ in ratione composita V ad L et TE ad MP. Nam si tempora TE et MP essent aequalia, utique forent longitudines ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ in ratione velocitatum V et L (per prop. 4 hic) adeoque in ratione composita temporum (aequalium) et velocitatum; sin tempora quibus longitudines ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ sunt percursae, sint inaequalia TE et MP, sumatur in majore MP pars minori aequalis MS, quo (per consectar. 3 def. loci motus) percurretur pars longitudinis ${}_1B_3B$, nempe ${}_1B_2B$. Ob tempora TE et MS aequalia erit longitudo percursa ${}_1A_2A$ ad longitudinem percursam ${}_1B_2B$ ut velocitas V ad velocitatem L (per prop. 4 hic). Rursus quia motus ipsius B per ${}_1B_2B_3B$ est uniformis, eadem retinetur velocitas (per prop. 1 hic), et in uniformiter et aequidistribute motis, quorum eadem est velocitas, nempe in B percurrente longitudinem ${}_1B_3B$, longitudines percursae ${}_1B_2B$ et ${}_1B_3B$ sunt ut tempora impensa MS (seu TE) et MP (per prop. praeced.) Itaque jungendo, quia ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$ ut V ad L, et ${}_1B_2B$ ad ${}_1B_3B$ ut TE ad MP, erit ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_3B$ in ratione composita V ad L et TE ad MP. Quod affirmabatur.

In numeris sit velocitas L dupla velocitatis V, et tempus MP triplum temporis TE, erit longitudo ${}_1B_3B$ velocitate L tempore MP

percursa ad longitudinem ${}_1A_2A$ velocitate V tempore TE percursam in ratione composita 3 ad 1 et 2 ad 1, id est in ratione 6 ad 1, sive ut factum ex tempore in velocitatem, seu si velocitas ipsius B sit dupla et tempus triplum respectu velocitatis et temporis ipsius B, erit ipsius B percursa longitudo bis tripla seu ter dupla, hoc est sextupla longitudinis ab A percursae.

Propositio 7.

Quandocunque percursa a mobilibus longitudo ea esse censetur quae ab aliquo puncto est percursa, et velocitas, quae ejusdem puncti, et motus mobilium sunt uniformes; tunc longitudines percursae sunt in ratione composita temporum et velocitatum.

Nam in punctis sunt tales (per praeced.), et hoc loco idem esse intelligitur motus mobilis qui puncti, perinde ac si motu aequidistributo secundum hujus puncti motum moveretur.

Ut (fig. 81) si sphaera AB, cujus centrum A provolvatur super linea LMN, solet sphaerae attribui motus centri A perinde ac si in punctum reducta percurreret lineam ${}_1A_2A_3A$ (parallelam ipsi LMN) vel perinde ac si motu aequidistributo sine ulla rotatione moveretur, quo casu etiam longitudo motus sphaerae eadem censeretur quae puncti in ea ut A (per def. 3 cap. praeced.), neglecta scilicet rotatione puncti B, Cycloidem quandam describentis.

Propositio 8.

In praedictis mobilibus (propositionis 6 vel 7) uniformiter motis velocitates sunt in ratione composita ex longitudinum percursarum directa et temporum reciproca.

In figura propositionis 6 hic (sive fig. 80) ajo esse velocitates L ad V in ratione composita ex ratione longitudinum ${}_1B_3B$ et ${}_1A_2A$ directa, et ex ratione temporum MP et TE inversa, seu esse L ad V in ratione composita ex ${}_1B_3B$ ad ${}_1A_2A$ et TE ad MP. Est enim (per prop. 6 hic) ${}_1B_3B$ ad ${}_1A_2A$ et in ratione composita ex L ad V et ex MP ad TE; ergo (ex Elementis) est L ad V in ratione composita ${}_1B_3B$ ad ${}_1A_2A$ et TE ad MP.

In numeris, mobilis velocitas L (dupla) est ad ipsius A velocitatem V (simplam) ut numerus longitudinem a B percursam

${}_1B_2B$ exprimens (6) divisus per numerum tempus MP a B impensum exprimentem (3) est ad numerum longitudinem ab A percursam ${}_1A_2A$ exprimentem (1) divisum per numerum tempus TE ab A impensum exprimentem (1). Nam 2 ad 1 est ut $\frac{6}{3}$ ad $\frac{1}{1}$.

Propositio 9.

In iisdem mobilibus uniformiter motis tempora sunt in ratione composita ex longitudinum percursarum directa et velocitatum reciproca.

Patet ex praecedenti vel ad eundem modum.

In numeris, quoad casum figurae prop. 6 tempus MP a B impensum (triplum) est ad tempus TE ab A impensum (simplum) ut numerus longitudinem a B percursam ${}_1B_2B$ exprimens (6) divisus per numerum ipsius B velocitatem LB exprimentem (2) est ad numerum longitudinem ab A percursam ${}_1A_2A$ exprimentem (1) divisum per numerum ipsius A velocitatem V exprimentem (1), seu 3 est ad 1 ut $\frac{6}{2}$ ad $\frac{1}{1}$. Et ut generaliter rem designemus: Longitudo est ut tempus in velocitatem, et velocitas est ut longitudo per tempus, et denique tempus est ut longitudo per velocitatem divisa.

Propositio 10.

In iisdem mobilibus uniformiter motis coincidit: Longitudines esse aequales, et Velocitates esse temporibus reciproce proportionales.

Patet ex prop. 8 vel 9. Nam (fig. 82) quia velocitates (3) et (2) sunt in ratione composita ex directa longitudinum 6 et 6 et reciproca temporum ((2)) et ((3)) (per prop. 8 hic), et longitudines nunc sunt aequales ex hypothesi; itaque dempta ratione aequalitatis erunt velocitates (3) et (2) reciproce ut tempora ((2)) et ((3)), seu erit velocitas (3) ad velocitatem (2) ut tempus ((3)) ad tempus ((2)). Idemque succedit et vicissim.

Non inutile erit indiculum subjicere positionum in his, quae demonstravimus, contentarum, etsi quaedam bis diverso habitu occurrant.

In mobilibus motis aequidistribute, aliisque omnibus quorum motum aestimamus motu puncti tanquam aequidistributum; si motus sunt uniformes, tunc

1) Temporibus impensis aequalibus Velocitates sunt ut Longitudines percursae. Veluti si eodem tempore percurratur longitudo dupla, erit velocitas dupla (per prop. 4).

2) Longitudinibus percursis aequalibus, Velocitates sunt reciproce ut tempora. Veluti si longitudo aequalis percurratur tempore duplo, velocitas erit dimidia; sin tempore dimidio, erit dupla (per prop. 10).

3) Velocitates sunt in ratione composita ex longitudinum directa et temporum reciproca. Veluti si sextupla percurratur tempore triplo, erit velocitas dupla (per prop. 8).

4) Velocitatibus aequalibus, Tempora sunt ut longitudines. Veluti si eadem sit velocitas, ad percurrendam longitudinem duplam requiritur tempus duplum (per prop. 5).

5) Longitudinibus aequalibus, Tempora sunt reciproce ut velocitates. Veluti si longitudo simpla velocitate dupla percurratur, impendetur tempus dimidium (coincidit cum posit. 2).

6) Tempora sunt in ratione composita ex longitudinum directa et velocitatum reciproca. Veluti si longitudo tripla velocitate dimidia percurratur, impendetur tempus sextuplum (per prop. 9).

7) Velocitatibus aequalibus, Longitudines percursae sunt ut tempora. Sic, eadem manente velocitate, longitudo dupla percurretur tempore duplo (coincidit cum posit. 4).

8) Temporibus aequalibus, Longitudines percursae sunt ut velocitates. Sic eodem tempore velocitate dupla percurretur longitudo dupla (coincidit cum posit. 1).

9) Longitudines percursae sunt in ratione composita (directa) temporum et velocitatum. Sic duplo tempore triplaque velocitate percurretur longitudo sextupla (per prop. 6).

Caput V.

De Motu simpliciter simplice.

Definitio 1. **Motus simpliciter simplex est, cum motus punctorum mobilis dati prorsus conveniunt sibi et inter se; ita ut non possint magis.**

Hoc est cum nec unus puncti status ab alio priore aut posteriore, nec unum punctum ab alio discerni potest, quatenus tantum motus eorum spectatur. Motibus quippe semper existentibus similibus et similiter positis inter se, nullum est ex ipsis discernendi principium, etsi fortasse discerni puncta possint respectu corporum, per situm scilicet quem habent in corporibus, quod

evitari non potest, ut taceam qualitates quibus corporis partes variantur, quorum hic non habetur ratio. Sufficit ergo motus punctorum per se spectatos quantum possunt convenire.

Propositio 1.

Motus simpliciter simplex est uniformis.

Sit (fig. 83) punctum mobilis motu simpliciter simplice moti quodcunque A; ajo motum ejus esse uniformem, adeoque (per def. 1 cap. de motu uniformi) etiam motum mobilis esse uniformem. Ponamus punctum A tempore TE describere lineam ${}_1A_2A$, et tempore aequali EM lineam ${}_2A_3A$, erit et linea ${}_1A_2A$ aequalis lineae ${}_2A_3A$, alioqui non satis convenient motus prior posteriori (contra def. motus simpliciter simplicis). Itaque punctum aequalibus temporibus aequalia describit spatia, hoc est (per dictam def. 1) motus ejus est uniformis.

Propositio 2. Definitio 2.

Motus simpliciter simplex est rectilineus. Rectilineus autem motus est in quo unumquodque punctum mobilis describit lineam rectam.

Sit (fig. 84) mobilis punctum quodcunque A describens lineam ${}_1A_2A_3A$; si motus mobilis est simpliciter simplex, ajo lineam descriptam esse rectam. Sit enim non recta, si possibile est, et sumto aliquo puncti A loco intermedio ut ${}_2A$ non cadente in directum cum primo et ultimo punctis ${}_1A$ et ${}_3A$, utique junctae rectae ${}_1A_2A$ et ${}_3A_2A$ facient angulum ${}_1A_2A_3A$. Quodsi jam motus prior et posterior conveniunt (ex def. motus simpliciter simplicis), angulus ${}_1A_2A_3A$ semper erit aequalis, ubicunque durante motu sumatur punctum ${}_2A$ vel ${}_{(2)}A$, itaque linea ${}_1A_2A_{(2)}A_3A$ erit arcus circuli (ex Elementis). Sed hoc esse non potest. Jungatur enim recta ${}_1A_3A$, necesse est (ob motum simpliciter simplicem) angulum ${}_2A_1A_3A$ aequalem esse angulo ${}_{(2)}A_1A_3A$; cumque et angulus ad ${}_2A$ sit aequalis angulo ad ${}_{(2)}A$, etiam tertius in triangulis ${}_1A_2A_3A$ et ${}_1A_{(2)}A_3A$ angulus erit aequalis, nempe ${}_2A_3A_1A$ et ${}_{(2)}A_3A_1A$; sunt ergo triangula aequiangula, et cum habeant et latus commune ${}_1A_3A$, erunt et congrua, adeoque latus ${}_2A_3A$ erit aequale lateri ${}_{(2)}A_3A$, ac proinde durante motu omnia puncti mobilis A loca intermedia ut ${}_2A$ et ${}_{(2)}A$ semper aequaliter distabunt ab extremo motus puncto ${}_3A$, quod est absurdum, nunquam enim

perveniret mobile ad $_3A$. Necesse est ergo, ut rectae $_1A_2A$, $_2A_3A$ nullum faciant angulum neque inter se neque ad rectam $_1A_3A$, hoc est necesse est motum $_1A_2A_3A$ fieri in linea recta, seu puncta $_2A$ cadere in rectam $_1A_3A$.

Propositio 3. Definitio 3.

Motus simpliciter simplex est consentiens. Motus autem consentiens est, in quo puncta mobilis easdem inter se distantias servant seu moventur ad modum rigidorum.

Magis enim conveniunt motus, si easdem servent distantias et possunt servare; itaque (per def. motus simpliciter simpl.) eas servabunt.

Propositio 4.

Motus simpliciter simplex est aequidistributus.

Sint (fig. 85) mobilis puncta duo quaecunque A et B, quae eodem tempore describant lineas $_1A_2A$ et $_1B_2B$, erunt lineae aequales (ex def. motus simpliciter simpl.). Jam mobile, cujus duo puncta quaevis eodem tempore aequales describunt lineas (seu aequali velocitate moventur), id utique (per def. 1 cap. de velocitate motus aequidistr.) movetur motu aequidistributo.

Propositio 5. Definitio 4.

Motus simpliciter simplex est aequidirectus. Aequidirectus autem Motus est, si directiones quas duo quaevis mobilis puncta habent eodem tempore, sunt parallelae et ad easdem partes. Directio autem puncti est recta tangens lineam a puncto descriptam ex loco puncti educta ad eas partes, ad quas punctum porro tendit.

Sint (fig. 86) duo mobilis puncta quaecunque A et B, sintque simul A in loco $_1A$, et B in loco $_1B$, continueturque utcunque motus ipsius A in $_2A$, et eodem tempore ipsius B in $_2B$. Jam cum $_1A_2A$ et $_1B_2B$ sint rectae (per prop. 2 hic) et recta tangens rectam non possit esse nisi recta ipsamet, coincidens ei quam tangit (neque enim aliter recta rectae occurrere potest quin producta eam secet) et ob aequales $_1A_1B$ et $_2A_2B$ (per prop. 3 hic) itemque $_1A_2A$ et $_1B_2B$ (per prop. 4 hic) sint (ex Elementis) ipsae $_1A_2A$ et $_1B_2B$ parallelae; erunt parallelae inter se tangentes in easdem

partes in quas puncta ex A et B porro tendunt eductae, adeoque et directiones erunt parallelae inter se et ad easdem partes, id est (per def. hic) motus aequidirectus.

Possunt autem duo puncta habere motus aequidirectos, etsi non describant lineas parallelas, nam duae esse possunt curvae non parallelae (fig. 87) CC et DD tales, ut dato puncto C, in una assignari possit semper respondens punctum D in alia, cujus tangens sit tangenti prioris parallela, et punctis C et D motis ut semper in locis duarum linearum ita respondentibus simul reperiantur, motus erit aequidirectus.

Propositio 6.

Si motus sit uniformis et aequidistributus et rectilineus et aequidirectus, est simpliciter simplex.

Nam motus ejusdem puncti in mobili durante aliquo tempore non magis convenire potest sibi ipsi quam si motus sit uniformis et in linea recta, et in easdem partes; et motus duorum quorumlibet punctorum non magis convenire possunt inter se quam ut aequales simul describant lineas easque prorsus similes et similiter positas, nempe rectas et parallelas et ad easdem partes ductas. Data enim magnitudine temporis, lineae descriptae, et hujus specie et directione, ipse motus puncti dati est datus. Quae vero conveniunt in his quibus datis dantur, non magis convenire possunt, nisi prorsus coincidant; quod fieri est contra hypothesin.

Horum quatuor motus simpliciter simplicis requisitorum unumquodque sine reliquis stare potest, et velocitatem quidem uniformem aut non uniformem fieri posse constat eadem manente linea motus, et lineae motus a diversis punctis simul descriptae magnitudo manere potest, mutata licet directione et flexu lineae; ut cum mobile aliquod concipitur velut compositum ex pluribus globis disjunctis in liquore natantibus, aut ad instar gregis vel exercitus ex militibus compositi; quorum alii in diversam ab aliis plagam tendunt. Potest etiam mobile dari rigidum seu ad rigidi instar sive consentienter motum, et quidem motu rectilineo ita ut quodvis punctum describat rectam, motus tamen non sit simplex; fieri enim potest, ut non sit aequidirectus, nec rectae a punctis descriptae sint parallelae. Caeterum ex hac propositione juncta prop. 3 patet, motum qui simul sit uniformis, aequidistributus,

rectilineus et aequidirectus, etiam esse consentientem, perinde ac si puncta omnia in eodem rigido essent.

Propositio 7.

Quicquid est in moto motu simpliciter simplici, id ipsum movetur motu simpliciter simplici.

Quicquid enim verum est de omnibus punctis continentis, id etiam verum est de omnibus punctis contenti, quippe quae sub illorum numero continentur. Motus autem simplex (per def. 1) ex illis cognoscitur, quae de omnibus mobilis punctis vera sunt.

Propositio 8.

Omnis motus per se est simpliciter simplex.

Omnia enim per se omnino manent qualia sunt, per se, inquam, id est nisi accidat aliunde supervenire rationem mutationis. Jam motus qui manet omnino qualis est (seu ita, ut non possit magis), est simpliciter simplex (per def. 1 hic).

SECTIO TERTIA.

DE ACTIONE ET POTENTIA.

Caput I.

De Actione motus formali ejusque Effectu.

Definitio 1. Quantitas est numerus partium, posito mensuram esse unitatem.

Ita decempedae quantitas est denarius pedum, seu denarius, cujus unitas est pes.

Definitio 2. Quantitas effectus formalis in motu est, cujus mensura est materiam certae quantitatis (motu aequidistributo) motam esse per certam longitudinem.

Ut (fig. 88) quantitatem materiae contentam in AB translatam esse ex $_1A_1B$ in $_2A_2B$ per certam longitudinem, nempe lineae $_1A_2A$ a quocunque corporis puncto ut A descriptae, quae scilicet est longitudo motus aequidistributi (def. cap. de velocitate motus aequidistr.), ubi nempe linea a quocunque mobili puncto descripta est aequalis (def. 1 dict. cap.). Itaque si haec mensura effectus in motu aliquoties repetatur, etiam toties repetetur seu multiplicabitur quantitas effectus.

Definitio 3. Quantitas actionis formalis in motu est, cujus mensura est materiam certae quantitatis motam esse per certam longitudinem (motu uniformi aequidistributo) intra certum tempus.

Itaque differt effectus ab actione, quod in effectu solum ejus quod praestitum est, nempe materiae translatae et spatii, per quod facta est translatio, in actione vero integra etiam velocitatis seu temporis T quo praestitus est effectus seu quo (in fig. def. praec.) facta est translatio ex ${}_1A_1B$ in ${}_2A_2B$, habetur ratio. Formalem autem appellavi tam effectum quam actionem, quia, ut hoc loco definivimus, motui est essentialis; secus ac sunt alii effectus aliaeve actiones, ex impedimento quodam peculiari nascentes, ut ex vi gravitatis corpora versus centrum terrae prementis, aut ex resistentia medii vel contractus, aut ex elastro aliquo vincendo, et similibus materiae concretae accidentibus. Si quis autem vocabulum Metaphysicum aegrius fert in re Mathematica, cogitet non aliud commodius suppetiisse, et assignata definitione omnem ambiguitatem esse sublatam.

Cautio.

Sequentes Propositiones circa actionem et potentiam de motibus simplicibus vel saltem de motibus aequidistributis simul et uniformibus intelliguntur.

Propositio 1.

Si eadem quantitas materiae per diversas longitudines mota sit, effectus formales motuum sunt ut longitudines. Quodsi praeterea velocitatum gradus sint aequales, etiam actiones formales motuum sunt ut longitudines.

Sit (fig. 89) materia A (unius librae si placet) translata per longitudinem ${}_0A_2A$, et materia B ei aequalis (etiam unius librae) translata per longitudinem ${}_0B_3B$; et mensura longitudinum communis sit pes, resoluta nimirum longitudine ${}_0A_2A$ in pedes quotcunque, verbi gr. duos, ${}_0A_1A$, ${}_1A_2A$, et resoluta longitudine ${}_0B_3B$ in pedes quotcunque, ut tres ${}_0B_1B$, ${}_1B_2B$, ${}_2B_3B$; et unusquisque pedum absolvatur eadem velocitate, nempe tempori aequali ipsi tempori T, veluti tempore minuti, si placet. His positis mensura actionum formalium erit actio movendi materiam unius librae per

longitudinem pedis unius tempore minuti (per def. 3 hic), et ad transferendam libram A per duos pedes transfertur libra A per pedem unum $_0A_1A$ tempore minuti, et rursus transfertur libra A per pedem unum $_1A_2A$ tempore minuti. Itaque actio transferendi libram A per $_0A_2A$ duos pedes, continet mensuram actionis toties, quoties longitudo $_0A_2A$ continet pedem seu mensuram longitudinis, nempe bis. Similiter actio transferendi libram B per $_0B_3B$ pedes tres, continet mensuram actionis, quoties longitudo $_0B_3B$ continet mensuram longitudinis sive pedem, nempe ter. Jam quantitates sunt ut numeri, posito mensuram esse unitatem (per def. 1). Itaque quantitates actionum sunt ut quantitates longitudinum. Idem est de quantitatibus effectuum, etiamsi velocitates non fuissent aequales (per def. 2 hic). Quodsi longitudines sint incommensurabiles, possunt pro ipsis substitui commensurabiles ab ipsis differentes minus differentia quavis data, veluti si mensurae quantitas data differentia tanto minor assumatur, ut error etiam prodeat minor errore quovis dato, id est nullus.

Propositio familiariter ita enuntiari ostendique potest:

Effectus movendi libram unam per pedes duos (tres) est duplus (triplus) effectus movendi libram unam per pedem unum. Et actio movendi libram unam per pedes duos (tres) tempore duorum (trium) minutorum est dupla (tripla) actionis movendi libram unam per pedem unum tempore unius minuti.

Manifestum enim est, in quantitate composita bis (terve) repeti simplicem, quae est, mensura (per defin. 2 et 3). Itaque composita quantitas erit ad simplicem (per def. 1) ut numerus repetitionum ad unitatem. Et constat ejusdem velocitatis esse percurrere unum pedem tempore unius minuti, et percurrere duos (tres) pedes tempore duorum (trium) minutorum (per prop. 5 cap. de veloc. motus aequidistr. et unif.).

Propositio 2.

Si diversa mobilia moveantur per longitudines aequales, effectus motuum formales erunt ut mobilia. Quodsi praeterea et velocitatum gradus sint aequales, etiam actiones motuum formales erunt ut mobilia.

Sint (fig. 90) mobilia AG et LP translata per longitudinem

${}_1A_2A$ vel ${}_1L_2L$ unius pedis, aequali velocitate seu tempore T unius si placet minuti; et mobilium mensura sit libra; et mobile AC resolvatur in libras si placet duas, AB, BC, mobile autem LP in libras tres LM, MN, NP; habemus in ipsius AC motu bis repetitam mensuram actionis, nempe habemus libram AB translatam per longitudinem unius pedis tempore T seu velocitate unius gradus (per def. 3) et rursus libram BC tempore aequali seu velocitate eadem per longitudinem unius pedis translatam. Similiter in motu ipsius LP habemus mensuram actionis ter repetitam. Et utrobique toties habemus mensuram actionis, quoties mensuram materiae in mobilibus. Sunt ergo quantitates actionum ut mobilium (per def. 1). Idem est in effectibus (per def. 2), quaecunque sit velocitas aut quodcunque impensum tempus. Et idem est in mobilibus incommensurabilibus, ut patet per rationem adhibitam in prop. praeced.

Propositio familiarius ita enuntiari potest: E f f e c t u s m o v e n d i l i b r a s d u a s (t r e s) p e r p e d e m u n u m e s t d u p l u s (t r i p l u s) e f f e c t u s m o v e n d i l i b r a m u n a m p e r p e d e m u n u m; e t a c t i o m o v e n d i l i b r a s d u a s (t r e s) p e r p e d e m u n u m t e m p o r e u n i u s m i n u t i, e s t d u p l a (t r i p l a) a c t i o n i s m o v e n d i l i b r a m u n a m p e r p e d e m u n u m t e m p o r e u n i u s m i n u t i.

Propositio 3.

E f f e c t u s m o t u u m f o r m a l e s e t, p o s i t a a e q u a l i v e l o c i t a t e, e t i a m a c t i o n e s m o t u u m f o r m a l e s, s u n t i n r a t i o n e c o m p o s i t a m o b i l i u m e t l o n g i t u d i n u m.

Si mobilia sint aequalia, caeteris positis erunt effectus et actiones ut longitudines (per prop. 1 hic); ergo in casu aequalitatis mobilium, erunt in ratione mobilium et longitudinum composita.

Sin mobilia sint inaequalia, sumatur (fig. 91) majoris LMN (4) pars LM(3) aequalis minori AB(3); effectus itemque actio motus ${}_1A_2B(6)$ est ad effectum itemque actionem motus ${}_1L_3M(15)$ ut longitudo ${}_1A_2A(2)$ ad longitudinem ${}_1L_2L(5)$ (per prop. 1 hic); rursus effectus itemque actio motus ${}_1L_2M(15)$ ad effectum itemque actionem motus ${}_1L_2N(20)$ est ut mobile LM(3) seu AB(3) ad mobile LN(4) (per prop. 2 hic). Ergo jungendo prima postremis effectus itemque actio motus ${}_1A_2B(6)$ est ad effectum itemque actionem

motus ${}_1L_2N(20)$ in ratione composita longitudinis ${}_1A_2A(2)$ ad longitudinem ${}_1L_2L(5)$ et mobilis AB(3) ad mobile LN(4), seu ut est rectangulum ${}_1A_2B(3$ in 2 seu 6) ad rectangulum ${}_1L_2N(4$ in 5 seu 20).

Nimirum effectus movendi libras duas per pedes tres est bis triplus seu sextuplus ipsius effectus movendi unam libram per pedum unum; et actio movendi libras duas per pedes tres in minuto temporis uno est bis tripla seu sextupla actionis movendi libram unam per pedem unum in uno temporis minuto.

Axioma.

Eandem materiae quantitatem per eandem longitudinem moveri in tempore minore, est actio major.

Percurrere leucam in dimidia hora est majus quam percurrere leucam in hora integra; et ita de caeteris *).

Propositio 4.

Si eadem materiae quantitas moveatur per longitudines aequales temporibus quatuor, et sint tempora duo priora inter se ut tempora duo posteriora, vel (quod idem est) velocitates duae priores inter se ut velocitates duae posteriores; etiam actiones duae priores in eadem inter se ratione erunt, in qua duae actiones posteriores.

Sit (fig. 92) mobile A percurrens longitudines quatuor aequales ipsi ${}_1A_2A$ temporibus BC, EFG, LM, NPQ, sitque tempus EFG in eadem proportione ad tempus BC, in qua est tempus NPQ ad tempus LM; ajo: et actionem, cui impensum est tempus EFG, esse ad actionem, cui impensum est tempus BC, in ea proportione, in qua actio, cui impensum est tempus NPQ, est ad actionem, cui impensum est tempus LM. Cum enim actionis mensura sit, mobile certae magnitudinis percurrisse longitudinem certae extensionis

*) Leibniz hat im Original bemerkt: Si nollemus demonstrare prop. 4, possemus ex Axio. et prop. 4. facere tale axioma utrumque complectens: Si eadem materiae quantitas per eandem longitudinem moveatur quatuor temporibus B, E, L, M, sitque B minus quam E in ratione qua L minus quam M, erit actio per B major actione per E, in ratione qua actio per L major est actione per M.

certo velocitatis gradu seu certa temporis parte (per def. 3), et longitudo translationis itemque magnitudo mobilis sint in omnibus eaedem (ex hypothes.), et eadem ratio utrobique temporum (adeoque velocitatum), omnia, quibus actio aestimari potest, erunt similia a parte BC et EFG ut a parte LM et NPQ. Itaque nulla causa reperiri potest, cur major ab una parte quam alia actionum proportio esse dicatur. Est ergo eadem. Idem est de velocitatibus, nam si duae priores velocitates in ea sunt ratione, in qua duae posteriores, etiam tempora posteriora prioribus erunt proportionalia, quia velocitates (aequalibus longitudinibus percursis) sunt temporibus reciproce proportionales (per prop. 8 cap. de veloc. in motu aequidistr. et unif.).

Fieri non potest, ut alius modus haec demonstrandi reperiatur, quia actiones, quae velocitate differunt, non possunt reduci ad congruentiam, uti paulo ante reduximus ad congruentiam eas, quae velocitatem eandem habent, tantumque magnitudine mobilis aut longitudinis differunt; itaque per viam similitudinis comparatio differentium velocitate actionum obtinenda est.

Propositio 5.

Si velocitates in eadem materiae quantitate per longitudinem eandem movenda exercitae assumantur in progressione Geometrica crescente, erunt et actiones formales motuum in progressione Geometrica crescente.

Sint velocitates A, B, C progressionis Geometricae seu A ad B ut B ad C, et sint actiones L, M, N; ajo etiam esse L ad M ut M ad N. Nam assumatur alia velocitas H aequalis ipsi B, qua fiat alia actio Z aequalis ipsi M; quia A ad B ut B ad C (ex hyp.), ergo A ad B ut H ad C (ex constructione); ergo et L ad M ut Z ad N (per prop. praeced.), id est (per construct.) L ad M ut M ad N. Idemque est si progressio Geometrica continuetur utcunque. Crescentibus autem velocitatibus crescunt actiones, quia crescentibus velocitatibus et manente longitudine, tempora decrescunt (per prop. 8 cap. de velòc. in motu aequidistr. et unif.), et decrescentibus temporibus manente longitudine, cui impenduntur, crescunt actiones (per axioma hic).

Propositio 6. Lemma.

Si duae sint progressiones Geometricae simul crescentes, termini unius erunt in eadem, multiplicata aut submultiplicata ratione terminorum respondentium alterius.

Sint Geometricae progressiones vel series A, B, C, D, E, F, et L, M, N, P, Q; ajo esse A ad B in ratione eadem vel multiplicata L ad M, vel contra L ad M in eadem aut multiplicata ratione A ad B (quo casu erit A ad B in submultiplicata L ad M). Nam interpolando continue seriem priorem, omnes aliae quantitates homogeneae vel ab illis indefinite parvo errore differentes in eam cadent; itaque et in seriem priorem A, B, C cadet series posterior L, M, N, et quidem intervallis seu logarithmorum differentiis aequalibus, quia ipsa quoque L, M, N progressionis Geometricae est. Jam si in serie geometricae progressionis assumatur alia series progressionis geometricae, sed majoribus intervallis, tunc termini posterioris sunt in multiplicata ratione terminorum prioris, et quidem ratio multiplicata est in ratione intervalli majoris ad minus, seu intervalli seriei unius ad intervallum alterius, quod in unaquaque serie est constans; contra termini prioris sunt in ratione submultiplicata terminorum posterioris.

Sic si sint duae series simul crescentes progressionis geometricae 1, 4, 16, 64, et 2, 16, 128, 1024; tunc interpolata priore, ut in eam incedat posterior, res ita stabit:

	A		B		C		D		E		F
Series communis	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
		L			M			N			P
Logarithm.	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
Series prior	1	·	4	·	16	·	64	.	.	.	.
Logarithm.	(0)	·	(2)	·	(4)	·	(6)	.	.	.	.
Intervalla	·	(2)	·	(2)	·	(2)	.	.	.	.	.
Series posterior	·	2	·	·	16	·	·	128	·	·	1024
Logarithm.	·	1	·	·	4	·	·	7	·	·	10
Intervalla	·	·	(3)	·	·	(3)	·	·	(3)	·	·

Et cum differentiae logarithmorum seriei A, B, C, D sint ad differentias logarithmorum seriei L, M, N, P ut 2 ad 3, erunt termini seriei posterioris in ratione multiplicata terminorum prioris secundum rationem 3 ad 2 sive numerum indicem vel exponentem $\frac{3}{2}$, seu ratio L ad M (2 ad 16) est rationis A ad B (seu 1 ad 4) triplicata subduplicata, vel ratio A ad B est rationis L ad M duplicata subtriplicata; cum enim ratio L ad M sit ut cuborum (nam 2, 16, 128 etc. est ut 1, 8, 64 etc.), ratio A ad B est ut quadratorum (nempe 1, 4, 16 etc.). Eademque locum habent in aliis omnibus, etiamsi indefinite sit progrediendum in interpolanda serie priore ut in eam incidat posterior, quemadmodum factum est in calculandis logarithmis.

Propositio 7.

Si eadem materiae quantitas moveatur per longitudines aequales, velocitates erunt actionibus proportionales.

Nam velocitates duae quaecunque A et B possunt intelligi termini seriei progressionis Geometricae. Haec series continuetur ut sit A, B, C; itaque respondentes eis actiones L, M, N erunt etiam termini progressionis Geometricae (per prop. 5) et quidem vel ejusdem seu in ratione simplice velocitatum, vel in ratione velocitatum secundum numerum certum multiplicata aut submultiplicata (per prop. 6 hic). Sed quoniam longitudine et materia posita eadem, nullius alterius quam solius velocitatis vel temporis (quod velocitati, qua eadem longitudo percurritur, reciproce proportionale est) consideratio superesse potest (per def. 3 hic), itaque nulla fieri potest compositio sive multiplicatio rationum. Et proinde necesse est actiones eandem quantitatem materiae per eandem longitudinem transferentes esse simpliciter in ratione velocitatum, seu ob eandem longitudinem (per prop. 8 cap. 4 sect. 2) in ratione temporum reciproca.

Hanc propositionem ita pro captu omnium facilius enuntiavimus: Transferre libram per unum pedem intra temporis minutum duplo (triplo) major actio est, quam transferre unam libram per unum pedem intra duo (tria) minuta. Idque tamquam axioma assumere poteram, quod iis sufficere potest, qui vim ratiocinationis Geometricae profundioris non satis facile attingunt. Volui tamen ad agendam artem ma-

tionis in usum Geometrarum ostendere, quomodo in praesenti materia ex solo axiomate simpliciore assumto, quod nempe majus sit efficere idem minore tempore, consequatur actionem motus formalem esse praecise in ea proportione majorem, in qua minus est tempus; quemadmodum Archimedes assumens majus esse momentum ex majore distantia, tandem (licet alia methodo) demonstravit esse momenta ut distantias.

Propositio 8.

Si aequales sunt effectus, erunt quantitates materiae reciproce ut longitudines motus; idemque est, si aequales sint actiones et motuum tempora seu velocitates. Et vicissim: Si quantitates materiae sint reciproce ut longitudines, effectus vel aequalibus simul velocitatibus et actiones sunt aequales.

Quoniam enim effectus vel in casu aequalium temporum actiones sunt in ratione composita et quantitatum materiae et longitudinum (per prop. 3 hic), ideo si effectus vel actiones sint aequales, fient (per Elementa) quantitates materiae longitudinibus reciproce proportionales. Et contra, si reciproce proportionales sint quantitates materiae longitudinibus, erunt effectus aequales, et in casu aequalium velocitatum et actiones. Itaque tres libras transferre per longitudinem duorum pedum aequalis est effectus effectui, vel si aequalia sint tempora, aequalis est actio actioni transferendi duas libras per longitudinem trium pedum. Quod et sic ostendi potest: Tres libras transferre per longitudinem duorum pedum sextuplus est effectus transferentis unam libram per longitudinem unius pedis. Et duas libras transferre per longitudinem trium pedum sextuplus est effectus transferentis unam libram per longitudinem unius pedis (utrumque per prop. 3 hic). Ergo aequale est duas libras per tres pedes vel tres libras per duos pedes transferre.

Propositio 9.

Si eadem sit quantitas effectus in motibus, actiones motuum formales sunt velocitatibus agendi proportionales.

Sit (fig. 93) motus A effectus quicunque B, uti transferendi duas libras per sex pedes, velocitas C graduum quorumcunque ut 2. Et sit rursus motus L effectus B, priori aequalis, vel uti trans-

ferendi tres libras per quatuor pedes (quem aequalem priori esse patet ex prop. praec.), velocitas N graduum quorumcunque ut 3; ajo actionem motus A esse ad actionem motus L ut C(2) ad N(3). Assumantur duo alii motus, unus R transferens unam libram per unum pedem velocitate C(2), alter S transferens unam libram per unum pedem velocitate N(3), et effectus transferendi unam libram per unum pedem vocetur Q. Actio motus A est ad actionem motus R (ob velocitates C aequales, ambas graduum 2) ut effectus B ad effectum Q (per prop. 3 hic), et actio motus R est ad actionem motus S ob effectus aequales Q (utrobique unius librae translatae per unum pedem) ut velocitates, nempe ut velocitas C(2) ad velocitatem N(3) (per prop. 7 hic). Et denique actio motus S est ad actionem motus L (ob velocitates N aequales, ambas graduum 3) ut effectus Q ad effectum B (per prop. 3 hic). Ergo denique actio motus A est ad actionem motus L in ratione composita B ad Q et C ad N et Q ad B; et quia ratio composita ex B ad Q et Q ad B est aequalitatis, erit actio motus A ad actionem motus L in ratione C ad N, seu in ratione velocitatum agendi.

Propositio 10.

Actiones formales motuum sunt in ratione composita effectuum formalium et velocitatum agendi, seu in ratione composita quantitatum materiae, longitudinum, per quas sunt motae, et velocitatum.

Nam si effectus sint aequales, erunt actiones ut velocitates efficiendi (per prop. 7 hic); ergo sic et in ratione composita effectuum et velocitatum. Si effectus sint inaequales, sit (fig. 94) effectus A, velocitas B, actio C; et rursus effectus DEF, velocitas GH, actio NPQ. Sumatur effectus majoris DEF pars DE aequalis ipsi effectui A, producta actione NP parte actionis NPQ, et eadem velocitate ut GH, qua actio integra NPQ. Jam actio NPQ est ad actionem NP ut effectus DEF ad effectum DE ob aequalem velocitatem utrobique GH (per prop. 3 hic) et actio NP est ad actionem C ut velocitas GH ad velocitatem B ob effectus DE et A aequales (per prop. 9 hic). Ergo actio NPQ est ad actionem C in ratione composita ex ratione effectus DEF ad effectum DE et ratione velocitatis GH ad velocitatem B. Sunt autem effectus in ratione composita quantitatum materiae et longitudinum translationis (per prop. 3 hic), unde habetur propositio.

Definitio 4. **Diffusio actionis in motu vel actionis extensio est quantitas effectus formalis in motu. Intensio ejusdem actionis est quantitas velocitatis, qua factus est effectus seu qua materia per longitudinem translata est.**

Diffunditur enim actio eodem gradu per majus spatium vel mobile distributo. Intenditur gradus etiam eodem manente mobili et spatio.

Propositio 11.

Actiones motuum formales sunt in ratione composita diffusionum et intensionum.

Nam sunt in ratione composita effectuum et velocitatum translationis (per prop. 10 hic). Sunt autem effectus ut diffusiones, et velocitates ut intensiones (per def. 4 hic).

Propositio 12.

Si effectus (formales intelligo) sint proportionales temporibus, erunt actiones (formales scilicet) ut longitudines, et vicissim.

Nam Actiones sunt in ratione composita effectuum et velocitatum (per prop. 10 hic), et effectus sunt ut tempora (ex hypothesi); ergo actiones sunt in ratione composita temporum et velocitatum. Sed longitudines sunt etiam in ratione composita temporum et velocitatum (per prop. 6 vel 7 cap. 4 sect. 2); ergo actiones sunt ut longitudines translationum. Vicissimque si actiones sunt ut longitudines translationum, actiones erunt in ratione composita temporum et velocitatum; sed sunt etiam actiones in ratione composita effectuum et velocitatum. Ergo effectus sunt ut tempora.

Propositio 13.

Si eadem sit quantitas materiae motae, et longitudines motuum sint ut tempora, erunt actiones quoque ut tempora, et vicissim.

Nam effectus erunt ut longitudines (per prop. 1 hic), ergo ut tempora (ex hypothesi). Ergo actiones ut longitudines (per prop. 12), ergo ut tempora (ex hyp.). Vicissim si actiones sint ut tempora et quantitas materiae sit eadem, erunt actiones in ratione composita longitudinum et velocitatum (per prop. 10 hic); ergo etiam ut tempora (ex hyp.). Sed tempora sunt in ratione di-

recta longitudinum et reciproca velocitatum (per prop. 9 cap. 4 sect. 2). Ergo aequalis est ratio velocitatum directa et reciproca, adeoque velocitates sunt aequales; itaque longitudines sunt ut tempora.

Propositio 14.

Si actiones sint aequales, effectus sunt reciproce ut velocitates, et vicissim.

Nam actiones sunt in ratione composita effectuum et velocitatum (per prop. 10 hic), unde constat propositum per Elementa.

Propositio 15.

Si velocitates sint aequales, tunc effectus (pariterque actiones) sunt in ratione composita quantitatum materiae et temporum motibus impensorum, et vicissim.

Nam si velocitates sint aequales, actiones (vel effectus) sunt in ratione quantitatum materiae et longitudinum (per prop. 3 hic); sed longitudines sunt ut tempora in casu velocitatum aequalium (per prop. 5 cap. 4 sect. 2, adde ibid. prop. 6).

Vicissim si effectus sint in ratione composita quantitatum materiae et temporum (ex hyp.), ideo quia effectus sunt in ratione quantitatum materiae et longitudinum, erunt longitudines ut tempora. Sed tunc (per dictam prop. 5) aequales sunt velocitates.

Propositio 16.

Effectus motuum formales sunt in ratione composita mobilium, velocitatum et temporum motus.

Nam effectus sunt in ratione composita mobilium et longitudinum (per prop. 3 hic), et longitudines sunt in ratione composita velocitatum et temporum (per prop 6 vel 7 cap. 4 sect. 2).

Propositio 17.

Actiones motuum formales sunt in ratione composita ex rationibus mobilium et temporum simplice et velocitatum agendi duplicata.

Sunt enim actiones in ratione composita velocitatum et effectuum (per prop. 10 hic), et effectus sunt in ratione composita velocitatum, temporum et mobilium (per prop. 16 praeced.). Ergo

actiones sunt in ratione composita ex duplicata velocitatum simpliceque temporum et mobilium.

Propositio 18.

Si aequales sint materiae quantitates, et tempora actionum aequalia, actiones motuum formales erunt in duplicata ratione velocitatum vel longitudinum motus.

Nam longitudines sunt in ratione composita temporum et velocitatum (per prop. 6 vel 7 cap. 4 sect. 2). Ergo si tempora sint aequalia, velocitates sunt ut longitudines. Rursus quia mobilia sunt in ratione composita mobilium et temporum et duplicata velocitatum (per prop. 17 praeced.), et mobilia et tempora sunt aequalia (ex hyp.), actiones sunt in duplicata velocitatum, id est hoc loco longitudinum.

Itaque actio transferendi unam libram intra minutum per pedes duos (tres) quadrupla (noncupla) est actionis transferendi unam libram intra minutum per pedem unum. De quo pluribus ad prop. 4 cap. de Potentia.

Propositio 19.

Si aequales sint quantitates materiae mobilium, actiones formales motuum sunt in ratione composita longitudinum motus et velocitatum.

Nam generaliter actiones formales sunt in ratione composita quantitatum materiae, longitudinum et velocitatum (per prop. 10); Ergo si quantitates materiae aequales, erunt in ratione composita longitudinum et velocitatum.

Propositio 20.

Si aequales sint materiae mobilium quantitates, actiones formales motuum sunt in ratione composita ex duplicata longitudinum motus directa et simplice temporum reciproca.

Sunt enim actiones aequalium mobilium in ratione composita longitudinum et velocitatum (per prop. 19), et velocitates sunt in ratione composita ex directa longitudinum et reciproca temporum (per prop. 8 c. 4 sect. 2); ergo actiones sunt in ratione composita ex duplicata directa longitudinum et simplice reciproca temporum.

Scholium.

In propositione 4 dictum est, si eadem longitudo percurratur celeritatibus quatuor sequentibus, et ex iis sit BC ad EG ut LM ad NQ; etiam actionem BC fore ad actionem EG, ut actio LM ad actionem NQ. Hinc prop. 7 collegi, longitudine percursa posita eadem, actiones esse in ratione velocitatum vel simplice vel multiplicata vel submultiplicata; porro excludi multiplicationem vel submultiplicationem, cum nulla sit causa ad rationum compositionem, ac proinde, longitudine posita eadem, actiones fore ut velocitates. Unde postremo colligitur prop. 18, si aequalia sint tempora, actiones fore in duplicata ratione longitudinum vel celeritatum. Sed dicet aliquis, hoc argumentum posse in contrarium verti, nam si in prop. 4 posuissemus non eandem longitudinem, sed idem tempus, non ideo minus videtur potuisse concludi temporibus positis aequalibus actiones fore ut celeritates. Nam poterit dici pari jure, si celeritas BC sit ad celeritatem EG ut celeritas LM ad celeritatem NQ, etiam actionem BC fore ad actionem EF, ut actio LM ad actionem NQ. Et hoc verum esse concedo, cum enim mea sententia hoc casu actiones sint ut quadrata celeritatum sitque cel. BC ad cel. EG ut cel. LM ad cel. NQ, erit etiam quadrat. cel. BC ad quadrat. cel. EG ut quad. cel. LM ad quadrat. cel. NQ. Sed actiones itidem sunt ut haec quadrata. Si hinc jam porro inferas ad prioris argumentationis modum, ergo tempore posito eodem actiones sunt in velocitatum ratione vel simplice vel multiplicata aut submultiplicata, ne hoc quidem abnuo. Hactenus ergo omnia consentiunt; sed in hoc tantum diverglum est, quod longitudine posita eadem, nulla habet locum compositio rationum, adeoque actiones erunt ut velocitates, seu reciproce ut tempora; at tempore posito eodem, habet locum rationum compositio, adeoque non licet dicere iisdem positis temporibus actiones fore ut celeritates. Locum autem hic habere compositionem sic ostendo. Sint tres actiones, A facere duplum tempore simplo, B facere duplum tempore duplo, et denique C facere simplum tempore simplo; ratio A ad C, quae est actionum diversis celeritatibus tempore eodem, composita est ex ratione A ad B, quae est actionum diversis celeritatibus longitudine eadem, et B ad C, quae est duplae actionis ad simplam. Unde jam patet, A ad C rationem habere dupla majorem, quod separatim demonstrari merebatur peculiari propositione; quemadmodum et praemittendum erat quod de ratione B ad C dixi-

mus. Sed inter rationem A ad B nulla simplicior ratio interponi potest; itaque nihil aliud dici potest, quam iisdem temporibus actiones esse celeritatibus vel longitudinibus proportionales, seu cum tempora aequalia sunt, actiones esse effectibus continuis mensurandas.

Est et hoc argumentum a priore diversum. Actionum aestimatio composita est ex aestimatione effectuum seu longitudinum et velocitatum; sed longitudines sunt in ratione composita temporum et velocitatum; ergo actiones sunt in consideratione composita ex simplice temporum et duplicata velocitatum. Ergo si tempora sint aequalia, actiones sunt in consideratione duplicata velocitatum; sed haec consideratio duplicata non alia erit quam ratio duplicata. Quod de multiplicata vel submultiplicata ratione collegimus, etiam ex eo patet, quod nulla assumi potest constans, qua opus foret ad relationem alterius naturae.

Caput II.

De Potentia motrice absoluta demonstrata a priori.

D e f i n i t i o. P o t e n t i a a b s o l u t a e j u s q u o d m o v e t u r e s t a f f e c t u s e j u s, p r o p o r t i o n a l i s q u a n t i t a t i a c t i o n i s e x m o t u m h a b e n t i s s t a t u p e r s e c o n s e q u e n t i s i n t r a c e r t u m t e m p u s, s e u q u a n t i t a t i a c t i o n i s f o r m a l i s, q u a m e x e r c e r e t m o b i l e, s i m o t u m p e r d a t a e m a g n i t u d i n i s t e m p u s u n i f o r m i t e r c o n t i n u a r e t. I t a q u e a e q u a l i b u s e x i s t e n t i b u s a g e n d i t e m p o r i b u s, e t a c t i o n i b u s f o r m a l i b u s p o s i t i s u n i f o r m i b u s, p o t e n t i a e m o t r i c e s a b s o l u t a e s u n t u t a c t i o n e s f o r m a l e s.

Ponamus (fig. 95) A in motu esse positum, et in loco $_1A$ ita esse affectum, ut continuato uniformiter motu, tempore T absoluturum sit longitudinem $_1A_2A$; similiterque B eodem (vel aequali) tempore longitudinem $_1B_2B$. Itaque potentiam mobilis A in loco $_1A$ existentis ajo esse ad potentiam mobilis B in loco $_1B$ existentis, ut actio formalis motus $_1A_2A$ ad actionem formalem motus $_1B_2B$, seu potentias absolutas motuum aestimo quantitatibus actionum, quae per se ex agentium statu consequuntur. Et potentiae absolutae mobilium in motu existentium perinde erunt ut actiones uniformes transferendi mobilia ipsa per aliquas longitudines intra datum tempus, ita ut revera nihil aliud sit actionem esse uniformem, quam

potentiam in tempus ductam esse seu potentiam per tempus fluere vel exerceri. Et quod in potentia momentaneum est (quae enim moventur, quovis momento habent potentiam), id in actione per se consequente ex statu potentiae seu ex statu momentaneo est successivum seu continuatum: unde infra prop. 7 ostendemus, actiones esse in ratione composita temporum et potentiarum seu ut rectangula sub temporibus et potentiis. Distinguo autem potentiam mobilis absolutam, in corpore per se consideratam, a respectiva, qua aliud percutit, de qua suo loco.

Propositio 1.

Si duo mobilia eandem habeant materiae quantitatem eandemque velocitatem, erunt potentiae ipsorum aequales.

Sint (fig. 96) mobilia aequalia A et B, et velocitates eorum aequales; ajo et potentias eorum esse aequales. Nam ob velocitates aequales continuato uniformiter motu aequali, aequales describent longitudines (per defin. 2 cap. 4 sect. 2), itaque actiones erunt aequales (per def. 3 cap. 1 sect. 3); ergo et potentiae (per defin. praeced. hic).

Propositio 2.

Si duorum mobilium velocitates sint aequales, erunt potentiae eorum motrices absolutae in proportione ipsorum mobilium.

Sint (fig. 97) mobilium ABC (librarum duarum) et LMNP (librarum trium) velocitates aequales, dico esse potentiam ipsius AB ad potentiam ipsius LMN ut mobile AB ad mobile LMN (seu ut 2 ad 3). Si AB et LM sint commensurabiles, sumatur eorum mensura communis F. Jam cum quaelibet pars ipsius ABC vel LMNP aequalis ipsi F, velut AB vel LM, aequalis sit, et praeterea aequali moveatur velocitate (subintelligimus enim semper motum esse aequidistributum, ubi per prop. 6 cap. 4 sect. 2 velocitates eorum, quae mobili eidem insunt, sunt aequales), erunt eorum potentiae aequales (per prop. 1 hic), verbi gr. potentia ipsius AB aequalis est potentiae ipsius LM. Ergo toties aequalis potentia inest mobili cuique, quoties mensura mobilium communis (ut potentia transferendi unam libram velut AB per unum pedem $_1A_1B$ minuto temporis T, inest mobili ABC bis, et mobili LMNP ter). Potentia autem totius componitur ex potentiis partium. Itaque potentia tota mobi-

lis ABC est ad potentiam totam mobilis LMNP ut numeri repetitionum mensurae communis (2 ad 3), id est, ut ipsa mobilia ABC, LMNP. Quod si mobilia sint incommensurabilia, sufficit pro iis assumi commensurabilia tam parum ab ipsis differentia, ut error sit minor errore quovis dato, adeoque error erit nullus. Eadem propositio sic brevius ostenditur, quia duo mobilia ABC et LMNP aequali velocitate praedita sunt, aequali tempore easdem motu uniformi describent longitudines (per def. 2 cap. 4 sect. 2). Itaque tunc actiones eorum sunt ut mobilia (per prop. 1 cap. 1 sect. 3), et proinde (per defin. hic praeced.) potentiae erunt ut mobilia.

Nimirum potentia transferendi duas libras per unum pedem intra unum minutum dupla est potentiae transferendi unam libram per unum pedem intra unum minutum. Bis enim continet potentiam transferendi unam libram per unum pedem intra unum minutum. Quemadmodum et actio transferendi duas libras per unum pedem intra unum minutum dupla est actionis transferendi unam libram per pedem unum intra unum minutum (per prop. 2 cap. 1 sect. 3).

Propositio 3.

Aequales potentiae possunt movere aequales materiae quantitates per longitudines diversas, modo longitudines motuum sint temporibus proportionales.

Nam (fig. 98) si duo mobilia A et B sint ejusdem velocitatis, et A tempore T transferatur per longitudinem $_1A_2A$, et B tempore E per longitudinem $_1B_2B$, erunt longitudines temporibus proportionales, seu $_1A_2A$ ad $_1B_2B$ ut T ad E (per prop. 5 cap. 4 sect. 2). Jam mobilia sunt aequalia (ex hypoth.) et mobilia aequalia ejusdem velocitatis sunt aequalis potentiae (per prop. 1 hic). Ergo aequales potentiae possunt eandem materiae quantitatem transferre per longitudines diversas diversis temporibus, quae sint longitudinibus proportionalia.

Idem sequitur ex prop. 1 de action., item ex prop. 13. Nam cum in praesenti casu actiones sint ut tempora per dictam prop. 13, ergo aequalibus temporibus erunt aequales actiones, itaque (per def. potentiae praeced.) erunt aequales potentiae.

Nimirum ejusdem potentiae est transferre unam

libram per unum pedem intra unum minutum et transferre unam libram per duos pedes intra duo minuta. Ex priore enim posterius sponte consequitur, continuato motu et utrobique aequali tempore sumto actio est aequalis, ideoque et potentia.

Propositio 4.

Si mobilia aequalem contineant materiae quantitatem, potentiae motrices absolutae sunt in ratione duplicata velocitatum seu ut velocitatum quadrata.

Nam potentiae motrices absolutae sunt ut actiones formales motuum uniformiter exercitae intra tempora aequalia (per def. 1 hic), et mobilia sunt aequalia (ex hyp.). Aequalibus autem existentibus mobilibus et temporibus actiones formales sunt in duplicata ratione velocitatum (per prop. 18 cap. praeced.). Sed altius ordiendo idem sic conficiemus. Sint (fig. 99) aequalia mobilia A et B, et velocitates eorum sint graduum C(1) et D(2); ajo esse potentiam ipsius A ad potentiam ipsius B, ut quadratum ipsius C (seu ut 1) ad quadratum ipsius D (seu 4). Ponamus mobile A tempore TE motu uniformi transferri per longitudinem $_1A_2A$, et mobile B tempore aequali TE transferri motu uniformi per longitudinem $_1B_2B_3B$, erunt longitudines ut velocitates (per prop. 4 cap. 4 sect. 2) seu $_1A_2A$ ad $_1B_2B_3B$ ut C(1) ad D(2). Assumatur longitudinis $_1B_2B_3B$ pars $_1B_2B$ (percursa parte temporis TM) et ob motum uniformem (ex hyp.) eadem, qua tota longitudo, velocitate. Jam ob mobilia A et B aequalia et aequales longitudines $_1A_2A$ et $_1B_2B$ erit actio transferendi uniformiter mobile A per longitudinem $_1A_2A$ ad actionem transferendi aequale mobile B per aequalem longitudinem $_1B_2B$ ut eorum velocitates, seu ut velocitas C(1) ad velocitatem D(2) (per prop. 7 cap. praec.) id est, ut longitudo $_1A_2A$ ad longitudinem $_1B_2B_3B$; rursus actio tranferendi B per longitudinem $_1B_2B$ est ad actionem transferendi idem per longitudinem $_1B_2B_3B$, eadem (ob motum uniformem) velocitate D, ut longitudo $_1B_2B$ id est $_1A_2A$ ad longitudinem $_1B_2B_3B$ (per prop. 1 cap. praec.). Itaque jungendo prima postremis, actio transferendi mobile A per longitudinem $_1A_2A$ est ad actionem transferendi mobile aequale B per longitudinem $_1B_2B_3B$ tempore aequali, in duplicata ratione longitudinum $_1A_2A$ ad $_1B_2B_3B$. Sed ob aequalia tempora longitudines sunt ut velocitates, ut ostensum est. Itaque

actiones sunt in duplicata ratione velocitatum. Sed si aequalia sint tempora et actiones sint uniformes, utique potentiae sunt ut actiones (per defin. potentiae hic). Sunt ergo potentiae aequalium mobilium in duplicata ratione velocitatum seu ut velocitatum quadrata.

Haec est propositio, quae etsi ex principiis manifestissimis facili consequentia nascatur, nescio quomodo tamen hactenus accuratam indagantium perspicaciam effugit. Placet autem cum probatione sua eandem familiarius proponere ad omnium captum hoc modo.

In actionibus uniformibus (ubi quodvis punctum mobilis aequalibus temporibus aequales percurrit longitudines) et aequidistributis (ubi longitudines a quibuslibet mobilis punctis simul descriptae sunt aequales) actio (L) transferendi unam libram intra unum minutum per longitudinem veluti trium pedum tripla est actionis transferendi unam libram triplo tempore seu intra tria minuta per eandem longitudinem, nempe trium pedum. Quod demonstravimus prop. 7 cap. praec. assumto axiomate, quod major actio sit idem efficere minore tempore; quamquam haec ipsa conclusio pro axiomate assumi possit, duplum (vel triplum) esse idem efficere dimidio tempore (aut tertia ejus parte) adeoque triplam esse actionem transferendi idem pondus per eandem longitudinem intra temporis trientem.

Rursus actio (M) transferendi unam libram triplo tempore seu tribus minutis per longitudinem triplam seu per tres pedes tripla est actionis (N) transferendi unam libram simplo tempore seu uno minuto per longitudinem simplam unius pedis. Hoc generalius demonstravimus prop. 13 cap. praec. Sed idem per se ita manifestum redditur: Actio (M) transferendi unam libram tribus minutis per tres pedes ter continet actionem (N) transferendi unam libram uno minuto per unum pedem. Nam qui transfert tribus minutis per tres pedes (in motu scilicet uniformi et aequidistributo, ut subintelligimus), is primo minuto transfert per unum pedem, et secundo rursus, et tertio tertia vice; actio autem, quae aliam actionem ter praecise repetit, utique ejus tripla est. Nam totum, triplum est partis, qua ter repetita totum componitur.

Igitur actio (L) transferendi unam libram intra unum minutum per longitudinem triplam seu trium pedum noncupla est actionis (N) transferendi unam libram uno minuto per longitudinem simplam seu unius pedis. Cum enim actio L sit tripla ipsius M, et actio M sit tripla ipsius N, erit actio L noncupla ipsius N.

Porro Potentiae transferendi sunt ut actiones transferendi uniformes intra aequale tempus exercitae, seu potentia libram transferendi uniformiter (seu constanti velocitate) intra minutum per longitudinem unam est ad potentiam transferendi uniformiter libram intra minutum per longitudinem aliam, ut ipsa actio transferendi prior ad posteriorem, per positam defin. potentiae, quam actione ex ipsa per se consequente (adeoque uniformi) intra datae magnitudinis tempus exercenda aestimamus. Nempe in potentia momentaneum est, quod in actione succedente per tempus uniformiter est diffusum.

Itaque potentia transferendi unam libram intra unum minutum per longitudinem trium pedum est noncupla potentiae transferendi unam libram intra minutum per unum pedem, seu potentiae absolutae mobilium aequalium sunt ut quadrata longitudinum translationis intra aequalia tempora absolvendarum. Nam per articulum praeced. sunt potentiae dictae ut actio L ad actionem N, actionem autem L actionis N noncuplam esse ostensum est.

Jam (in motibus uniformibus et aequidistributis) velocitates sunt ut longitudines translationum aequalibus temporibus absolvendae, seu velocitas mobile intra minutum transferendi per tres pedes tripla est velocitatis intra minutum transferendi mobile per unum pedem, ut manifestum est et demonstravimus prop. 4 cap. 4 sect. 2.

Itaque tandem potentiae absolutae mobilium aequalium sunt ut quadrata velocitatum, seu duplicata (triplicata) velocitate mobilis, potentia fit quadrupla (noncupla). Et eleganter evenit, ut velocitatibus per rectas repraesentatis, potentiae corporis per rectarum potentias (quas vaticinio quodam sic appellarunt Geometrae) exprimantur.

Propositio 5.

Potentiae motrices absolutae sunt in ratione composita ex simplice mobilium et duplicata velocitatum, vel ex simplice mobilium et duplicata longitudinum, per quas mobilia ex virtute potentiarum suarum intra tempus datum uniformiter sese essent translatura.

Sint (fig. 100) mobilia ABC et LM earumque velocitates CD vel $_1C_2C$ et MN vel $_1M_2M$; ajo esse potentiam mobilis ABC ad potentiam mobilis LM in ratione composita mobilium ABC et LM et quadratarum velocitatum, seu esse potentias ut rectangula $_1A_1C_2C_1D$ et $_1L_1M_2M_1N$, quorum altitudines sint ut mobilia AC, LM, bases ut velocitatum quadrata. Nam si mobilia sint aequalia, utique potentiae sunt ut quadrata velocitatum, adeoque in ratione composita mobilium, hoc loco aequalium, et quadratarum velocitatum. Sin mobilia sint inaequalia, et alterutrum ABC majus, sumatur ipsius pars AB aequalis minori mobili LM: potentia ipsius ABC est ad potentiam ipsius AB ut mobilia, ABC ad AB (ob velocitatem communem per prop. 2 hic). Sed potentia ipsius AB est ad potentiam ipsius LM, mobilium aequalium, ut quadrata velocitatum CD et MN (per prop. 4 hic). Ergo jungendo prima postremis, potentia ipsius ABC erit ad potentiam ipsius LM in ratione composita mobilis ABC ad AB seu ad mobile LM et quadratarum velocitatum D_2C ad N_2M. Velocitates autem sunt ut longitudines aequalibus temporibus percurrendae (per prop. 4 c. 4 sect. 2); itaque etiam potentiae erunt in ratione composita mobilium simplice et harum longitudinum duplicata.

Nimirum potentia transferendi tres libras per duos pedes est duodecupla potentiae transferendi unam libram per unum pedem.

Propositio 6.

Si quadrata velocitatum vel longitudinum translationis aequalibus temporibus absolvendarum sint mobilibus reciproce proportionalia, potentiae motrices absolutae sunt aequales; et vicissim, si potentiae sint aequales, quadrata dicta sunt mobilibus reciproce proportionalia.

Retenta figura propositionis praeced. sit mobile AC ad mobile LM ut quadratum MNP ad quadratum DE; manifestum ergo

est (ex Elementis) factum ex extremis aequari facto ex mediis, seu rectangulum solidum ACE, potentiam mobilis AC, aequari rectangulo LMP, potentiae mobilis LM, unde et conversa manifesta est.

Nimirum ejusdum potentiae est motu uniformi (horizontali) aequali tempore transferre novem libras per unum pedem, et unam libram per tres pedes; sive corpus unius librae et velocitatis trium graduum tantundem habet potentiae, quantum corpus novem librarum velocitatem habens unius gradus.

Propositio 7.

Actiones sunt in ratione composita potentiarum a quibus exercentur, et temporum quibus durant; vel potentiae sunt in ratione composita ex actionum directa et temporum exercitae actionis reciproca.

Nam actiones sunt in ratione composita mobilium, duplicatarum velocitatum et temporum, prop. 17 cap. de Act. formal. Sed potentiae absolutae sunt in ratione mobilium et duplicatarum velocitatum (per prop. 5 hic). Ergo actiones sunt in ratione composita potentiarum et temporum.

Propositio 8.

Potentiis existentibus aequalibus actiones sunt ut tempora quibus exercentur.

Nam actiones sunt in ratione composita potentiarum et temporum per praecedentem. Jam potentiae sunt in ratione aequalitatis (ex. hyp.), ergo actiones sunt in ratione temporum.

Hinc quoniam infra ostendemus, eandem in mundo servari quantitatem potentiae, consequens est actionum in Universo (vel etiam in Machina quacunque cum aliis non communicante) exercitarum quantitates esse ut tempora, adeoque aequalibus temporibus aequalem esse actionum in Universo exercitarum quantitatem.

Admonitio 1.

Corpora consideramus ut in medio liberrimo translata et gravitate exuta, vel si gravitatem ipsis relinquamus, ut mota in horizonte. Ita ut motus sit uniformis, ubi ostendimus potentias esse ut quadrata translationum; sed in motu uniformiter accelerato vel retardato qualis gravium

est, potentiae ponderum aequalium sunt ut ipsae translationes perpendiculares horizonti, id est ut altitudines, quod ex hac ipsa aestimatione nostra consequitur. Altitudines enim sunt ut quadrata velocitatum, quarum vi corpora sese ad eas altitudines attollere possunt; et iisdem existentibus ponderibus seu corporum motibus, potentiae (ut ostendimus) sunt etiam ut quadrata velocitatum. Itaque si pondera sint inaequalia, sed reciproce ut altitudines, ita ut tanto majus sit pondus, quanto minor altitudo, potentiae attollendi sunt aequales. Quod cum pro concesso habeatur, hinc demonstrationes nostrae a posteriori confirmantur. Sed ita stare non potest, quod vulgo sibi persuadent potentias esse in ratione composita simplice velocitatum et mobilium. Ita enim fieri nequit (quemadmodum mox uberius ostendetur) ut ejusdem potentiae sit attollere grave unius librae ad altitudinem trium pedum, et attollere grave trium librarum ad altitudinem unius pedis, quod tamen merito omnes agnoscunt.

Admonitio 2.

Propositiones praecedentes circa actionem et potentiam intelliguntur de motibus uniformibus et aequidistributis, sed tamen et aliis accommodari possunt.

Nam cum mobile non movetur motu aequidistributo, sed diversae ejus partes diversas habent velocitates, attribui ipsi toti potest communis quaedam velocitas media, quam obtinere licet ope centri gravitatis totius. Et cum mobile per aliquod tempus non movetur motu uniformi, attribui ipsi potest velocitas constans mediae potentiae inter velocitates mobili toto tempore competentes. Ita motum aequidistributum totius mobilis et uniformem totius temporis habebimus, motibus partium propositis ipsa magnitudine actionum et potentiarum in summa aequivalentem.

SECTIO QUARTA.
DE VELOCITATE DIFFORMI.

Caput I.
De Tractu seu spatio per motum absoluto.

Definitio 1. Tractus ipsius mobilis vel spatium absolutum sive percursum, est factum ex viis singulorum mobilis punctorum simul descriptis, in mobile ordinatim ductis.

Ut si mobilis cujusque punctum ponatur gravitatem specificam accipere proportionalem viae, pondus totius mobilis erit ut summa omnium viarum in mobile ordinatim ductarum, hoc est, ut spatium percursum seu tractus. Ita si (fig. 101) recta AB angulo ad ${}_1B_2B$ recto moveatur ex ${}_1A_1B$ in ${}_2A_2B$, spatium motu dimensum seu tractus est rectangulum ${}_1A_3B$; et idem hoc loco est spatium motu designatum seu vestigium motus. Sed si rectangulum planum ABCD intra rectas ${}_1A_1D$, ${}_1B_1C$ continuatas motum transferatur ex ${}_1A_1B_1C_1D$ in ${}_2A_2B_2C_2D$, vestigium motus seu via simplex est rectangulum planum ${}_1A_3C$; via autem plena seu tractus est factum ex rectangulo ABCD ducto in rectam ${}_1A_2A$ aequalem lineae motus seu viae vel tractus cujusque puncti (in punctis enim coincidunt semper via et tractus), hoc est ut rectangulum solidum ACE (fig. 102) cujus basis est rectangulum planum ABCD, altitudo vero AE aequalis ipsi ${}_1A_2A$, vel etiam parallelepipedum; nam ad tractus quantitatem aestimandam nihil interest, quo angulo applicetur via puncti ad mobile; modo enim in omnibus tractibus inter se comparandis idem observetur angulus, eadem manet proportio; praestat tamen constanter uti angulo recto. Quodsi diversa mobilis puncta diversae magnitudinis lineas describunt, etiam tractus inveniri possunt; ut si (fig. 103) radius LM agatur circa centrum L, nec plus una circulatione absolvat, tractus erit ut ipse sector descriptus LMN, qui simul est via radii LM. Sed si recta AB in radio moto peculiariter moveatur recedens a centro, ita ut dum transit ab ${}_1A_1B$ in ${}_1\alpha_1\beta$, simul hinc transeat in ${}_2A_2B$, via est quadrilineum ${}_1A_1B_2B_3B_3A_2A_1A$. Sed tractus seu summa viarum omnium punctorum, huic viae non est proportionalis. Quatenus autem motus fit in parallelis, vel saltem quatenus motus in paral-

lelis assumtis, utcunque in motus propositi compositionem ingredi intelligitur (ut suo loco patebit), habetur tractus, dum via centri gravitatis ipsius voluminis seu figurae ducitur in mobilis volumen sive extensionem (si modo puncta diversa non eant in contrarias partes). Sed hoc quod ad viam mobilis metiendam non sufficit, nisi cum coincidit cum tractu, quod fit cum lineae a punctis mobilis descriptae eundem semper faciunt angulum ad curvam, nec una mobilis pars in locum alterius statim succedit. Porro si sphaera rotetur uniformi vertigine (si placet) circa suum axem immotum, tractus sphaerae erit ut pondus sphaerae, quod fieret, si quodlibet ejus punctum gravitatem specificam acciperet viae a se percursae proportionalem; unde si duae sphaerae sic rotentur, erunt earum tractus inter se in ratione composita ex quadruplicata diametrorum simplicibusque vertiginum et temporum. Vertiginem autem metior quantitate anguli descripti, si circulandi velocitas eadem dato tempore continuaretur. Ex his intelligimus, quantum intersit inter tractum (seu spatium absolutum) et viam, etsi aliquando tractus sint ut viae.

Propositio 1.

Si mobilis gravitas specifica in quovis puncto sit ut via ejusdem puncti, tunc spatium a mobili absolutum erit ponderi proportionale.

Nam tractus seu spatium absolutum fit ex viis punctorum in mobile ordinatim ductis (per defin. hic). Sed ductus sunt ut pondera mobilium; si ordinatim ductae sint ut gravitates specificae, recipientia vero ductum ut mobilia (per prop. 1 cap. de ductibus).

Propositio 2.

Si mobile sit punctum, tractum seu spatium motu absolutum est ipsa puncti via.

Sequitur ex definitione, nam singula puncta ad unicum reducuntur, et viae ad unicam, scilicet ipsam hujus puncti lineam.

Propositio 3.

Si mobile sit linea, spatium motu absolutum est ut area superficiei factae per rectas viae cujusque puncti proportionales, ipsi lineae in rectum extensae eodem angulo recto in puncto respondente insistentes.

Cum enim tractus sit ductus factus ex lineis a puncto descriptis in mobile ordinatim ductis (per defin. hic) et ductus sint proportionales figuris isogoniis proportionaliter formatis (per prop. 6 et 7 cap. de ductibus), habetur propositum.

Sit (fig. 104) linea mobilis ABC, cujus extrema A et C describant lineas ${}_1A_2A_3A$ et ${}_1C_2C_3C$, et punctum quodvis ut B describat lineam ${}_1B_2B_3B$, fiat figura orthogonia comprehensa recta ${}_3A_3B_3C$ et rectis ad hanc normalibus ${}_3ADG$, ${}_3CFK$ et linea GHK, sic ut ordinata quaevis normalis ipsi ${}_3A_3B_3C$ sit ${}_3BEH$, et viis punctorum ${}_1A_2A$, ${}_1B_2B$, ${}_1C_2C$, itemque ${}_1A_2A_3A$, ${}_1B_2B_3B$, ${}_1C_2C_3C$ sint respective proportionales ordinatae ${}_3AD$, ${}_3BE$, ${}_3CF$, itemque ${}_3ADG$, ${}_3BEH$, ${}_3CFK$; et idem fiat respectu alterius mobilis LMN pro punctis D, G, E, H, F, K substituendo P, S, Q, T, R, V; ajo tractus seu spatia absoluta fore figuris orthogoniis respondentibus proportionalia. Sic tractus ab ${}_1A_1B$ in ${}_2A_2B$ est ad tractum ab ${}_1A_1C$ in ${}_3A_3C$, ut figura ${}_3ADE_3B$ ad ${}_3AGK_3C$; et tractus ab ${}_1A_1C$ in ${}_2A_2C$ ad tractum ab ${}_1L_1N$ in ${}_2L_2N$, ut figura ${}_3ADF_3C$ ad ${}_3LPR_3N$; et tractus ab ${}_1A_1C$ in ${}_3A_3C$ ad tractum ab ${}_1L_1N$ in ${}_3L_3N$, ut figura ${}_3AGK_3C$ ad figuram ${}_3LSV_3N$. Pro orthogoniis substitui possunt figurae isogoniae quaevis, modo in omnibus ordinatim applicatis semper idem angulus servetur. Nec refert, linea curva durante motu in rectam extendatur, an sit rigida, modo in rectam extendi deinde fingatur.

Propositio 4.

Si mobile sit superficies, spatium motu absolutum est area solidi facti per rectas superficiei in planum extensae ad angulos rectos insistentes in punctis respondentibus, et ipsis lineis a puncto quovis mobilis descriptis proportionales.

Patet ad eum modum, quo praecedens.

Propositio 5.

Omnis superficies mota constituitur ex infinitis lineis, quarum quaevis movetur motu aequaliter distributo; et omne corpus motum constituitur ex infinitis superficiebus, quarum quaevis movetur motu aequaliter distributo.

Constitui dico, non componi. Sequitur ex demonstratione prop. 12 de ductibus.

Sic si (fig. 105) cylinder L moveatur circa centrum C, constituitur ex infinitis superficiebus cylindricis concentricis ut L, M, N, quarum quaevis movetur motu aequaliter distributo, ita nempe ut ejus puncta simul aequales percurrant rectas. Manifestumque est ab ipsis omnia solidi puncta absumi praeterquam cadentia in axem, quae nihil solido homogeneum constituunt.

Propositio 6. Problema 1.

Exhibere figuram planam proportionalem tractui mobilis solidi.

Quoniam solidum constituitur ex infinitis superficiebus, quarum quaevis movetur motu aequaliter distributo (per praeced.), dividi per eas intelligatur in sua elementa solida. Inde ducatur linea quaecunque omnes superficies secans, et hujus in rectum extensae punctis respondentibus, inter superficies interceptis, ordinatim applicetur in plano recta, quae sit in ratione composita ex directis rectae ab uno superficiei puncto descriptae ipsiusque elementi solidi et in ratione reciproca elementi lineae, inter superficies duas proximas intercepti; et tunc figura isogonia producta erit spatio a mobili absoluto proportionalis.

Constructio haec est casus soluti problematis generalis de ductibus prop. 12. Ut si (fig. 106) superficies motum aequaliter distributum habentes, in quas resolvitur solidum motum, sint L, M, N et eas secet linea LMNC, quae extendatur in rectam $\lambda\mu\nu\varkappa$, et huic in punctis λ, μ, ν applicentur normales λE, μF, νG, sintque inter se duae quaecunque exempli gratia $\lambda\varepsilon$ ad μF in ratione composita modo dicto seu ita ut rectangulum elementare $E\lambda\mu$ ad aliud $F\mu\nu$ sit in ratione composita elementi solidi LMA ad elementum solidum MNB et rectae P ad Q, id est lineae a puncto L descriptae, ad lineam a puncto M simul descriptam; erit figura $\lambda EF\varkappa$ proportionalis tractui ipsius solidi, sive cum alterius solidi tractu eadem proportione repraesentato comparetur, sive partibus tractus ejusdem solidi, ita ut verbi gratia tractus partis solidi LN sit ad tractum totius solidi LC ut figura $\lambda EG\nu$ ad figuram $\lambda EG\varkappa$.

Propositio 7.

Spatium absolutum motu aequaliter distributo est factum ex ductu mobilis in lineam ab aliquo mobilis puncto descriptam, sive est in ratione composita mobilis et lineae a puncto mobilis descriptae.

Sit (fig. 107) mobile AB, cujus punctum ut A describit rectam $_1A_2A$ aequalem rectae $_1B_2B$, quam simul describit quodvis aliud punctum B; idemque intelligatur in mobili LM; ajo esse tractum ipsius AB ad tractum ipsius LM in ratione composita AB ad LM et $_1A_2A$ ad $_1L_2L$. Patet ex prop. 3 de ductibus, cum tractus sit factus ex ductu mobilis in lineas a punctis suis descriptas ordinatim applicatas, quae hoc loco sunt aequales; idem est ergo ac si fit tractus ex mobili in rectam constantem.

Propositio 8.

Tractus rectarum circa extrema immota circulos describentium sunt in duplicata ratione rectarum seu diametrorum.

Sint (fig. 108) rectae CL, CM; ajo tractum C_1L_2LC esse ad tractum C_1M_2MC, ut quadratum CL ad quadratum CM. Sunt enim per pracedentem, ut rectangulum sub CL in $_1L_2L$ ad rectangulum sub CM in $_1M_2M$; est autem $_1L_2L$ ad $_1M_2M$, ut CL ad CM; ergo sunt ut quadrata CL ad CM.

Propositio 9.

Circulorum (aut cylindrorum ejusdem altitudinis) horumve sectorum circa suos axes revolutionem absolventium aut eosdem angulos efficientium tractus sunt in triplicata ratione diametrorum (intelligo autem rigidos esse, seu ad instar rigidorum motos).

Sit (fig. praeced.) circulus aut cylinder AL circa axem C revolutionem $_1L_2L_3L_4L$ absolvens, et alius BM (cylinder ejusdem altitudinis cum ipso AL) circa axem C; ajo esse tractum ipsius AL, ad tractum ipsius BM, ut cubus AL ad cubum BM. Nam punctis M, L rectae CL (radii circuli) applicentur normales MN, LP, ita ut sit MN ad LP in ratione composita circumferentiae $_1M_2M_3M$ ad circumferentiam $_1L_2L_3L$, itemque spatii, quod describit M, ad spatium, quod L, id est iterum circumferentiae ad circumferentiam, id est in ratione duplicata circumferentiarum seu diametrorum, erit figura LPNC proportionalis tractui, per constructionem problematis in prop. 6. Sed trilineum parabolicum MNC (cujus vertex C et tangens verticis MC) est ad trilineum parabolicum LPC in triplicata ratione CM ad CL. Ergo tractus circuli BM est ad

tractum circuli AL (idemque est in cylindris aequealtis), ut cubus diametri BM ad cubum diametri AL.

Propositio 10.

Tractus sphaerarum rigidarum eosdem revolutionis angulos (vel integram revolutionem) absolventium sunt in quadruplicata ratione diametrorum.

Demonstratur eodem modo, cum sphaera resolvatur in superficies concentricas motus aequaliter distributi, quae sunt in duplicata ratione diametrorum, et tractus earum in triplicata diametrorum, et adeo summae tractuum seu tractus integer sphaerae in quadruplicata.

Definitio 2. Longitudo percursa vel spatii absoluti seu longitudo tractus est longitudo lineae, quae ducta in volumen mobilis dat tractum. Itaque spatia percursa sunt in ratione composita voluminum mobilis et longitudinum percursarum.

Itaque si mobile sit linea vel superficies, repraesentabitur tractus per rectangulum, cujus altitudo sit ipsa longitudo tractus, basis sit linea vel superficies mobilis in rectam vel planam extensa. Quodsi mobile sit solidum, poterit ei exhiberi planum proportionale, quod in longitudinem percursam ductam repraesentet tractum.

Propositio 11.

Longitudo tractus in motu uniformiter distributo est longitudo lineae a quocunque puncto descriptae.

Nam cujusvis puncti linea in mobile ducta dat tractum (per prop. 8), ergo ejus longitudo est longitudo tractus per defin. 2.

Gravitas specifica unius puncti eadem est, quae gravis ubique eandem gravitatem specificam habentis. Est scilicet longitudo tractus id ipsum, quod in cap. de motu aequidistributo et ejus velocitate appellavimus longitudinem motus, et utrobique longitudinem percursam.

Propositio 12.

Longitudo tractus in motu dato quocunque est longitudo viae a puncto quovis ejusdem vel aequalis mobilis dato motu aequaliter distributo aequalem tractum faciente moti.

Nam longitudo viae puncti in motu uniformiter distributo est

longitudo tractus mobilis (per prop. 11). Jam tractus iste est aequalis dato (ex hypothesi), et positis tractibus aequalibus et mobilibus iisdem vel aequalibus, et longitudines tractuum sunt aequales (per defin. 2). Ut si grave varias in variis locis gravitates specificas habeat et quaeratur aliud grave ejusdem voluminis ejusdemque ponderis similare seu eandem ubique habens gravitatem specificam, ea erit ipsa gravitas (media) gravis propositi, respondens longitudini tractus seu spatii percursi.

Propositio 13. Problema 2.

Exhibere figuram planam mobili superficiei vel solido rigido positione dato proportionalem, et cujus pariterque partium ejus circa axem immotum gyratarum tractus sint ipsius mobilis aut partium ejus circa eundem axem gyratarum tractibus proportionales.

Transferatur huc figura et constructio ad prop. 16 de ductibus, sumaturque MN non ut illic praescribitur, sed proportionalis sectioni mobilis per superficiem cylindricam, et figura plana ANP erit quaesita, ut consideranti patet.

Propositio 14. Problema 3.

Exhibere figuram tractui mobilis circa axem immotum gyrati proportionalem.

Si figuram planam postulamus, tantum in praecedenti figura et constructione sumamus MN tales, ut sint in ratione composita sectionum et distantiarum superficiei ab axe, et figura ANP erit quaesita. Sin solida simus contenti, fiat cylinder rectus, cujus basis figura ANP constructa secundum problema praecedens, altitudo vero sit non minor maxima MN, et per axem EQ transeat planum, quod ad planum AQE angulum faciat semirectum, et ungula per C prius planum abscissa seu portio cylindri inter plana duo et superficiem cylindri comprehensa erit solidum quaesitum.

Propositio 15. Problema 4.

Motum rectilineum adeoque uniformiter distributum dati mobilis rigidi invenire, cujus tractus sit tractui ejusdem mobilis circa datum axem immotum gyrantis aequalis, seu invenire longitudinem hujus tractus.

Figurae ANP constructae secundum probl. 2 (seu propos. 16 de ductibus) insistat cylinder ungulae in probl. praeced. constructae aequalis; tum sumatur recta, quae sit ad altitudinem hujus cylindri, ut arcus ab aliquo mobilis puncto durante gyratione descriptus ad ejusdem distantiam ab axe; et mobile moveatur motu rectilinea, ita ut quodlibet ejus punctum rectam describat praedictae aequalem, is erit quaesitus; recta haec erit longitudo tractus per defin. 2.

Caput II.

De Velocitate in universum.

Definitio 1. Velocitas in motu quocunque est affectio mobilis, quae est proportionalis longitudini, quam percurreret, si motus per datae magnitudinis tempus hac eadem mobilis affectione retenta continuaretur. Eadem autem maneret, si aequalibus temporibus aequales percurreret longitudines, quo casu motus dicitur aequivelox.

Hactenus non egeramus nisi de velocitate motus aequidistributi, ubi omnia corporis puncta aequali velocitate moventur. Operae tamen pretium fuit notionem altius nunc attollere et generalius concipere velocitatem, ut cuicunque mobili attribui possit, etiamsi ejus puncta diversas habeant celeritates; nempe in casu similaris corporis, velocitas ipsius erit media arithmetica inter omnium punctorum velocitates, qua in mobile similare ducta idem prodit impetus, ac si singulorum punctorum celeritates mobili ordinatim assignavissemus. Et quidem, si omnia puncta tendant ad easdem partes, velocitas mobilis erit ipsa velocitas centri gravitatis, ut suo loco patebit distinctius infra. Quemadmodum autem supra dimensi sumus velocitatem aequidistributam per longitudinem motus aequivelocis, ita nunc metimur velocitatem quamvis per eandem longitudinem motus aequivelocis, sed elevatae (vel exaltatae) notionis ad motum etiam non aequidistributum, ut cap. de tractu est explicatum, seu longitudinem tractus, quaerendo scilicet pro longitudine percursa a mobili, longitudinem mediam arithmeticam inter omnium punctorum longitudines simul percursas. Quodsi haec ad exemplum applicemus, rectae verbi gr. in plano circa extremum immotum motae, aut semicir-

culi moti circa diametrum immotam, reperiemus velocitates duorum radiorum inter se, aut duorum semicirculorum inter se esse in ratione composita vertiginum et radiorum. Vertigines autem sunt ut velocitates punctorum a centro aequidistantium, seu ut anguli percursi motu uniformi intra aequale tempus.

Propositio 1.

Velocitates mobilium, quorum quodque constanti velocitate movetur, sunt inter se ut longitudines aequalibus temporibus percursae.

Sint mobilia A et B, quorum utrumque suam velocitatem servat, et A tempore T percurrat longitudinem L, at B tempore aequâli ipsi T percurrat longitudinem M; ajo fore velocitatem in A ad velocitatem in B, ut L ad M.

Nam (per defin. praeced.) si velocitates suas retinerent, ipsae velocitates forent ut longitudines L et M; jam retinent eas (ex hypothesi), tales ergo erunt velocitates.

Propositio 2.

Coincidit velocitas motus aequidistributi secundum definitionem positam supra cap. de motu aequidistributo, et secundum definitionem velocitatis praesentem.

Nam longitudo percurrenda secundum defin. praesentem in casu motus aequidistributi est ut longitudo viae puncti alicujus in mobili sumti (per prop. 11 cap. de tractu), quae eodem modo in defin. superiore velocitatis motus aequidistributi adhibebatur, ut in proxima adhibetur longitudo percurrenda; neque aliud est definitionum discrimen.

Propositio 3.

Velocitas quaecunque aequalis est velocitati motus aequidistributi mobilis aequalis, eandem continuata per aequale tempus constanti velocitate aliquo sui puncto percursuri longitudinem, quam propositum continuata sua, adeoque etiam aequale percursuri spatium.

Sit (fig. 109) mobile AB motum etiam motu non-aequidistributo, et ponatur ejus velocitas talis in ${}_1A_1B$, ut (eadem velocitate manente) per tempus T sit motus ${}_1A_2B$, longitudo autem

motus hujus seu longitudo percursa (seu longitudo tractus explicata def. 2 cap. de tractu) sit linea ${}_1C_2C$; sit jam aliud aequale mobile vel idem ${}_2A_2B$ motum motu aequidistributo uniformi ${}_2A_3B$, a cujus puncto ${}_2C$ longitudo percursa per tempus aequale ipsi T sit ${}_2C_3C$: ajo velocitatem motus ${}_2A_3B$ esse velocitati mobilis AB in ${}_1A_1B$ existentis aequalem. Nam velocitas ipsius A_1B per ${}_1A_2B$ est ad velocitatem ipsius ${}_2A_2B$ per ${}_2A_3B$, ut longitudines aequalibus temporibus percurrendae velocitatibus aequalibus continuatis (per defin. praeced. velocitatis). Sed longitudo ab ${}_1A_1B$ percurrenda eadem velocitate intra tempus T est ${}_1C_2C$ (ex hyp.) et ${}_2C_3C$ est longitudo percursa a puncto ${}_2C$ mobilis ${}_2A_2B$ aequivelociter et aequidistribute moti (etiam ex hypothesi) et longitudo lineae a puncto mobilis aequidistribute moti descriptae est ipsa longitudo percursa (per prop. 11 cap. de tractu); erit ergo velocitas ${}_1A_1B$ ad velocitatem ${}_2A_2B$, ut ${}_1C_2C$ ad ${}_2C_3C$, quae cum sint aequales (ex hyp.), erunt etiam aequales velocitates. Idem est de spatiis, quod de longitudinibus, quia voluminibus aequalibus spatia percursa sunt ut longitudines (per def. 2 de tractu).

Si ponamus AB esse rectam, quae in plano eodem eadem velocitate servata gyretur circa centrum immotum E tempore T, erit tractus ejus seu spatium percursum hoc loco coincidens ipsi viae seu spatio generato sive per motum designato ${}_1A_2B$, parti scilicet sectoris ${}_1AE_2E$ contenti rectis ${}_1A_1B, {}_2A_2B$ et circulis ${}_1A_2A$, ${}_1B_2B$, quia lineae a punctis descriptae seu arcus angulum semper faciunt rectum ad AB describentem. Hic tractus autem seu area hujus spatii aequatur rectangulo ${}_2A_3B$ vel ${}_3A_2B$, contento sub recta AB id est extensione mobilis AB et rectae ${}_2A_3A$, si modo ${}_2A_3A$ sit aequalis ipsi ${}_1C_2C$ arcui descripto a puncto rectae AB medio C, seu ejus centro gravitatis; itaque longitudo ista arcus ${}_1C_2C$, seu rectae ${}_2A_3A$, est longitudo spatii percursi (per defin. 2 cap. de tractu). Si jam ponatur eadem recta porro ex ${}_2A_2B$ progredi motu rectilineo, adeoque aequidistributo, et quidem uniformi, ita ut describat rectangulum ${}_1A_2B$, tractus seu spatium erit ipsum rectangulum, et longitudo ejus erit recta percursa ab aliquo ejus puncto A vel C, ut ${}_1A_2A$ vel ${}_1C_2C$ (per prop. 1 dicti cap. de tractu). Unde patet et tractus et longitudines esse aequales, quae tempore aequali mobile uniformiter percurrit, sive motu aequidistributo ${}_2A_3B$, sive diverso in diversis punctis ut ${}_1A_2B$ percurrat, atque adeo et velocitates horum duorum motuum dici aequales.

Propositio 4.

Spatia a mobilibus suam velocitatem retinentibus tempore aequali percursa sunt in ratione composita voluminum mobilis cujusque et velocitatum.

Sint (fig. 110) mobilia AB, LM, quae temporibus aequalibus ipsi T moveantur velocitatibus suis V et E retentis, et percurrant spatia ${}_1A_2B$, ${}_1L_2M$; ajo esse spatia ${}_1A_2B$ ad ${}_1L_2M$ in ratione composita voluminum AB ad LM et velocitatum V ad E. Sint longitudines percursae ${}_1C_2C$, ${}_1N_2N$; constat (per defin. 2 cap. de tractu) esse spatia ${}_1A_2B$ ad ${}_1L_2M$ in ratione composita voluminum AB ad LM et longitudinum percursarum ${}_1C_2C$ ad ${}_1N_2N$. Sed longitudines percursae in motibus aequivelocibus aequalium temporum sunt ut velocitates (per prop. 1 hic).

Propositio 5.

In motu ejusdem mobilis aequiveloce vel duorum mobilium volumina aequalia et constantes velocitates habentium longitudines percursae, itemque spatia percursa sunt ut tempora impensa; et vicissim si talia sint, velocitas est constans seu motus aequivelox.

Mobile AB (fig. 111) motu aequiveloce, tempore TE, percurrat longitudinem ${}_1C_2C$ et spatium ${}_1A_2B$; et idem seu aequale tempore TP longitudinem ${}_1C_3C$ spatiumque ${}_1A_3B$; ajo esse ${}_1C_2C$ ad ${}_1C_3C$ vel ${}_1A_2B$ ad ${}_1A_3B$ ut TE ad TP. Sint motus aequidistributi ejusdem vel aequalis volumine mobilis, ejusdemque cum prioribus velocitatis, ac proinde (per prop. 3 hic) sint hi motus percursis intra aequalia respective tempora longitudinibus et spatiis aequales, adeoque (per prop. 3 cap. de velocitate uniformi et aequidistributa) uniformes, quorum spatia ${}_3A_4B$ et ${}_3A_5B$, longitudines ${}_3C_4C$, ${}_3C_5C$. Jam (per prop. 5 cap. de veloc. aequidistr. et unif.) longitudo ${}_3C_4C$ est ad longitudinem ${}_3C_5C$, ut tempora impensa TE ad TP. Ergo eodem modo erunt et longitudines ${}_1C_2C$ (aequales ipsi ${}_3C_4C$) ad ${}_1C_3C$ (aequalem ipsi ${}_3C_5C$), adeoque et spatia, quippe ob idem (vel aequale volumine) mobile sunt (per def. 2 cap. de tractu) in ratione longitudinum. Idemque et vicissim locum habet, quia et dicta prop. 5 cap. citati conversam annexam habet.

Propositio 6.

Si diversa mobilia moveantur unumquodque motu aequiveloce (seu constantis velocitatis), longitudines aequalibus temporibus percursae erunt velocitatibus impensis proportionales, inaequalibus percursae erunt in ratione composita temporum et velocitatum. Quodsi aequalia sint mobilium volumina, idem erit de spatiis, quod de longitudinibus. Et vicissim si talia locum habeant, mobilia retinebunt suas velocitates.

In figura prop. praecedentis adjiciatur mobile LM, ita ut puncta L, M, N eodem modo tractentur ut puncta A, B, C, sitque et mobilis LM motus velocitatem retinens. Jam si aequalibus (ipsi TE) temporibus sint percursae longitudines $_1C_2C$ et $_1N_2N$, et aequalibus (ipsi TP) temporibus percursae longitudines $_1C_3C$ et $_1N_3N$; erit $_1C_2C$ ad $_1N_2N$ ut velocitas ipsius AB ad velocitatem ipsius LM, quia substitutis motibus aequidistributis eorundem mobilium et earundem velocitatum (ut in prop. praecedentis demonstratione) est $_3C_4C$ ad $_3C_5C$, ut velocitas ipsius AB ad velocitatum ipsius LM (per prop. 5 cap. citati). Quodsi tempora sint inaequalia, et percurrerit AB longitudinem $_1C_2C$ tempore TE, et LM longitudinem $_1N_3N$ tempore TP, erit $_1C_2C$ ad $_1N_3N$ in ratione composita temporum TE ad TP et velocitatum ipsius AB ad ipsius LM. Posito enim LM, cujus majus tempus parte sui temporis TE, percurrisse longitudinem $_1N_2N$, est $_1C_2C$ ad $_1N_2N$ ut velocitas in AB ut velocitas in LM; et est $_1N_2N$ ad $_1N_3N$ ut tempus TE ad tempus TP (per prop. praeced.); ergo $_1C_2C$ ad $_1N_3N$ in ratione composita temporum et velocitatum. Quodsi mobilia AB et LM sunt aequalium voluminum, etiam spatia in ratione sic composita erunt, quia (per defin. 2 cap. de tractu) spatia tunc longitudinibus sunt proportionalia. Eadem vicissim locum habere manifestum est, quia et propositiones, quibus in demonstratione usi sumus, conversas habent.

Propositio 7.

Spatia percursa a mobilibus suam velocitatem retinentibus sunt in ratione composita voluminum cujusque mobilis, velocitatum, et temporum impensorum.

Sint (fig. 112) mobilia AB, CD, quae percurrunt spatia ${}_1A_2B$, ${}_1C_2D$, temporibus T et P, velocitatibus GH, LM; ajo esse spatia ${}_1A_2B$ ad ${}_1C_2D$ in ratione composita voluminum AB ad CD et velocitatum GH ad LM et temporum T ad P. Sint longitudines percursae ab AB quidem GK, a CD vero LN; spatia ${}_1A_2B$ et ${}_1C_2D$ sunt in ratione composita voluminum AB ad CD et longitudinum GK ad LN (per def. 2 cap. de tractu). Sed longitudines (per prop. 6 hic) in casu velocitatum constantium sunt in ratione composita temporum T ad P et velocitatum GH ad LM. Ergo in casu velocitatum constantium, sunt in ratione composita voluminum, temporum et velocitatum.

Propositio 8.

In motu utcunque accelerato, conservato aut retardato longitudines a mobilibus percursae sunt ut facta ex velocitatibus in tempus ordinatim ductis; spatia percursa seu tractus in ratione composita horum factorum et voluminum.

Sit (fig. 113) mobile A tempore BE percurrens longitudinem A(A) in temporis BE instantibus B, C, E, velocitates habens quascunque BF, CG, EH; et primum ponamus tempus per plura instantia ${}_1C$, ${}_2C$, ${}_3C$ etc. in partes dividi utcunque ut B_1C, ${}_1C_2C$, ${}_2C_3C$ etc., per quarum unamquamque duret eadem velocitas, ut velocitates ${}_1C_1G$, ${}_2C_2G$, ${}_3C_3G$ per tempora B_1C, ${}_1C_2C$, ${}_2C_3C$, ${}_3CE$. Si jam ponamus velocitates ordinatim in tempora duci, ut fiant deinde rectangula FB_1C, ${}_1G_1C_2C$, ${}_2G_2C_3C$, ${}_3G_3CE$, erunt haec rectangula in ratione composita elementorum temporis et velocitatum; itaque (per prop. 6 hic) ut longitudines elementares respondentes a mobili A percursae, A_1A, ${}_1A_2A$, ${}_2A_3A$, ${}_3A(A)$. Itaque summae rectangulorum, seu figurae scalares, erunt ut longitudines totae percursae, veluti $BF_1G_2G_2C$ ad $BF_1G_2G_3GHE$ ut A_2A ad $A(A)$, et spatia, quae (per def. 2 cap. de tractu) sunt in ratione composita longitudinum et voluminum, erunt in ratione composita horum factorum et voluminum. Idemque est, si plures diversorum mobilium velocitates in sua tempora ordinatim ducantur, modo rectis proportionalibus tempora et velocitates repraesententur. Quodsi elementa temporis, quibus eadem durat velocitas, sint assignabilibus utcunque parvis minora, ita ut nulla pars temporis assignari queat, in qua eadem

duret velocitas; figura scalaris evanescet in orthogonium curvilineum, quod longitudini percursae erit proportionale.

Hujus propositionis usus latissime patet; Phorometriam enim connectit cum Geometria. Ex ea pendent, quae de motu uniformiter accelerato habentur apud Galilaeum, quaeque a nobis multo ampliora et difficiliora circa varia accelerationum aut retardationum genera exhibentur.

Caput III.

De Gradibus velocitatis in Motu varie difformi.

Definitio 1. Motus uniformiter secundum tempora acceleratus vel retardatus est, cum aequalibus quibuscunque temporis partibus transmissis aequalia sunt incrementa vel decrementa velocitatis.

Definitio 2. Motus uniformiter secundum spatia acceleratus vel retardatus est, cum quibuscunque aequalibus longitudinis percursae partibus transmissis aequalia sunt velocitatis incrementa vel decrementa.

Propositio 1.

In motu inde a quiete uniformiter accelerato acquisitae velocitates sunt temporibus impensis proportionales.

Sint (fig. 114) ${}_1T{}_2T$ et ${}_2T{}_3T$ aequales, erunt et ${}_1E{}_2C$ et ${}_2E{}_3C$ aequales (per def. 1 hic). Ergo ${}_1CF$ ad $F{}_3C$, ut ${}_1C{}_1E$ ad ${}_1E{}_2C$. Ergo ${}_1C$, ${}_2C$, ${}_3C$ cadunt in rectam. Itaque si AT sint tempora, at TC velocitates, erit $A{}_1T$ ad $A{}_2T$ ut ${}_1T{}_1C$ ad ${}_2T{}_2C$, id est tempora ut velocitates.

Propositio 2.

Iisdem positis longitudines percursae sunt in duplicata ratione temporum impensorum vel velocitatum acquisitarum.

Nam longitudines sunt ut facta ex velocitatibus TC in tempus AT ordinatim ductis (per prop. 1 hic vel per prop. 8 cap. de velocitate in universum). Ergo longitudines sunt ut triangula ATC, id est ut quadrata ipsarum AT vel TC.

Propositio 3.

Spatia motu uniformiter secundum tempora accelerato aequalibus temporis partibus ordine percursa crescunt ut numeri impares deinceps ab unitate.

Nam quadratorum 0, 1, 4, 9, 16, 25 etc. differentiae sunt 1, 3, 5, 7, 9 etc. Et patet, tempore A_1T percursum esse triangulum A_1C_1T ut 1; tempore ${}_1T_2T$ trapezium ${}_1C_1T_2T_2C$, quod est ut 3; tempore ${}_2T_3T$ trapezium ${}_2C_2T_3T_3C$, quod est ut 5; et ita porro.

Propositio 4.

Media temporis velocitas (arithmetica) in motu uniformiter secundum tempora accelerato seu qua latum uniformiter mobile tantundem longitudinis percurrisset eodem tempore, quantum nunc percurrerat dicto motu accelerato, est dimidia ultimae velocitatis acceleratione quaesitae.

Hoc est, si mobile per tempus A_3T moveretur celeritate uniformi ${}_3TG$ vel AH dimidia ipsius ${}_3T_3C$ acquisitae tempore A_3T motu aequabiliter accelerato, tantundem longitudinis seu spatii absolveret hac celeritate uniformi seu constante, quantum nunc accelerata. Nam longitudo percursa celeritate AH tempore A_3T repraesentatur rectangulo HA_3T; et longitudo percursa celeritatibus TC proportione temporum AT crescentibus repraesentatur triangulo rectangulo A_3T_3C (per prop. 8 cap. de velocitate in universum.) Ut autem sit rectangulum HA_3T aequale triangulo A_3T_3C, oportet esse AH dimidiam ipsius ${}_3T_3C$.

Propositio 5.

Si acquisitae velocitates sint in ratione duplicata, triplicata etc. aliterque multiplicata temporum inde a quiete impensorum, longitudines percursae sunt (respective) in triplicata, quadruplicata, et generaliter unitate magis quam velocitates multiplicata temporum ratione.

Nam temporibus existentibus (fig. 115) ut AT partibus rectae ATT, et ipsis TC normalibus ad AT existentibus ut velocitatibus et in duplicata ratione seu ut quadrata ipsarum AT, linea ACC erit parabola, cujus vertex A, spatia autem percursa erunt ut areae ATCA (per dictam prop. 8 cap. de velocitate in univer-

sum) quae (ex quadratura parabolae nota) sunt trientes rectangulorum ATC; ergo sunt ipsis istis rectangulis proportionalia. Rectangula autem ATC (quorum altitudines AT sunt ut tempora, et bases TC ut quadrata temporum) erunt ut temporum cubi seu in triplicata eorum ratione. Eodem modo si velocitates TC sint in triplicata temporum AT, spatia percursa erunt ut areae curvilineae ATCA, seu ut quartae partes rectangulorum ATC, seu ut rectangula ATC, seu in temporum AT ratione quadruplicata. Et ita porro in reliquis.

Cum tempore Galilaei nondum notae essent generales quadraturae parabolarum, quas primus, ni fallor, dedit Fermatius, hinc ille in primo gradu motus accelerati substitit.

Propositio 6.

Iisdem positis, spatia temporibus aequalibus inde a quiete percursa sunt ut numeri deinceps ab unitate sumti, qui in casu velocitatis uniformis sunt unitates; in casu velocitatis proportione temporum crescentis eorum differentiae primae sunt binarii, (seu factum ex 1 in 2); in casu velocitatis proportione temporum duplicata crescentis eorum differentiae secundae sunt senarii (seu factum ex 1. 2. 3); in casu velocitatis proportione temporum triplicata crescentis eorum differentiae tertiae sunt 24 (seu factum ex 1. 2. 3. 4); et ita porro.

Nam dicta spatia in casu motus uniformis sunt aequalia, adeoque incipiendo ab unitate etiam reliqua sunt unitates; in casu motus proportione temporum crescentis spatia sunt differentiae quadratorum, seu numeri impares, eorum autem differentiarum differentiae primae sunt 2, nam ita stat series:

0	1	4	9	16	25	quadrati
	1	3	5	7	9	numeri spatiorum
		2	2	2	2	differentiae.

In casu velocitatis proportione temporum duplicata crescentis dicti numeri sunt differentiae cuborum (0, 1, 8, 27, 64, 125 etc.), nempe hae differentiae sunt 1, 7, 19, 37, 61, qui repraesentant dicta spatia A_1T_1CA, ${}_1C_1T_2T_2C_1C$, ${}_2C_2T_3T_2C_2C$ etc. posito primum A_1T_1CA esse 1, et tempora A_1T, ${}_1T_2T$, ${}_2T_2T$ esse aequalia; sed horum differentiae secundae sunt 6, scilicet

0	1	8	27	64	125	cubi
1	7	19	37	61		numeri spatiorum.
6	12	18	24			differentiae primae.
6	6	6				differentiae secundae.

In casu velocitatis proportione temporum triplicata crescentis numeri spatia dicta aequalibus temporibus percursa repraesentantes sunt differentiae biquadratorum, et horum spatiorum proinde differentiae tertiae sunt 24, scilicet:

0	1	16	81	256	625	biquadrati.
1	15	65	175	369		numeri spatiorum.
14	50	110	194			differentiae primae.
36	60	84				differentiae secundae.
24	24					differentiae tertiae.

atque ita porro in altioribus.

Propositio 7.

Iisdem positis, media arithmetica temporis velocitas, qua motum mobile uniformiter eodem tempore tantundem quantum nunc longitudinis percurrisset, si velocitates sint in temporum ratione simplice, duplicata, triplicata etc., est (respective) portio velocitatis ultimae acquisitae dimidia, tertia, quarta etc. seu generaliter portio ejus secundum numerum, qui est exponens multiplicatae rationis unitate auctus.

Nam ad eum modum, quo ratiocinati sumus prop. 4 hic, si rectang. HA_4T sit aequale areae A_4T_4CA, et AT sint tempora ac TC velocitates, tunc HA repraesentat velocitatem temporis mediam arithmeticam. Jam si TC sint ut quadrata, cubi, biquadrata etc. ipsarum AT, erit (ex nota paraboloidum quadratura) AH vel $_4TG$ pars tertia, quarta, quinta etc. ipsius $_4T_4C$.

Quae diximus, cum velocitates a quiete crescunt in ratione temporum utcunque multiplicata, verbi gr. duplicata, aut triplicata, quadruplicata etc. seu cum velocitates acquisitae sunt ut quadrata, cubi, biquadrata etc. temporum impensorum, etiam locum habent, cum velocitates a quiete crescunt in ratione temporum utcunque submultiplicata seu ut radices quadraticae, cubicae, biquadraticae etc. temporum, id est (quod eodem redit) cum tempora impensa sunt ut quadrata, cubi, biquadrata etc. velocitatum acquisitarum

idem enim est dicere, velocitates esse in ratione temporum subduplicata vel subtriplicata seu ut radices temporum quadratas vel cubicas, ac dicere, velocitates esse in ratione temporum multiplicata secundum numerum exponentem $\frac{1}{2}$ vel $\frac{1}{3}$. Quin et fieri potest, ut neque velocitates sint ut dignitates temporum nec tempora ut dignitates velocitatum, sed ut dignitates velocitatum sint dignitates temporum, sed alterius gradus, verbi gr. cubi velocitatum ut quadrata temporum; et tunc dicetur, velocitates esse in ratione temporum duplicata-subtriplicata, seu in ratione temporum multiplicata secundum numerum exponentem $\frac{2}{3}$. Sin velocitatum quadrata fuissent ut cubi temporum, seu velocitates in ratione temporum triplicata-subduplicata, forent velocitates in ratione temporum multiplicata secundum exponentem $\frac{3}{2}$. Idem est dicendum, si non velocitates ad tempora aut contra, sed vel spatia percursa ad tempora aut velocitates aut horum alterum ad spatia referatur; idemque est, si numeri exponentes sint negativi, hoc est, si rationes, quas diximus, pro directis assumantur reciprocae etc., sed tunc crescente uno, decrescit id cujus ratio reciproca est, et vice versa, de quo mox distinctius. Semper autem locum habent demonstrationes propositionum 5 et 7, quamvis numeri indices seu exponentes multiplicationis rationum non sint integri, sed fracti. Hinc generaliter solvitur problema sequens.

Propositio 8. Problema.

Si ex his tribus: tempora impensa, velocitates acquisitae, longitudines percursae, unum utcunque a minimo crescere dicatur in ratione alterius multiplicata (vel submultiplicata, vel multiplicata-submultiplicata), definire, secundum quam rationis multiplicationem tertium crescat, et quae sit velocitas media arithmetica, seu aequivalens uniformis.

Condantur tabulae sequentes ope prop. 5 et 7 ampliatarum juxta scholion subjectum propositione 7, quarum prima ostendit, data ratione velocitatum multiplicata rationis temporum quomodo ratio longitudinum percursarum sit multiplicata rationis temporum; et item, quae sit velocitatis mediae quantitas.

Tab. I.

0	1	2 (T)	3	4	5	Tempora
1	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{4}{1}$	$\frac{5}{1}$	$\frac{6}{1}$	Longitudines percursae in multiplicata ratione temporum.
2	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{7}{2}$	
(V) 3	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$(L)	$\frac{6}{3}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{8}{3}$	
4	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{9}{4}$	
5	$\frac{6}{5}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{10}{5}$	
Velocitates	Longitudines percursae in multiplicata ratione temporum.					

Usus tabulae praecedentis: Dato in qua ratione temporum sint velocitates vel contra, invenire, in qua ratione temporum sint longitudines percursae, et quae sit media velocitas. Exempli causa, sint velocitates in ratione temporum multiplicata secundum numerum $\frac{2}{3}$, seu in ratione temporum duplicata-subtriplicata, seu velocitatum cubi (v^3) sint ut temporum quadrata (t^2), tunc ad inveniendas longitudines ex temporibus quaeratur in columna sinisterrima (quae est velocitatum) numerus 3 notatus signo (V) et in linea suprema (quae est temporum) numerus 2 notatus signo (T), et in cella notata signo (L) utrique (T) et (V) respondente occurret numerus $\frac{5}{3}$, qui significat, longitudines percursas esse in temporum ratione multiplicata secundum numerum $\frac{5}{3}$, seu esse in temporum ratione quintuplicata subtriplicata, hoc est, cubos longitudinum esse ut quintana seu surdesolida temporum. Et generali theoremate, si sit v^m ut t^n, fiet l^m ut $t^{\overline{m+n}}$, seu l ut $t^{\overline{m+n}:m}$. Idem numerus $\frac{5}{3}$ significat velocitatem mediam se habere ad maximam acquisitam ut 3 ad 5, seu ut $\frac{3}{5}$ ad 1, seu generaliter ut m ad m+n.

Tabula secunda ostendit, quomodo data ratione temporum ex ratione velocitatum, etiam spatia seu longitudines percursae habeantur ex ratione velocitatum:

Tab. II.

0	1	2 (T)	3	4	5	Tempora.
1	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{5}$	Longitudines percursae in multiplicata ratione velocitatum.
2	$\frac{3}{1}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{7}{5}$	
(V) 3	$\frac{4}{1}$	$\frac{5}{2}$ (L)	$\frac{6}{3}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{8}{5}$	
4	$\frac{5}{1}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{9}{5}$	
5	$\frac{6}{1}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{10}{5}$	
Velocitates	Longitudines percursae in multiplicata ratione velocitatum.					

Exempli causa, si tempora sint in ratione velocitatum multiplicata secundum rationem $\frac{3}{2}$, seu in ratione velocitatum triplicata-subduplicata, seu temporum quadrata (t^2) sint ut velocitatum cubi (v^3), tunc ad inveniendas longitudines ex velocitatibus quaeratur in linea suprema (quae est temporum) numerus 2 notatus signo (T), et in columna sinisterrima (quae est velocitatum) numerus 3 notatus signo (V), et in cella notata signo (L) utrique (T) et (V) respondente occurret numerus $\frac{5}{2}$, qui significat longitudines percursas esse in velocitatum ratione multiplicata secundum numerum $\frac{5}{2}$, seu esse in velocitatum ratione quintuplicata-subduplicata, hoc est, quadrata longitudinum esse ut quintana seu surdesolida velocitatum. Et generali theoremate, si sit t^n ut v^m, fore l^n ut v^{m+n}, seu l ut $v^{m+n:n}$. Patet autem ex inspectione, tabulam secundam habere eosdem numeros cum prima, sed inverso situ, si velocitates pro temporibus ponantur, et contra.

Tabula tertia ostendit, quomodo data ratione longitudinum percursarum ex ratione temporum impensorum, etiam velocitatum acquisitarum ratio habeatur ex ratione temporum impensorum.

Tab. III.

0	1	2	3	4	5 (T)	Tempora.
1	$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{4}{1}$	Velocitates acquisitae in multiplicata ratione temporum.
2	*	$\frac{0}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{2}$	
(L) 3	*	*	$\frac{0}{3}$	$\frac{1}{3}$	(V) $\frac{2}{3}$	
4	*	*	*	$\frac{0}{4}$	$\frac{1}{4}$	
5	*	*	*	*	$\frac{0}{5}$	
Longitudines.	Velocitates acquisitae in multiplicata ratione temporum.					

Exempli causa, si longitudinum cubi (l^3) sint ut temporum surdesolida (t^5), seu si longitudines sint in ratione temporum quintuplicata-subtriplicata, seu multiplicata secundum numerum $\frac{5}{3}$; tunc ad inveniendas velocitates ex temporibus quaeratur in linea suprema (quae est temporum) numerus 5 notatus signo (T) et in columna sinisterrima (quae est longitudinum) numerus 3 notatus signo (L), et in cella notata signa (V) utrique (T) et (L) respondente occurret numerus $\frac{2}{3}$, qui significat velocitates acquisitas esse in temporum ratione duplicata-subtriplicata seu multiplicata secundum numerum $\frac{2}{3}$, hoc est, cubos velocitatum esse ut quadrata temporum. Et generali theoremate, si sit l^e ut t^r, fore v ut $t^{\overline{r-e:e}}$, seu v^e ut t^{r-e}.

Notandum autem est in hac tabula, $\frac{0}{1}$ vel $\frac{0}{2}$ vel $\frac{0}{3}$ etc. id est 0, significare, tunc cum longitudines percursae sunt ut tempora impensa, vel quadrata longitudinum ut quadrata temporum, vel cubi illorum ut cubi horum etc., velocitates esse ut t^0, id est ut unitates seu quantitates constantes, seu quod idem est, tunc velocitatem esse uniformem. Ratio autem, cur in hac tabula relicta sint loca vacua, haec est, quod tunc exponens numerus foret minor quam 0, quod fieri non debet. Exempli causa, cum l^2 sunt ut t^1, fieret v ut $t^{\overline{1-2:2}}$, seu v ut $t^{\overline{-1:2}}$, vel v^2 ut t^{-1}, vel quod idem est v^2 ut $\frac{1}{t}$ seu $1:t$, seu velocitatum quadrata erunt reciproce

ut tempora. Quibus casibus utique existentibus velocitatibus vel earum potentiis progressionis arithmeticae, tunc tempora vel eorum potentiae forent progressionis harmonicae; unde sequeretur, initio seu primo momento, cum tempus infinite parvum est, velocitatem esse infinitam, quod utique admittendum non est; idemque in caeteris omnibus locis fieret, quos ideo vacuos reliquimus. Et proinde fieri non potest, ut longitudinum percursarum quadrata sint ut tempora impensa, vel longitudinum cubi sint ut temporum quadrata aut ut ipsa tempora, vel ut longitudinum biquadrata sint ut temporum cubi vel quadrata vel ut ipsa tempora, et ita porro.

Tabula quarta ostendit, quomodo data ratione temporum impensorum ex data ratione longitudinum percursarum, etiam velocitatum acquisitarum ratio ex data ratione longitudinum percursarum detur.

Tab. IV.

	0	1	2	3	4	(T) 5	Tempora
	1	$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	Velocitates acquisitae in multiplicata ratione longitudinum percursarum.
	2	*	$\frac{0}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{5}$	
(L)	3	*	*	$\frac{0}{3}$	$\frac{1}{4}$	(V) $\frac{2}{5}$	
	4	*	*	*	$\frac{0}{4}$	$\frac{1}{5}$	
	5	*	*	*	*	$\frac{0}{5}$	
	Longitudines	Velocitates acquisitae in multiplicata ratione longitudinum percursarum.					

Exempli causa, si temporum surdesolida (t^5) sint ut longitudinum cubi (l^3), seu si tempora sint in longitudinum ratione triplicata-subquintuplicata, vel si tempora sunt in ratione longitudinum multiplicata secundum numerum $\frac{3}{5}$; tunc ad inveniendas velocitates ex longitudinibus quaeratur in linea suprema (quae est temporum) numerus 5 notatus signo (T) et in columna sinisterrima (quae est longitudinum) quaeratur numerus 3 notatus signo (L), et tunc in cella notata signo (V) utrique (T) et (L) respon-

dente occurret numerus $\frac{2}{5}$, qui significat velocitates acquisitas esse in longitudinum percursarum ratione duplicata-subquintuplicata, seu in ratione longitudinum multiplicata secundum numerum $\frac{2}{5}$, seu, quod idem est, velocitatum acquisitarum surdesolida fore ut longitudinum percursarum quadrata. Et generali theoremate, si sit t^r ut l^e seu t ut $l^{e:r}$, fore v ut $l^{r-e:r}$, seu v^r ut l^{r-e}. Et eo casu, quo velocitates in tabula praecedenti erant ut t^0, etiam in hac fiunt ut l^0, id est ut unitates, seu sunt velocitates uniformes. Et loca tabulae antecedentis vacua quippe impossibilia, etiam in hac vacant, cum iisdem sunt utriusque tabulae respondentes casus, tantum quod velocitates in praecedente per tempora, in hac per longitudines seu loca absoluta aestimantur: eodem modo, ut primae quoque et secundae tabulae iidem fuere casus, eo tantum discrimine, quod longitudines percursae eaedem in prima per tempora, in secunda per velocitates aestimabantur. Et in sequentibus quoque proximis duabus tabulis eadem tempora insumta in quinta quidem per longitudines percursas, in sexta vero per velocitates acquisitas aestimabuntur.

Igitur tabula quinta ostendit, quomodo data ratione velocitatum acquisitarum ex data ratione longitudinum percursarum, etiam temporum impensorum ratio ex data ratione longitudinum percursarum detur.

Tab. V.

(L)

0	1	2	3	4	5	Longitudines
1	⊕	*	*	*	*	Tempora impensa in multiplicata ratione longitudinum.
2	$\frac{1}{2}$	*	*	*	*	
3	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	*	*	*	
4	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	*	*	
(V) 5	$\frac{4}{5}$	(T) $\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	*	

Velocitates. Tempora impensa in multiplicata ratione longitudinum.

Exempli causa, si velocitatum surdesolida (v^5) sint ut longitudinum quadrata (l^2), seu si velocitates sint in ratione longitudinum duplicata-subquintuplicata, sive multiplicata secundum numerum $\frac{2}{5}$, tunc ad invenienda tempora ex longitudinibus quaeratur in linea suprema (quae est longitudinum) numerus 2 notatus signo (L) et in columna sinisterrima (quae est velocitatum) numerus 5 notatus signo (V), et in cella notata signo (T) utrique (L) et (V) respondente occurret numerus $\frac{3}{5}$, qui significat, tempora impensa esse in longitudinum percursarum ratione triplicata-subquintuplicata, seu multiplicata secundum numerum $\frac{3}{5}$, hoc est, surdesolida temporum esse ut cubos longitudinum. Et generali theoremate, si sit v^c ut l^b, fore t ut $l^{\overline{c-b:c}}$, seu t^c ut l^{c-b}. Sed ex inspectione tabulae naturaque calculi rursus apparet, multa manere loca vacua, ubi casus sunt impossibiles. Nam impossibilis est (ex. gr.) casus cellae ☽ respondentis longitudinis exponenti 1 et velocitatis 1, id est, ubi velocitates sunt ut longitudines, seu v^1 ut l^1; nam ita tam c quam b existentibus 1, fieret $c - b = 0$, et foret t ut $l^{0:1}$, seu t ut l^0, seu tempus durante motu non cresceret, sed maneret constans sive idem, quod est absurdum. Similis absurditas oritur in omnibus locis vacantibus. Itaque fieri non potest, ut velocitates acquisitae crescant ut longitudines percursae, vel ut earum quadrata, cubi altioresque potestates; aut ut velocitatum acquisitarum quadrata crescant ut longitudinum percursarum quadrata, cubi altioresque potestates seu dignitates; aut ut velocitatum acquisitarum cubi crescant ut longitudinum percursarum cubi, biquadrata altioresve potestates. Et generaliter fieri non potest, ut velocitatum dignitates crescant ut dignitates pares vel altiores longitudinum, quemadmodum paulo ante ad Tab. III. ostendimus fieri non posse, ut temporum dignitates crescant ut longitudinum dignitates altiores, seu ut longitudinum dignitates crescant uti temporum dignitates inferiores.

Denique tabula sexta ostendit, quomodo data ratione longitudinum percursarum ex ratione data velocitatum acquisitarum, etiam temporum impensorum ratio ex data ratione velocitatum acquisitarum detur.

Tab. VI.

0	1	(L) 2	3	4	5	Longitudines
1	*	*	*	*	*	Tempora impensa in multiplicata ratione velocitatum.
2	$\frac{1}{1}$	*	*	*	*	
3	$\frac{2}{1}$	$\frac{1}{2}$	*	*	*	
4	$\frac{3}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3}$	*	*	
(V) 5	$\frac{4}{1}$	(T) $\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	*	
Velocitates.	Tempora impensa in multiplicata ratione velocitatum.					

Exempli causa, si longitudinum quadrata (l^2) sint ut velocitatum surdesolida (v^5), seu si longitudines sint in velocitatum ratione quintuplicata-subduplicata vel in velocitatum ratione multiplicata secundum numerum $\frac{5}{2}$, tunc ad invenienda tempora ex velocitatibus quaeratur in linea suprema (quae est longitudinum) numerus 2 notatus signo (L) et in columna sinisterrima (quae est velocitatum) quaeratur numerus 5 notatus signo (V), et tunc in cella notata signo (T) utrique (L) et (V) respondente occurret numerus $\frac{3}{2}$, qui significat tempora impensa esse in velocitatum acquisitarum ratione triplicata-subduplicata, seu in ratione velocitatum multiplicata secundum numerum $\frac{3}{2}$, hoc est, temporum quadrata fore ut longitudinum cubos. Et generali theoremate, si sit l^b ut v^c seu l ut $v^{c:b}$, fore t ut $v^{\overline{c-b}:b}$ seu t^b ut v^{c-b}. Et casus, qui in tabula proxime praecedente nempe quinta erant impossibiles, etiam hic vacant.

In omnibus autem tabulis uno eodemque exemplo usi sumus, ut consensus appareat. Nempe in tabula 1. velocitatum cubis existentibus ut temporum quadrata, tunc longitudinum cubi sunt ut temporum surdesolida. In tabula 2. temporum quadratis existentibus ut velocitatum cubi, tunc longitudinum quadrata sunt ut velocitatum surdesolida. In tabula 3. longitudinum cubis existentibus ut temporum surdesolida, tunc velocitatum cubi sunt ut temporum quadrata (consentit tabulae primae). Et in tabula 4. tem-

porum surdesolidis existentibus ut longitudinum cubi, tunc velocitatum surdesolida sunt ut longitudinum quadrata. In tabula 5. velocitatum surdesolidis existentibus ut longitudinum quadratata, tunc temporum surdesolida sunt ut longitudinum cubi (consentit tabulae quartae). Denique in tabula 6. longitudinum quadratis existentibus ut velocitatum surdesolida, tunc temporum quadrata sunt ut velocitatum cubi (consentit tab. secunda).

Postremo pretium operae videtur ostendere, quomodo unius tabulae canon analyticus ex alterius tabulae canone per calculum generalem derivetur, praesertim cum alioquin analytici non satis uti soleant exponentibus potentiarum generalibus seu per literas expressis, quod tamen hic requiritur.

Et quidem tabulae primae canon analyticus erat talis Si v^m ut t^n, fiet l^m ut t^{m+n}, ubi habetur l ex t. Quaeritur jam canon analyticus tabulae secundae, seu posito t^n ut v^m quaeritur l ex v. Quod calculo tali invenitur: $t^n \overset{(1)}{\text{ut}} v^m$ ex hypothesi; ergo $t \overset{(2)}{\text{ut}} v^{m:n}$. Jam ex canone tabulae primae est $l^m \overset{(3)}{\text{ut}} t^{m+n}$; ergo fit $l \overset{(4)}{\text{ut}} t^{\overline{m+n}:m}$; et in analogia (4) pro t substituendo valorem ex analogia (2) fit $l \overset{(5)}{\text{ut}} v^{\overline{m+n}:n}$, id est $l^n \overset{(6)}{\text{ut}} v^{m+n}$. Itaque si t^n ut v^m, fit l^n ut v^{m+n}, qui est canon analyticus tabulae secundae. Et eodem modo ex canone tabulae tertiae derivatur canon quartae, itemque ex canone tabulae quintae derivatur canon sextae, aut vice versa. Sed ut ostendamus, quomodo et alii canones ex primo aut inter se deriventur, in exemplum apponemus calculum, quo canon tabulae quintae derivatur ex canone tabulae primae.

In tabula igitur quinta est $v^c \overset{(1)}{\text{ut}} l^b$ seu $v \overset{(2)}{\text{ut}} l^{b:c}$, quaeritur t ex l, $^{b,c.}$ Jam ex tab. 1 canone, cum esset $v \overset{(3)}{\text{ut}} t^{n:m}$, erat $l \overset{(4)}{\text{ut}} t^{\overline{m+n}:m}$. Ergo $t \overset{(5)}{\text{ut}} l^{m:\overline{m+n}}$. Ergo tollendo t ex analogia (3) per analogiam (5), fit $v \overset{(6)}{\text{ut}} l^{n:\overline{m+n}}$. Comparando igitur analogias (2) et (6), fit $\overline{m+n}:n \overset{(7)}{=} c:b$ seu $1+\overline{m:n} \overset{(8)}{=} c:b$, et $n:m \overset{(9)}{=} b:c-b$. Jam ex articulo (4) erat $l \overset{(10)}{\text{ut}} t^{1+\overline{n:m}}$. Ergo per artic. (9) fit $l \overset{(11)}{\text{ut}} t^{c:c-b}$, seu fit $t^c \overset{(12)}{\text{ut}} l^{c-b}$. Itaque si sit v^c ut l^b, fit t^c ut l^{c-b}, qui est canon analyticus tabulae quintae. Eademque methodus in caeteris locum habet. In qua non tantum notandus est usus calculi exponentium literalium, sed et analogiarum, quae ad instar aequa-

tionum adhibentur, et quidem analogiarum non communium, sed per duos tantum terminos eosque indefinitos seu universales quamcunque ejusdem nominis propositi quantitatem comprehendentes expressarum, ut cum dicitur velocitates in gravium descensu acquisitas esse ut tempora impensa (seu velocitatem priorem esse ad velocitatem posteriorem ut tempus acquisitionis illius ad tempus hujus), quae formulae brachylogiae analogias contracte exprimendi geometris quidem in usu sunt, nondum autem in calculo analytico frequentabantur. Itaque nos, cum usus horum sit maximus in translatione geometriae ad motum potentiasque, his exemplis praeiri viam aliis e re fore putavimus.

Propositio 9.

Fieri non potest, ut temporibus eorumve potentiis in progressione Arithmetica crescente assumtis, velocitates quaesitae vel etiam spatia percursa crescant in progressione Geometrica inde a quiete. Et generaliter fieri non potest, ut uno ex his tribus: tempore, velocitate, spatio (seu longitudine percursa) vel ejus dignitate arithmetice seu uniformiter crescente, alterum vel ejus dignitas geometrice ab initio crescat.

Ponatur enim, si fieri potest, (fig. 116) temporibus AT ab initio motus A assumtis in progressione Arithmetica seu ut logarithmis, velocitates acquisitas esse in progressione Geometrica seu ut numeros, patet tres velocitates acquisitas quascunque, ut ${}_1T_1V$, ${}_2T_2V$, ${}_3T_3V$, quae aequalibus distant temporis intervallis ${}_1T_2T$, ${}_2T_3T$, fore progressionis Geometricae, adeoque et velocitates existentes momentis A, ${}_1T$, ${}_2T$ (posito tempora A_1T, ${}_1T_2T$ esse aequalia) esse progressionis Geometricae, quod est absurdum. Nam velocitas initio seu in A est nulla ex hypothesi, adeoque est velocitate in ${}_1T$ repraesentata per ${}_1T_1V$ infinities minor; jam velocitas in A est ad velocitatem in ${}_1T$, ut haec ad velocitatem in ${}_2T$, ex hypothesi; ergo etiam ${}_1T_1V$ est ipsa ${}_2T_2V$ infinities minor, adeoque si ${}_1T_1V$ sit velocitas gradus cujuscunque quantumvis parvi assignabilis, velocitas ${}_2T_2V$ foret infinita. Et cum instans ${}_2T$ utcunque vicinum sumi possit instanti A, patet mobile secundum hanc accelerationis legem aut nullum habere motum, aut statum habere instantaneum seu infinitae velocitatis. Et sane si ordinatae

TV velocitatem repraesentantes sint progressionis geometricae, ipsis temporum intervallis ${}_1T\,{}_2T$, ${}_2T\,{}_3T$ etc. existentibus aequalibus, tunc VV nunquam attingit rectam AT, quippe sibi asymptoton, ut construenti manifestum est. Et proinde velocitas hoc modo crescens, a minimo seu a quiete incipere non potest, contra hypothesin. Hinc porro sequitur, temporibus arithmetice assumtis, spatia quoque percursa geometrice crescere non posse. Quoniam tunc spatiis Geometrice crescentibus etiam velocitates Geometrice crescunt. Nam si spatia crescunt Geometrice, etiam differentiae eorum seu elementa creseent Geometrice; sed elementa spatii sunt in ratione composita elementorum temporis et velocitatum (supra cap. de velocitate in genere prop. 8) id est, quia elementa temporis (quippe differentiae terminorum arithmeticae progressionis) aequalia sunt, elementa spatii sunt in ratione velocitatum; ergo et velocitates forent progressionis Geometricae, quod fieri non posse jam ostendimus.

Porro quo argumento ostendimus, temporibus crescentibus Arithmetice, spatia percursa seu longitudines tractus non posse crescere Geometrice inde a quiete, eodem etiam evincitur, spatiis percursis Arithmetice, velocitates acquisitas non posse crescere Geometrice inde a quiete. Eadem enim ratiocinatio est, substituendo tantum spatia pro temporibus. Unde spatiis crescentibus Arithmetice, etiam tempora Geometrice crescere non possunt a quiete. Nam spatiis crescentibus Arithmetice, elementa temporis sunt velocitatibus reciproce proportionalia (per dict. prop. 8). Itaque cum si tempora sint geometricae progressionis, talia etiam futura sint elementa eorum, sequitur et velocitates geometricae progressionis fore, quod absurdum esse ostensum est. Postremo velocitatibus crescentibus Arithmetice, spatia non possunt Geometrice crescere inde a quiete. Nam si in figura eadem rectae AT, quae sunt progressionis arithmeticae, exhibeant velocitates, et ipsae rectae TV, quae sunt progressionis geometricae, exhibeant tempora, sequitur eodem (quo tunc, cum AT essent tempora et TV velocitates, usi sumus) argumento, posito quod velocitati in A minimae seu quieti respondeat spatium minimum seu spatii initium et velocitati in ${}_1T$ respondeat spatium percursum ${}_1T\,{}_1V$, tunc necessario velocitati in ${}_2T$ acquisitae respondere spatium ${}_2T\,{}_2V$ percursum infinitum. Quod est absurdum, cum ${}_2T$ sumi possit ubique post A, adeoque motus futurus sit instantaneus. Et velo-

citatibus crescentibus Arithmetice, simili argumento nec tempora inde ab initio crescere possunt Geometrice; nam velocitate quacunque A_2T acquisita tempus ${}_2T_2V$ foret infinitum, adeoque ad minimum quemque gradum velocitatis acquirendum tempore infinito opus foret, adeoque motus foret nullus. Eadem vis ratiocinationis et in dignitatibus locum habet, nam quorum dignitates sunt progressionis Geometricae, ea sunt ipsamet progressionis Geometricae. Ex his autem, ut obiter dicam, intelligi potest, quam commode et utiliter mens humana etiam ipsa infiniti consideratione ad res aestimandas uti queat.

Propositio 10.

Fieri non potest, ut velocitatum dignitates determinati nominis crescant in ratione dignitatum parium vel altiorum a longitudinibus. Item fieri non potest, ut longitudinum dignitates determinati nominis crescant in ratione dignitatum inferiorum a temporibus.

Verbi gratia fieri non potest, ut quadrata velocitatum crescant ut quadrata vel cubi longitudinum, aut ut cubi longitudinum crescant ut quadrata temporum vel ut tempora. Horum prius demonstravimus in explicatione problematis 8 ad tab. 3, posterius ibidem ad tab. 5. Praeterea ad tab. 3 etiam ostendimus, quomodo progressio harmonica excludatur. Caeterum fieri non posse, ut velocitates crescant uti spatia percursa, qui unus est casus partis prioris hujus propositionis, jam et a Galilaeo et uberius a Fermatio est demonstratum. Quin et brevissima conclusione sequitur ex prop. 9 proxime praecedenti, non posse velocitates inde a quiete crescere ut longitudines percursas seu spatia. Nam si ita esset, forent etiam continua velocitatis incrementa incrementis longitudinis continuis percursae proportionalia. Sed in omni motu, temporibus aequabiliter crescentibus, progressuum seu longitudinis percursae incrementa continua sunt ut velocitates (per prop. 8 cap. de velocitate in genere). Ergo in nostro casu velocitatis incrementa sunt ut velocitates, adeoque velocitates sunt progressionis Geometricae. Sed motum hac lege inde a quiete crescere non posse demonstratum est prop. 9 proxime praecedente.

Equidem P. Cazraeus S. J. olim libello scripto contra Gali-

laeum ratiociniis quibusdam suis atque experimentis demonstrare conatus erat, motum gravium inde a quiete accelerari in ratione spatiorum transcursorum. Sed Fermatius in Epistola, tum inter Gassendea tum etiam inter opera posthuma Fermatii edita, ostendit hoc esse impossibile. Audio et P. Laloveram S. J. qui sane fuit ingeniosissimus, aliquid circa hoc argumentum praestitisse, quod ad manus meas non pervenit. Gassendus autem integrum libellum Cazraeo opposuit. Cazraeus porro (ut obiter dicam) lapsus est in sua experimentorum instituendorum ratione, quod discrimen inter vim vivam et mortuam, seu inter impetum conceptum et primos conatus infra a nobis uberius expositum non percepit. Nec satis scio, an ipse Gassendus hunc difficultatis nodum solverit. Nimirum Cazraeus sibi deprehendisse videbatur, librae lance una quiescente in tabula cum ponderibus impositis, altera vero lance manente libera et in hanc vacuam pondere aliquo ex altitudine quadam cadente et pondus unius librae in lance opposita attollente, idem pondus ex decupla vel duodecupla altitudine cadens, decem vel duodecim libras in lance opposita collocatas attollere posse, atque inde colligere sibi posse videbatur, gradus velocitatum acquisitos esse ut altitudines. Sed plerumque, qui rerum rationes non considerant, etiam in experimentis sumendis falluntur. Sciendum enim est, et a nobis infra demonstratum, grave quantumcunque attolli posse nonnihil lapsu alterius quantulicunque ex altitudine quantulacunque, cum gravitatis vis quae mortua est, a concepto impetu, qui infinities major est, semper superetur, sed quo altior erit lapsus, eo altius attolletur grave in lance positum. Itaque si unica ex pedis altitudine cadens attollit pondus lancis oppositae ad unum pollicem, eadem ex duodecim pedibus lapsa attollere poterit idem pondus ad pollices duodecim seu pedem. Et oportet pondus ipsum esse unicae duodecuplum, quae cap. de causa et effectu demonstravimus. Interim abstrahendus est animus a variis accidentibus, quibus efficitur, ut corpora valde gravia a minoribus sensibiliter non moveantur; grave enim magnum iis, quibus innititur, se fortiter applicat, nec sine frictione aliqua et medii quoque ambientis resistentia avelli aut moveri potest. Ut de partibus lancis tensionis ac flexionis alicujus patientibus nihil dicam: simile quid experimur in eo quod Galli vocant tractum bilancis, le trait de la balance. Bilanx enim magnis ponderibus in aequilibrio positis onerata non quodvis exiguum pondus adjectum sentit,

quod Cl. Perraltus in tentamentis physicis sane egregiis inertiae materiae tribuisse visus est. Sed haec inertia id tantum praestat, ut corpora majora moveantur tardius, non ut omnino non moveantur minorum impulsu. Verum haec obiter anticipavimus occasione data, cum alioqui hujus loci non sint.

Propositio 11. Problema.

Si velocitates decrescant in ratione temporum aut longitudinum percursarum crescentium multiplicata utcunque, reliqua definire ad instar prop. 8.

Quando velocitas prius in eadem ratione crevisse intelligi potest, vicissim ut creverat decrescet, et sufficit recurri ad solutionem et tabulas problematis dictae prop. 8. Sed in casibus, ubi locum non habebat incrementum tale velocitatis inde a quiete, quid agendum sit, expositis difficilioribus quibusdam exemplis viam praeivimus in Appendice de resistentia medii, cujus effectus, ut illic explicuimus, ad hujusmodi motuum aestimationes reducitur. Quibus perceptis caetera quoque similia praestare diligenter considerandi non difficile erit, aditu semel aperto. Nobis enim nunc singula persequi non vacat, ne nimium ab elementorum instituto abeamus.

SECTIO QUINTA.

PHOROMETRICA DIFFORMIUM.

Caput I.

De Quantitate Motus seu impetu.

Definitio 1. Quantitas motus seu impetus est actum ex velocitatibus in quantitatem materiae seu molem ordinatim ductis.

Ut si (fig. 117) in mobili eandem ubique quantitatem materiae in volumine aequali seu densitatem constantem habente puncti cujusque ut C velocitas sit ut CE, rectae AB mobile repraesentanti ad angulos rectos applicata, impetus seu quantitas motus repraesentabitur per figuram AEDB, et quidem si ACB sit recta et ve-

locitates sint ut distantiae ab A, impetus ipsius AC erit ad impetum ipsius AB in duplicata ratione mobilium AC, AB seu ut quadratum AC ad quadratum AB, nempe ut area ACE ad aream ABD.

Quodsi mobilis diversa sit densitas in diversis partibus, tota motus quantitas similiter colligetur. Sit (fig. 118) recta AB uniformiter mota circa centrum immotum A punctis suis, ut C, describens arcus $_1C_2C$ velocitatibus punctorum proportionales, et ponatur praeterea mobile esse gravius seu densius versus B in ratione distantiae ab A; repraesentabitur tota moles seu quantitas materiae per triangulum rectangulum ABF, cujus basi BF parallela seu ordinatim applicata CG sit ad basim BF, ut densitas in C ad densitatem in B. Fiat jam aliud triangulum rectangulum ad eandem rectam AB in alio plano ad prius recto, nempe triangulum ABD, ordinatis suis CE repraesentans velocitates respondentes, seu ut CE sit ad BD ut velocitas $_1C_2C$ ad velocitatem $_1B_2B$; tunc rectangulum ECG repraesentabit impetum puncti C, et pyramis (quam constituunt haec rectangula) ejusque partes repraesentabunt impetus partium lineae, et ita erit impetus ipsius AC ad impetum ipsius AB ut pyramis ACEHG ad pyramidem ABDLF, adeoque ut cubus ipsius AC ad cubum ipsius AB. Ex his etiam patet, idem esse impetum, quod summam velocitatum, posito elementa molis, quibus competunt velocitates, esse aequalia inter se. Ex his etiam intelligitur, impetum esse quantitatem motus sed non nisi momentanei, et aptius dici q u a n t i t a t e m c o n a t u s; ac proprie loquendo, cum motus tempore indigeat, id potius q u a n t i t a t e m m o t u s fore, quod oritur ex conatuum toto tempore existentium aggregato, et a nobis infra dicitur q u a n t i t a s t r a n s l a t i o n i s. Maluimus tamen recepto significatui morem gerere.

D e f i n i t i o 2. I n t e n s i o m o t u s s e u v i g o r i n m o b i l i e s t v e l o c i t a s m o b i l i s a e q u i d i s t r i b u t e m o t i, q u o d m o b i l i p r o p o s i t o m o l e e t i m p e t u e s t a e q u a l e, s e u v e l o c i t a s, q u a e d u c t a i n m o l e m d a t i m p e t u m.

Ut si (fig. 119) omnes $_1B_2B$ celeritates punctorum B rectae AB circa centrum A immotum in plano motae et ubique aeque densae repraesententur rectis BD ordinatim ad angulos rectos ei insistentibus, et sumatur recta CE vel $_1A_3A$ talis ut rectangulum $_3A_1A_2B_1B$ aequetur figurae ADB; tunc celeritas repraesentata per rectam CE erit velocitas, qua motum mobile AB motu aequidistri-

buto ${}_2A_2B$ in ${}_3A_3B$ eundem habebit impetum quem ante, seu (quod idem est) recta CE repraesentans celeritatem ducta in molem seu mobile AB dat rectangulum ${}_2A_2A$ aequale figurae ADB impetum repraesentanti. Idem succedit in mobili AB inaequalis densitatis. Ut si (fig. 120) ponantur densitates punctorum B crescere in ratione distantiarum ab A, adeoque moles mobilis repraesentari per triangulum rectangulum ABF, et ejusdem mobilis protractio (vel elementum tractus) seu, quod idem est, summa velocitatum in volumen ductarum repraesentari per triangulum rectangulum ABD, cujus planum sit rectum ad planum prioris; impetumque cujuslibet puncti B repraesentari per rectangulum BDLF, adeoque impetum mobilis AB per pyramidem ex his rectangulis conflatam ABDLF; et sumatur jam recta CE talis magnitudinis, ut ducta ipsa normaliter in molem ABF producat solidum prismaticum seu ubique aequealtum ${}_1A_2A_2BMF_2B$, cujus basis sit moles ABF, altitudo sit celeritas CE; sitque solidum hoc prismaticum pyramidi aequale, adeoque recta AB motu aequidistributo ${}_2B_3A$ celeritate ut CE seu ${}_1A_3A$ incedens eundem impetum habeat, quem ante cum motu circulari moveretur; his positis celeritas CE erit intensio motus seu vigor: quae etiam erit media arithmetica inter omnes velocitates moli ordinatim applicatas, seu inter omnes rectas ex pyramidis hedra ADL in hedram ABF (quae molem repraesentat) normaliter incidentes. Suo loco autem patebit, velocitatem CE, quae intensionem motus seu vigorem mobilis exhibet, seu quae ducta in molem dat impetum, esse ipsam velocitatem centri gravitatis, quando omnia mobilis puncta in easdem partes tendant, vel saltem (etsi non tendant in easdem partes) quatenus motus eorum quicunque compositus intelligi potest ex motu in parallelis ad easdem partes, eatenus velocitas hujus motus paralleli conspirantis per velocitatem centri gravitatis similiter parallelam et conspirantem exprimetur.

Propositio 1.

Si nullum sit discrimen densitatis in materiis, coincidit impetus mobilis et ejusdem protractio seu elementum tractus.

Nam mobilia seu moles iisdem existentibus densitatibus sunt ut volumina (per prop. 1 cap. de quantitate materiae). Jam impetus est factum ex velocitatibus in molem ordinatim ductis

(per def. 1 hic), et protractio est factum ex velocitatibus in volumen ordinatim ductis (per defin. 2 cap. de velocitate in universum); coincidunt ergo.

Inspicienti figuras praecedentes definitionum 1 et 2 patet, si nulla habeatur ratio densitatis, nullave ejus sit diversitas in mobilibus ut AB, evanescere triangulum molis ABF, et molem exhiberi per ipsam rectam AB; evanescere etiam solida ut pyramides pro impetu rectae exhibendo excogitatas, et impetum exhiberi per sola triangula AB. Et vero, cum in naturae interioribus revera nulla sit materiae dissimilaritas (ut ego quidem arbitror), consequens est in natura coincidere quae diximus, etsi a nobis notionis phaenomenis et sensui accommodantibus plus materiae in gravioribus seu densioribus esse, per aversionem quandam, compendiosae ratiocinationis causa, hic admittatur.

Propositio 2.

Si nullum sit discrimen densitatis in materiis, coincidunt intensio motus in mobili seu vigor, et ipsa mobilis velocitas.

Nam vigor est ut quotiens factus divisione impetus per molem (per defin. 2 hic), et velocitas est ut quotiens factus divisione protractionis per volumen (per defin. 2 cap. de velocitate in universum). Et si nullum sit discrimen in densitatibus, moles repraesentantur per volumina (per prop. 1 cap. de quantitate materiae), et coincidunt impetus et protractiones (per prop. 1 hic); coincidunt ergo vigor et velocitas.

Nimirum inspiciendo figuras definitionum 1 et 2 manifestum est, si eadem ubique in mobilibus sit densitas, ipsam CE seu $_1A_2A$ vigorem nihil aliud esse quam velocitatem mobilis, quia ducta in rectam AB dat protractionem seu impetum rectae hujus. Sed si recta densitate differat, aut alioquin densitatum ratio habeatur, recta adhibenda ut non HK, quae ducta in volumen AB exhibeat planum protractionis ABD, seu rectangulum BAα huic triangulo aequale, sed CE, quae ducta in molem ABF exhibeat solidum impetus, seu in exemplis supradictis solidum prismaticum pyramidi aequale. Et posito omnia puncta mobilis in easdem partes ferri, tam vigor quam velocitas mobilis exhiberi potest per velocitatem centri gravitatis secundum cautionem dictam ad defin. 2. Velocitas scilicet mobilis est eadem, quae velocitas centri gravitatis ipsius ve-

luminis, ut in recta AB velocitas puncti medii K nempe $_1K_2K$; si vero densitas rectae variet, quaerendum est centrum gravitatis ipsius molis, quod in recta AB, densitate versus B crescente, proportione distantiae ab A, est vicinius ipsi B, ita ut BC sit triens rectae AB, et hujus velocitas erit mobilis vigor seu motus intensio, ductaque in molem dabit impetum.

Propositio 3.

Impetus sunt in ratione composita mobilium et intensionum motus.

Sint (fig. 121) mobilia AB, 4 et LM, 2; et intensiones motuum BC, 3 et MN, 5; impetus ABC, 12, LMN, 10 sunt ut facta ex AB in BC, et ex LM in MN (per defin. 2 hic), ergo in ratione composita AB ad LM, 4 ad 2, et BC ad MN, 3 ad 5 (ex elementis).

Propositio 4.

Impetus sunt in ratione composita voluminum, densitatum, et intensionum motus.

Nam impetus sunt in ratione composita mobilium et intensionum motus (per prop. 3 hic), et mobilia seu moles sunt in ratione composita voluminum et densitatum (per prop. 3 cap. de quantitate materiae), unde habetur propositum.

Inspiciatur figura definitionis 2; patet mobilis rectae AB circa suum extremum A immotum motae volumen exhiberi per longitudinem rectae AB; densitatem per BN dimidiam ipsius $_2BF$; molem seu quantitatem materiae per triangulum ABF seu per rectangulum ex volumine in densitatem ABN; vigorem seu intensionem motus per rectam CE seu $_1A_3A$, impetum per pyramidem ABDLF seu per solidum prismaticum nempe $_1A_3A_3BMF_2B$ sub mole ABF et vigore CE vel $_1A_3A$ contentum; unde impetum per praecedentem esse in ratione composita mobilium seu molium, et vigorum seu intensionum motus, seu denique impetum repraesentari per rectangulum solidum $N_2B_1A_3A$ sub tribus rectis angulum rectum facientibus volumine AB, densitate BN, et vigore $_1A_3A$ contentum.

Propositio 5.

Si densitates sint aequales, impetus seu quantitates motuum sunt in ratione composita voluminum seu extensionum mobilis et velocitatum ejusdem mobilis.

Nam si densitates sint aequales, impetus sunt in ratione composita voluminum et intensionum motus (per prop. 4 hic); et si densitates sint aequales, intensiones motus sunt ut velocitates mobilis (per prop. 2 hic). Ergo impetus sunt in ratione composita voluminum et velocitatum.

Haec propositio jam recepta est apud alios, qui impetum seu quantitatem motus magnitudine mobilis et velocitate aestimant, etsi eam solummodo de motu aequidistributo accipere soleant, non assueti velocitatem quandam certam mobili assignare, cujus puncta diversis velocitatibus moventur, quod nos facere et propositiones vulgo de motu tantum aequidistributo intellectas, generaliores reddere operae pretium duximus.

Itaque generaliter, si mobile, cujus magnitudo repraesentatur (fig. 122) recta AB, feratur velocitate repraesentata per rectam ${}_1A_2A$, vel ${}_1B_2B$, tunc impetus seu quantitas motus (momentanei) seu summa velocitatum aestimatur per rectangulum ${}_1A_2B$; rectangula autem sunt in ratione composita laterum; itaque impetus ${}_1A_2B(6)$ est ad impetum ${}_1L_2M(20)$ in ratione mobilium AB(3) ad LM(4) et velocitatum ${}_1B_2B(2)$ ad ${}_1M_2M(5)$; et si magnitudo mobilis seu volumen sit 3, velocitas graduum 2, impetus erit graduum 6; si volumen 4, velocitas 5, erit impetus 20. Sed si mobile non sit ejusdem ubique densitatis, non velocitas mobilis, quae magnitudine spatii intra datum tempus uniformiter percurrendi aestimatur, sed intensio motus, seu ea velocitas mobilis aequidistribute moti adhibenda est, qua in molem scilicet mobilis ducta idem prodiret, quod ex facto, velocitatibus in punctorum singulorum densitates ordinatim ductis. Nam in velocitate et spatio percurso, voluminis tantum spatio continue applicati ratio habetur, densitas vero in considerationem non venit.

Sint duo globi aequales, unus ferreus, alter ex duobus hemisphaeriis ferreo et plumbeo compositus. Hi si aequalia spatia eodem tempore uniformiter suis centris percurrant, haec duo corpora magnitudine aequalia eadem velocitate moveri dicentur. Sed non erit idem eorum impetus, neque etiam vigor, etsi enim magnitudine dimensionis seu volumine, non tamen mole seu pondere aequantur.

Quod ut appareat clarius, rem ad figuram revocemus. Ut si (fig. 123) globus A♀♀ ferreus moveatur circa punctum immotum B, centro suo A describens arcum circuli ${}_1A_2A$ et eodem tem-

pore aequali velocitate circa punctum M moveatur globus diametro priori aequalis $L\delta b$, qui circulo maximo ad LM normali dividatur in duo hemisphaeria, ferreum remotius a B, plumbeum propius, describatque centro suo L arcum circuli priori aequalem $_1L_2L$; manifestum est aequalia esse spatia percursa, seu tractus ut velocitates; sunt enim spatia percursa (ob voluminum aequalitatem) in ratione longitudinum percursarum, seu linearum $_1A_2A$, $_1L_2L$ percursarum a centris gravitatis voluminum, id est centris sphaerarum. Sed secus est de impetibus et vigoribus; nam hemisphaerium plumbeum majorem impetum habet majoremque vigorem quam ferreum. Nempe quaeratur centrum gravitatis globi L, quod cadet infra L in N, quia plumbum gravius ferro: centrum (inquam) gravitatis, non voluminis, sed molis mobilis. Itaque ut velocitas mobilis L repraesentatur per $_1L_2L$ longitudinem percursam a centro voluminis L, quae est ipsa longitudo a mobili percursa, et tractus mobilis seu spatium percursum est in ratione composita longitudinis percursae (seu hoc loco ob motum uniformem, velocitatis) et voluminis seu magnitudinis sphaerae, seu ut factum ex multiplicatione longitudinis lineae $_1L_2L$ per magnitudinem sphaerae $L\sigma b$; ita intensio motus seu vigor hujus sphaerae repraesentatur per $_1N_2N$: longitudinem percursam ab N centro gravitatis ipsius mobilis seu molis sive ponderis sphaerae, quae est id quod infra definiemus longitudinem translationis; et effectus formalis ipsius motus seu translationis quantitas (quam infra definiemus) est factum ex longitudine translationis seu (hoc loco ob motum uniformem) vigore seu motus intensione ducta in molem seu in pondus sphaerae, seu est in longitudinis, quam habet translatio, et ipsius ponderis translati ratione composita. Unde impetus globi A est ad impetum globi L, ut pondus globi A (ferrei) multiplicatum per vigorem $_1A_2A$ est ad pondus globi L (semiferrei et semiplumbei) multiplicatum per vigorem $_1N_2N$. Et quidem si contingat tanto majorem esse vigorem globi ferrei, quanto majus est pondus semiplumbei, erit impetus utrobique aequalis. Nam ex prop. 3 sequitur, impetibus existentibus aequalibus vigores fore reciproce ut mobilia, quod peculiari propositione enuntiare nihil necesse est.

Caput II.

De Quantitate Translationis seu Effectu motus formali.

Definitio 1. Translationis seu effectus formalis a motu quantitas est, cujus mensura est percursio certae longitudinis facta a mobili aequidistributo moto certae molis, seu est factum ex longitudinibus percursis in molem ordinatim ductis.

Sit (fig. 124) corpus similare unius pedis cubici A, 1, motu aequidistributo motum et tempore T percurrens longitudinem 1 seu $_1A_2A$ unius pedis, qui casus sit mensura. Sint jam tria alia corpora ipsi A consimilaria B,4, C,8, D,6 pedum cubicorum quatuor, octo, sex, quae motu aequidistributo percurrant B,4, C,8, D,6 longitudines pedum $_1B_2B$, 5; $_1C_2C$, 7; $_1D_2D$, 9. Et in B,4, cujus longitudo percursa est 5, quantitas translationis seu effectus formalis a motu est 20; in C,8, cujus longitudo percursa 7, quantitas translationis est 56; in D,6, cujus longitudo percursa est 9, quantitas translationis est 54.

Nimirum, ut distinctius exponamus, in B,4, cujus longitudo percursa 5, ideo quantitas translationis seu effectus formalis a motu est 20, quoniam vigesies repetitur casus assumtus pro mensura seu hypothesis corporis unius pedis cubici aequidistribute percurrentis longitudinem unius pedis, cum B quater in se contineat congruens ipsi A, et unumquodque ex istis contentis quinquies percurrat unum pedem, unde vigesies habetur congruens ipsi A percurrens longitudinem congruentem ei quam percurrit A, ita ut quoad ea, quae nunc in considerationem veniunt, nullum occurrat discrimen. Quodsi corpora non essent consimilaria, tunc id quod est duplo densius vel duplo gravius altero, censetur intra idem volumen duplo plus materiae similaris continere, et ita longitudinem a quaque parte similari aequidistribute percursam ducendo in materiae quantitatem seu molem, et summam ineundo (quod appello factum ex longitudinibus in moles ordinatim ductis) habebimus quantitatem translationis. Et ideo translationem seu effectum formalem motus subinde voco spatium percursum exaltatum, dum scilicet longitudines non in volumen (ut in simplici spatio percurso), sed in molem resultantem ex volumine et densitate ducuntur. Nec minus procedit aestimatio, si mobile non moveatur aequidistribute, sed componatur ex partibus,

quae varias simul longitudines percurrunt, ut si C et D unum compositum constituant; resoluto enim toto non aequidistribute moto (ut est C et D simul) in partes, quarum quaelibet aequidistribute movetur (C, D), uniuscujusque singulatim aestimanda translatio est, atque ineunda deinde summa. Et aliquando intelligendum est continuari resolutionem in infinitum, quando nulla pars assignari potest, in cujus partibus non rursus occurrat diversitas translationis, ut fit cum corpus gyratur circa axem, nihilominus tamen succedit aestimatio ad eum modum, quo Geometrae lineam curvam comparare possunt cum recta, etsi nunquam resolvendo curvam perveniatur ad partes rectae congruentes. Adjungantur, quae praeveniendo diximus cap. de impetu, maxime ad prop. 5. Translationem autem hactenus explicatam voce motus effectum formalem, quia hic effectus intelligitur ex hoc solo, quod mobile movetur, etiamsi nulla alia impedimenta ab ipso superanda considerentur.

Definitio 2. Longitudo translationis seu longitudo percursa exaltata est longitudo motus aequidistributi, cujus translatio (seu effectus formalis) propositae translationi aequalis molis sit aequalis, seu longitudo, quae ducta in molem mobilis idem producit quod translatio proposita.

Nimirum cum corpus verbi gr. compositum (fig. 125) ex E, 8 et F, 6 non movetur motu aequidistributo, sed partes ejus diversas habent longitudines, ut E, 8 longitudinem $_1E_2E$, 9, et F, 6 longitudinem $_1F_2F$, 16; poterit quaeri longitudo quaedem media, quae sit 12, exprimens longitudinem translationis totius compositi. Sumatur enim G, 14 aequale ipsi E, 8 et F, 6 simul, motu aequidistributo longitudinis $_1G_2G$, 12 motum, eadem prodibit quantitas translationis. Nam translatio ipsius E, 8 per longitudinem 9 est 72, ipsius F, 6 per longitudinem 16 est 96; summa translationum est 168. At translatio ipsius G, 14 per longitudinem 12 est etiam 168.

Memorabile autem est, si omnia mobilis perturbate licet moti puncta tendant in easdem semper partes, viam centri gravitatis esse illam ipsam, quam hic definivimus longitudinem translationis, quod suo loco demonstravimus, nunc in hoc ipso exemplo ostendamus. Sit ipsorum $_1E$ et $_1F$ centrum gravitatis commune $_1K$, et ipsorum $_2E$ et $_2F$ centrum commune $_2K$, dico $_1K_2K$ viam centri

gravitatis esse etiam 12. Nam in rectam ${}_1E_2E_1F_2F$ (haec enim puncta ponamus jacere in directum) et ${}_1K_2K$ demittantur normales ${}_1L_2L$, et ${}_2N_1F$ distantia inter mobile ${}_2E_2N$ et mobile ${}_1F$ in recta dicta sit 1; reperietur ${}_1E_1L$ esse $7\frac{4}{7}$, et ${}_2E_2L$ esse $10\frac{4}{7}$. Jam ${}_1E_2E$ est 9; et patet esse ${}_1K_2K$ aequal. ${}_2L_2E + {}_2E_1E - {}_1E_1L$. Jam 12 est aequal. $10\frac{4}{7} + 9 - 7\frac{4}{7}$. Ergo ${}_1K_2K$ aequal. 12, adeoque ${}_1G_2G$ aequal. ${}_1K_2K$. Idem succedit in aliis exemplis quibuscunque. Et quidem si mobile non sit aequalis ubique densitatis, non adhibendum est centrum voluminis, sed molis, quae melius intelligentur adjunctis quae diximus ad prop. 5 capitis de impetu. Et quoniam longitudo translationis a longitudine percursa non differt, nisi quod in illa aestimanda etiam densitatis in mobili ratio habetur; ideo longitudo translationis etiam a me vocatur **longitudo percursa exaltata**, ut translatio ipsa est spatium exaltatum.

Propositio 1.

In motibus aequidistributis aequalium molium translationes sunt ut longitudines percursae.

Sint (fig. 126) AB et CD aequalis molis, et mota motibus aequidistributis ${}_1A_3B$ et ${}_1C_4D$; ajo translationes seu effectus formales esse ut longitudines ${}_1A_2A_3A$ et ${}_1C_2C_3C_4C$. Mensura longitudinum communis, si commensurabiles sint, sit ${}_1E_2E$, quam longitudo ${}_1A_2A_3A$ contineat si placet bis, et ${}_1C_2C_3C_4C$ ter, et longitudinem ${}_1E_2E$ aequidistribute percurrat mobile EF aequale ipsis AB vel CD. Jam (per def. 1 hic) potest translatio ${}_1E_2F$ accipi pro mensura communi, eaque toties continetur in translatione ${}_1A_3B$ vel ${}_1C_4D$, quoties longitudines continent mensuram, nempe in ${}_1A_3B$ bis, et in ${}_1C_4D$ ter. Ergo translationes sunt ut longitudines. Si longitudines sint incommensurabiles, possunt pro ipsis assumi commensurabiles sic, ut error sit minor quovis dato, atque adeo error est nullus.

Propositio 2.

In motibus aequidistributis aequalium longitudinum translationes sunt ut mobilia.

Sint (fig. 127) mobilium AB, CD motus aequidistributi, et longitudines ${}_1A_2A$, ${}_1C_2C$ aequales; ajo translationes ${}_1A_2B$, ${}_1C_2D$ esse ut mobilia. Sit mobilium mensura communis EF, quae transferatur per longitudinem ${}_1E_2E$ prioribus aequalem; patet translationem

${}_1E_1F$ esse mensuram translationum ${}_1A_2B$ et ${}_1C_2C$ et toties in illis contineri, quoties EF in mobilibus. Sunt ergo translationes ut mobilia. Quodsi mobilia sint incommensurabilia, eadem manet ratio per dicta in demonstr. praec.

Propositio 3.

Translationes (vel effectus formales a motu) sunt in ratione composita mobilium et longitudinum aequidistribute percursarum.

Sint (fig. 128) mobilium AB, CD motus aequidistributi per longitudines ${}_1A_2A$, ${}_1C_2C$; aio translationes ${}_1A_2B$, ${}_1C_2D$ esse in ratione composita mobilium AB, CD et longitudinum ${}_1A_2A$, ${}_1C_2C$. Si essent longitudines aequales, constat per praecedentem; si sint inaequales, sumatur majoris ${}_1C_2C$ pars ${}_1C_3C$ aequalis minori ${}_1A_2A$, et per ${}_1C_2C$ sit translatio ${}_1C_2D$. Erit translatio ${}_1A_2B$ ad translationem ${}_1C_2D$, ut AB ad CD (per prop. praec.) Jam translatio ${}_1C_2D$ est ad translationem ${}_1C_3D$, ut ${}_1C_3C$ (seu ${}_1B_2B$) est ad ${}_1C_2C$ (per prop. 1 hic.). Ergo jungendo prima postremis, est translatio ${}_1A_2B$ ad translationem ${}_1C_2C$ in ratione composita mobilium AB ad CD et longitudinum ${}_1B_2B$ ad ${}_1C_2C$.

In numeris, si mobile AB sit ad mobile CD ut 3 ad 5, et longitudo ${}_1A_2A$ ad longitudinem ${}_1C_2C$ ut 2 ad 4 (seu 1 ad 2), erit translatio ${}_1A_2B$ ad translationem ${}_1C_2C$, ut 6 ad 20 (seu 3 ad 10).

Propositio 4.

Translationes seu effectus formales in omni motu sunt in ratione composita mobilium et longitudinum translationis.

Translationes enim quaecunque propositae (fig. 129) ${}_1B_1A_2A_2B$, et ${}_1D_1C_2C_2D$ sunt inter se ut translationes aequidistributae, ipsis (respective) aequales ${}_2A_3B$, ${}_2C_3D$, et translationes aequidistributae ${}_2A_3B$ et ${}_2C_3D$ sunt in ratione composita mobilium AB ad CD et longitudinum percursarum ${}_2A_3A$ et ${}_2C_3C$ (per prop. 3 praeced.); ergo translationes quaecunque sunt in ratione composita mobilium AB ad CD et longitudinum ${}_2A_3A$ et ${}_2C_3C$, quae percurrendae essent motu aequidistributo, ut translatio aequidistributa ipsi propositae possit esse aequalis (seu ut translatio ${}_2A_3B$ aequalis sit ipsi ${}_1B_1A_2A_2B$ et translatio ${}_2C_3C$ ipsi ${}_1D_1C_2C_2D$). Sed hae longitudines ${}_2A_3A$, ${}_2C_3C$ translationum aequidistributarum ${}_2A_3B$, ${}_2C_3C$ propositis

aequalium sunt ipsae longitudines translationum propositarum (per def. 2 hic). Ergo translationes sunt in ratione composita mobilium et longitudinum translationis.

In numeris et exemplo ponatur in plano semper eodem (fig. 120) radius AB centro B transferri ex $_1AB$ in $_2AB$, et radius DC ex $_1CD$ in $_2CD$; et translationes erunt ut sectores circulares B_1A_2A et D_1C_2D, hisque aequales translationes aequidistributae erunt ut rectangula his sectoribus aequalia $_2A_3B$ et $_2C_3D$, posito altitudines esse mobiles rectas AB, CD et bases seu longitudines percurrendas $_2A_3A$, $_2C_3C$ esse dimidios arcus $_1A_2A$ et $_1C_2C$; et $_2A_3A$, $_2C_3C$ erunt longitudines translationum B_1A_2A et D_1C_2C (per defin. 2 hic). Si jam sit mobile CD duplum mobilis AB, et ipsa $_2C_3C$ (longitudo translationis D_1C_2D) tripla ipsius $_2A_3A$ (quae est longitudo translationis B_1A_2A) erit translatio D_1C_2D sextupla translationis B_1A_2A, quemadmodum aequales translationes aequidistributas in eadem esse proportione, nempe translationem $_2C_3D$ sextuplam translationis $_2A_3B$. Quae omnia eodem modo intelligenda sunt etiam cum translationes per areas spatiorum designatorum exhiberi non possunt; id enim tantum locum habet, cum partes mobilis sibi non succedunt, et linea a puncto mobilis descripta eundem semper facit angulum ad mobile. Unde translationes solidorum nullas dant figuras, etsi figuris proportionalibus arte geometrica repraesentari possint, quoniam solidum moveri non potest, quin partes sibi succedant.

Propositio 5.

In motibus aequalium densitatum, translationes sunt ut spatia percursa, et longitudines translationum sunt ut longitudines tractuum sive spatiorum percursorum (seu ut longitudines percursae).

Nimirum si inspiciatur figura propositionis praecedentis, rectae mobiles AB et CD sint translatae ex A_1B in A_2B et C_1D in C_2D; longitudo percursa est aequalis $_2A_3A$ vel $_2C_3C$, quam si percurreret AB vel CD motu aequidistributo $_2A_3B$ vel $_2C_3D$, spatium percursum seu tractus foret aequalis tractui priori $_1B_1A_2A$ vel $_1D_1C_2C$, seu est longitudo, quae ducta in volumen dat tractum (per defin. 2 cap. de tractu). Porro longitudo translationis est, quae ducta in mobilis molem dat translationem (per def. 2 et prop. 4); id est in mobilis volumen, si densitates sint eaedem (per prop. 1

cap. de quantitate motus), id est quae ducta in mobilis volumen dat quantum molis quantam longitudinem percurrerit; hoc ipsum enim translatio est (per def. 1 hic), id est quantum hoc loco voluminis quantum longitudinis percurrerit, id est (per def. 2 cap. de tractu seu spatio) quantum percursum sit spatii. Sunt ergo translationes ut spatia, et longitudines translationum ut longitudines spatiorum, nempe ut $_{2}A_{3}A$, $_{2}C_{3}C$. Longitudo autem spatii vel translationis semper ea intelligitur, secundum quam si mobile aequidistribute translatum esset, tantundem in summa spatii vel translationis efficeret, quantum nunc, ut satis explicatum est.

Propositio 6.

Si intensiones motuum tempori ordinatim applicentur, factum inde est ut longitudo translationis; et si impetus tempori ordinatim applicentur, factum est ut quantitas translationis seu effectus formalis; adeoque impetus (temporis elemento ordinatim applicatus) est elementum effectus.

Demonstratur eodem modo quo ostensum est (prop. 8 de velocitate in genere) ex velocitatibus mobilis ordinatim applicatis ad tempus, in quo quaeque fuit, fieri longitudinem spatii percursi, seu velocitates in elementa temporis respondentia ordinatim ductas esse ut elementa spatii. Nam nihil interest inter velocitatem mobilis et intensionem motus, et inter longitudinem percursam et longitudinem translationis, quam quod aestimatur in illis quantitas sola voluminis, in his quantitas molis seu voluminis et densitatis. Quoniam igitur vigores, elementis temporis ordinatim applicati exhibent longitudines translationum, etiam vigores in molem semper constantem ducti seu impetus elementis temporis semper ordinatim applicati dabunt longitudinem ductam in eandem molem, seu ipsam quantitatem translationis.

Transferatur huc figura prop. 8 itemque prop. 10 cap. de velocitate in universum, et in figura prop. 8 BCE sit ut tempus et CG sint ut intensiones motus seu vigores, figura BFGKE erit ut longitudo translationis. Et similiter in figura prop. 10 dicti cap. si AEB sit ut tempus, EF ut moles, FG ut intensiones motus seu vigores, rectangula EFGH ut impetus seu facta ex mole in vigores, figura $A_{1}G_{2}GB$ ut longitudo translationis, solidum ex omnibus

impetibus (parallelis EFGH) tempori AEB applicatis seu solidum factum ex mole EF in longitudinem translationis A_1G_3GB ducta seu solidum $_1E_1F_1H_1G_1G_3H_3E$ vel ei aequale solidum A_1BCDLF erit ut ipsa quantitas integra effectus a motu formalis seu quantitas translationis sub pondere translato et longitudine translationis comprehensa.

Definitio 3. Vigor medius (temporis) seu velocitas media exaltata est, quae ducta in tempus impensum dat longitudinem translationis, seu est velocitas exaltata, qua constanter motum mobile tantundem quantum nunc longitudinis exaltatae aequali tempore percurrisset. Et impetus medius est, qui fit ex velocitate media exaltata in molem ducta, seu qui in tempus ductus dat spatium exaltatum seu quantitatem translationis.

Conferantur haec cum dictis ad defin. 3 capitis de velocitate in universum, et adhibita figura propositionis 10 ejusdem capitis; omnia enim eodem modo se habent, modo pro volumine moles, pro velocitate longitudineque simplicibus eaedem exaltatae, et pro impetu restricto absolutus substituantur.

Propositio 7.

Media arithmetica sunt: **Densitas** seu gravitas specifica mobilis, inter omnes punctorum voluminis densitates seu gravitates specificas elementares; **Velocitas** mobilis, inter omnes punctorum voluminis ejus velocitates, seu inter omnes velocitates voluminis elementares; **Longitudo** a mobili **percursa**, inter omnes longitudines elementares seu a voluminis punctis simul percursas; **Velocitas media** temporis, inter omnes velocitates mobili durante toto tempore seu quolibet instanti ejus competentes; **Protractio media** mobilis, seu extensio velocitatis mediae, inter omnes velocitatum mobilis extensiones seu inter omnes protractiones toto tempore seu quolibet instanti ejus mobili competentes; **Intensio motus** seu vigor mobilis seu velocitas exaltata, inter omnes velocitates materiae elementares seu per quantitatem materiae seu molem distributas; **Longitudo transla-**

tionis inter omnes longitudines percursas per quantitatem materiae seu molem distributas; Vigor medius temporis, inter omnes vigores durante tempore seu quolibet instanti ejus mobili competentes; Impetus medius, inter omnes impetus durante tempore seu quolibet instanti mobili competentes: posito semper elementa ejus, ad quod applicantur elementaria, seu ea, inter quae medium quaeritur, esse aequalia.

Haec ad eum modum demonstrari possunt, quo demonstrata est propositio 11 de velocitate, adhibita nimirum quantitatis resultantis et medii arithmetici def. 5 et 6 cap. de ductibus, et inde prop. 18 cap. ejusd. et accedentibus definitionibus singulorum aut inde ductis propositionibus; ut pro densitate, cum densitas ducta in volumen faciat molem (per prop. 3 de quantitate materiae) et moles seu quantitas materiae etiam fiat ex densitatibus singulorum mobilis constituentium, utique densitas est medium arithmeticum (per dict. prop. 18 de ductibus). Similia intelliguntur de velocitate ex prop. 4 juncta prop. 9 cap. de velocitate in universum; de longitudine percursa ex def. 2 cap. de spatio, juncta ejusd. def. 1; de velocitate media et protractione media ex prop. 11 cap. de velocitate in universum; de vigore seu intensione motus seu promptitudine agendi seu velocitate exaltata per prop. 3 cap. de impetu, juncta defin. 1 ejusdem; de vigore medio temporis et impetu medio temporis per def. 3 hic.

Cum elementa aequalia dicimus, concipimus volumen, vel molem, vel tempus (quae hoc loco recipientia sunt) dividi in partes aequales vel assignabiles, vel quando revera ubique varietas est, in partes inassignabiles indefinitae parvitatis inter se aequales, et hoc intelligimus, quando volumen dividimus in puncta, tempus in instantia, molem in quasi puncta seu signa, concipiendo in uno puncto indefinita signa seu concipiendo quantitates punctorum pro gradu densitatis variantes instar linearum. Et ita absolute dicimus, densitatem mobilis esse mediam arithmeticam inter densitatem omnium mobilis punctorum, et intensionem motus in mobili esse velocitatem mediam arithmeticam inter velocitates omnium signorum seu quasi punctorum quantitatem materiae constituentium, quae in punctis

voluminis densioribus plura finguntur pro ratione densitatis, et velocitatem mediam temporis esse mediam arithmeticam inter omnium instantium velocitates; instantia enim signa et puncta concipiuntur ut elementa aequalia temporis, materiae vel voluminis. Porro velocitas ista mobilis, item longitudo percursa ejusdem quae est media arithmetica inter omnium punctorum velocitates vel longitudines percursas, est velocitas itemque longitudo percursa centri gravitatis figurae mobilis seu voluminis. Et similiter vigor mobilis, item longitudo translationis ejusdem, quae est media arithmetica inter omnium signorum materiae velocitates et longitudines percursas, est velocitas itemque longitudo percursa centri gravitatis totius mobilis seu ponderis considerata non tantum figura, sed et diversa in ipsa gravitate specifica seu densitate, quatenus intelligitur omnia mobilis puncta tendere ad easdem partes in parallelis.

Propositio 8.

Cessante densitatis consideratione respective coincidunt (1) volumen, (2) velocitas mobilis, (3) impetus restrictus seu protractio, (4) velocitas temporis media, (5) impetus restrictus temporis medius, (6) longitudo a medio percursa, (7) spatium a mobili percursum, cum (1) mole, (2) velocitate mobilis exaltata (seu intensione motus sive vigore), (3) impetu mobilis seu quantitate motus, (4) vigore temporis medio (seu velocitate exaltata media), (5) impetu temporis medio, (6) longitudine exaltata percursa seu longitudine translationis, (7) quantitate translationis seu effectus formalis a motu.

Neque enim haec aliter differunt, quam quod in posterioribus densitas in considerationem venit, cujus in prioribus ratio non habebatur, ut jam attigimus ad prop. 5 hic.

Placet haec omnia brevissime sub conspectum in figuris exhibere (fig. 180). Recta MNP sit volumen mobilis, cujus punctis quibuscunque N(N) applicentur ad angulos rectos densitates elementares respondentes MQ, NR, (N)(R), PS, et figura orthogonia MQRSP repraesentabit pondus mobilis seu molem. Cui figurae si aequale fiat rectangulum PMβ, erit Mβ densitas mobilis (inter punctorum densitates media arithmetica), quae ducta in vo-

lumen MP dat molem PMβ seu MQRSP. Ejusdem voluminis MP punctis quibuscunque N applicentur ad angulos rectos velocitates singulorum punctorum seu velocitates elementares respondentes MT, NV, PX, et figura orthogonia plana MTVXP (figurae orthogoniae planae MQRSP normaliter insistens) repraesentabit impetum restrictam seu summam velocitatum elementarium voluminis seu protractionem. Cui figurae, si aequale fiat rectangulum λMP, erit Mλ velocitas mobilis (inter punctorum velocitates media arithmetica), quae ducta in volumen MP dat impetum restrictum seu protractionem λMP seu MTVXP. At solidum MQRSPXVTYZΩ factum ductu ordinato figurae MTVXP in figuram MQRSP seu factum ex punctorum velocitatibus in punctorum gravitates specificas seu densitates elementares ordinatim ductis vel factum ex velocitatibus elementaribus in molem ordinatim ductis, est impetus verus seu absolutus seu ipsa quantitas motus. Huic solido MQRSPXVTYZΩ impetum repraesentanti fiat aequale solidum contentum sub recta normali constante Mπ ducta in figuram MQRSP (molem) vel solidum rectangulum βMP$\xi\pi$234 factum ex ductu (absoluto) rectae normalis constantis Mπ in rectangulum PMβ, et altitudo ejus seu recta normalis constans Mπ erit intensio motus seu velocitas exaltata vel vigor, et impetus seu quantitas motus fiet ex ductu vigoris Mπ in molem MRSP vel PMβ vel ex ductu in se invicem voluminis MP, densitatis ipsius mobilis Mβ et velocitatis exaltatae ejusdem mobilis seu vigoris Mπ. Quodsi manente mole MQRSP velimus ipsas MT, NV, PX significare non velocitates seu longitudines momentaneas, sed ipsas longitudines assignabiles a punctis voluminis MNP percursas, adeoque figuram MTVXP non significare protractionem seu elementum tractus sive impetum restrictum sive impetum voluminis, seu spatium elementare sive momentaneo temporis intervallo percursum, quae omnia synonyma sunt, sed ipsum spatium percursum certo tempore assignabili, tunc Mλ non erit velocitas mobilis ut prius, seu longitudo momentanea ab eo percursa, sed ipsa longitudo assignabilis percursa a mobili; et solidum MQRSPXVTYZΩ factum ex ductu ordinato figurae MTVXP in molem MQRSP non erit impetus seu quantitas ut ante, sed erit quantitas effectus formalis a motu, seu quantitas translationis determinans, quantum molis sit translatum; et recta Mπ, quae ducta in MQRSP vel in rectangulum βMP sub volumine

et densitate contentum, solidum solido dicto MQRSPXVTYZΩ aequale, nempe solidum rectangulum βMP$\xi\pi$234 exhibet, ea, inquam, recta Mπ repraesentat longitudinem translationis seu longitudinem percursam exaltatam, quae ducta in molem seu in factum ex volumine et densitate producit quantitatem translationis seu effectus formalis a motu.

Jam ut applicatio horum omnium ad tempus intelligatur, transferatur huc figura propositionis 10 capitis de velocitate in universum (fig. 131), quam et ad def. 3 hic repeti jussimus, ubi AEEB est tempus, EF(1) moles, et EG(2) intensio motus sive vigor seu velocitas exaltata mobilis, et rectangulum EFGH est (3) impetus mobilis seu quantitas motus seu factum ex velocitate ejus exaltata in molem, et solidum ipsum $_1E_1F_1H_1G_3G_3H_3E$ ex omnibus istis rectangulis inter se parallelis tempori normaliter applicatis conflatum est (7) quantitas translationis seu quantitas effectus formalis a motu, quod solidum etiam producitur ducendo molem EF in figuram $_1E_1G_2G_2E$, quae repraesentat factum ex velocitatibus EG tempori EE ordinatim applicatis, hoc est (6) longitudinem translationis seu longitudinem percursam exaltatam. Et cum eadem longitudo translationis etiam exhibeatur per rectangulum ABCD factum ex ductu temporis AEB in BC (4) velocitatem exaltatam mediam temporis seu intensionem motus mediam, hinc etiam solidum translationis seu quantitas effectus producitur ductu molis EF in ABCD factum ex ductu temporis AEB in velocitatem exaltatam mediam BC, unde nascitur solidum rectangulum ABCDL$_1$F$_2$F, imo idem solidum rectangulum seu eadem quantitas effectus fit ductu temporis AB in rectangulum $_1$EDL$_1$F (5) impetum medium temporis exprimens, qui fit ex mole EF in velocitatem exaltatam mediam $_1$ED ducta.

Si vero in eadem figura omnibus retentis lineis ductis tantummodo EF significet (1) volumen, remota scilicet consideratione densitatis, sive quod nulla sit in natura (si rem ad rigorem philosophicum revocemus) sive quod ubique in materiis occurrat eadem densitas, ita ut molis et voluminis notio coincidat, tunc EG non significabit velocitatem mobilis exaltatam, seu inter omnium materiae signorum sive quasi punctorum pro variis densitatibus in eodem puncto multiplicium velocitates mediam, sed velocitatem mobilis ipsam, nempe simplicem seu absolute sic dictam

inter punctorum mobilis velocitates mediam; et cessante densitate coincidet velocitas mobilis cum intensione motus seu vigore, et rectangulum EFGH non significabit factum ex velocitate exaltata EG in EF molem, sed (3) protractionem mobilis factam ex velocitate simplici EG in volumen EF, coincidetque in casu cessantis densitatis protractio seu impetus restrictus cum impetu mobilis absoluto; et AD vel BC non significabit amplius velocitatem exaltatam mediam, sed (4) velocitatem (simpliciter) temporis mediam, quae ducta non in mobile, hoc est in molem vel volumen EF dabit (5) impetum restrictum temporis medium seu protractionem temporis mediam $_1EDLF$ in casu cessantis densitatis coincidentem cum impetu temporis medio; et figura $_1E_1G_2G_2E$ vel aequale ei rectangulum ABCD non exhibebit longitudinem percursam exaltatam, sed (simpliciter) (6) longitudinem a mobili percursam, factam ex mobilis velocitatibus EG tempori AEB ordinatim applicatis vel etiam factam ex velocitate mobilis media BC in tempus AB ducta, coincidentem jam cum longitudine translationis, si cesset densitas. Et postremo solidum $_1E_1F_1H_1G_3F_3H_3E$ seu aequale ei solidum rectangulum $ABCDL_1F_2F$ repraesentabit (7) spatium percursum seu tractum, factum ex EFGH protractionibus seu tractus elementis tempori ordinatim applicatis seu ex ductu protractionis mediae $_1EDL_4F$ in tempus AB, vel ex ductu longitudinis percursae ABCD in volumen mobilis EF; et ita et ipsum spatium percursum in casu cessantis densitatis seu molis cum volumine coincidentis, coincidet cum translatione seu quantitate effectus per motum toto tempore producti.

Propositio 9. Definitio 4.

Idem est factum ex velocitatibus singulorum mobilis punctorum in volumen ordinatim ductis, et factum ex velocitate mobilis in volumen; et hoc factum dicatur protractio seu elementum tractus seu extensio velocitatis seu impetus restrictus.

Nam (ex def. 2. de spatio juncta def. 1) idem est factum ex longitudinibus simul percursis singulorum mobilis punctorum in volumen ordinatim ductis, et factum ex longitudine a mobili simul percursa in volumen (absolute) ducta. Sed velocitates sunt ut longitudines percursae dato tempore in casu motus aequivelocis (per def. 1 hic); ergo etiam idem est factum ex velocitatibus singulo-

rum mobilis punctorum in volumen ordinatim ductis, et velocitate mobilis in volumen (absolute) ducta.

Voco autem protractionem etiam elementum tractus, quia mox ostendetur, ex protractionibus tempori applicatis in unum additis fieri spatium percursum seu tractum. Quid autem sit protractio, ita intelligetur in exemplo. Ponatur (fig. 132) mobilem rectam AB in plano moveri circa extremum immotum A, et punctorum B velocitates esse ut $_1B_2B$, seu ut rectas $_2BD$ ipsi A_2B ad angulos rectos applicatas, seu in A_2B ordinatim ductas, et triangulum AD_2B repraesentabit factum ex velocitatibus in volumen, seu protractionem voluminis, sive promotionem elementarem ejus, quam et repraesentabit rectangulum AGF_2B aequale huic figurae AD_2B, factum ex $_2CE$ velocitate mobilis (quae inter omnes punctorum velocitates semper arithmetice media est) ducta in volumen AB. Protractio autem coincidit cum impetu, quando moles mobilis coincidit cum volumine, seu cum nulla habetur ratio densitatis. Itaque protractionem voco et extensionem velocitatis, scilicet per volumen, item impetum restrictum adempta impetui absoluto consideratione densitatis. Posset etiam dici impetus voluminis, ut impetus absolutus posset dici impetus molis; sed sufficit impetum voluminis dici restrictum, impetum molis vero dici impetum absolute.

Propositio 10.

Ex impetibus restrictis seu elementis tractus sive spatii ad tempus ordinatim applicatis fit tractus seu spatium eo tempore a mobili percursum.

Sit (fig. 131) tempus ut recta EE, volumen mobilis EF vel GH, velocitas mobilis EG vel FH, protractio seu elementum tractus seu factum ex mobili in volumen rectangulum EFHG; erit spatium tempore EE a mobili EF percursum, ut solidum $_1E_1F_1H_1G_1G_2H_2E$ factum ex rectangulis seu protractionibus ad EE ordinatim (ad angulos rectos) applicatis. Nam (per prop. 8 hic) longitudo toto tempore a mobili percursa est ut hujus solidi hedra seu figura $_1E_1G_1G_2E$ facta ex velocitatibus EG tempori EE ordinatim applicatis, et crassities solidi hujus ubique constans EF respondet volumini; ergo solidum ipsum respondebit facto ex longitudine in volumen, id est spatio percurso.

Definitio 3. Velocitas media (temporis) est quae ducta in tempus impensum dat longitudinem a mobili percursam, seu velocitas, qua constanti motum mobile tantundem quantum nunc longitudinis percurrisset; et impetus restrictus medius est qui fit ex velocitate media in volumen ducta, seu quae in tempus ducta dat spatium.

Nempe (in fig. praeced.) velocitas inter omnes mobilis EF velocitates EG, quas durante tempore EE habuit, media est BC, talis nempe, quae ducta in tempus $_1E_2E$ seu AB facit rectangulum ABCD aequale ipsi figurae $_1E_1G_2G_2E$; adeoque longitudo, quam percurreret mobile EF constanti velocitate AD vel BC, quae est ut rectangulum ABCD, erit aequalis longitudini quam percurreret EF variatis velocitatibus EG; et rectangulum $_2FBC$ sub velocitate media BC et volumine mobilis EF contentum erit ut impetus restrictus medius seu medium ex omnibus tractus seu spatii elementis, et hoc rectangulum protractionem mediam repraesentans ductum in tempus $_1E_2E$ seu AB dabit rectangulum solidum ABCDLF aequale ipsi solido $_1E_1F_1H_1G_2G_2H_2E$ spatium repraesentanti. Sic in motu uniformiter accelerato velocitas media, qua constanter motum mobile eandem longitudinem percurreret, est ultimae acquisitae dimidia. Nam (fig. 133) tempore existente AEB, velocitatibus EG, longitudines percursae sunt ut triangula AEG; et tota longitudo percursa ut triangulum ABP, cui aequale est rectangulum ABCD repraesentans longitudinem tempore AB constante velocitate media MN percursam.

Propositio 11.

Velocitas media, item impetus restrictus medius est medium arithmeticum inter omnes mobili intra tempus propositum competentes velocitates aut impetus restrictos tempore uniformiter crescente ordine assumtos.

Nam velocitas (protractio) media ducta in tempus (absolute) idem producit, quod omnes durante tempore existentes mobilis velocitates in tempus ordinatim ductae (per def. 3 hic). Ergo est velocitas absoluta in tempore resultans ex velocitatibus elementorum temporis (per def. 5. cap. de ductibus), et proinde per prop. 18 de ductibus) est media arithmetica inter omnes elemen

torum temporis aequalium velocitates, seu inter omnes velocitates tempore uniformiter crescente assumtas.

Propositio 12.

Longitudines percursae sunt in ratione composita velocitatum mediarum (temporis) et temporum; et spatia percursa sunt in ratione composita velocitatum mediarum (temporis), temporum et voluminum mobilibus competentium, seu impetuum restrictorum mediorum et temporum.

Nam si mobile, cujus volumen seu magnitudo pedum 2, tempus impensum minutorum 3, velocitas toto hoc tempore media graduum 5, percurrerit longitudinem quandam et spatium, erit impetus restrictus medius mobilis ut 2 in 5 seu ut 10 (per def. 2 hic), longitudo percursa (silicet ab ejus centro gravitatis, si omnia puncta tendunt in easdem partes) ut 3 in 5 seu ut 15 (per def. 3 hic), et spatium percursum ut 10 in 3 (per dict. def. 3 hic) adeoque (per def. 2 hic) ut 2 in 3 in 5, seu ut 30.

Caput III.

Conspectus phorometricus.

Definitio 1. Moles seu quantitas materiae est factum ex ductu voluminis seu extensionis materiae in densitatem seu materiae intensionem.

Ut si mobile extensione seu volumine sit alterius triplum, intensione autem materiae seu densitate vel gravitate specifica sit ejusdem duplum, tunc mole seu quantitate materiae (in gravibus, pondere) erit ejus sextuplum. Quantitatem autem materiae intelligo ad rem facientem, etsi non repugnem, imo arbitrer potius, leviora seu rariora esse spongiosiora et in eodem volumine aequalem semper esse materiae quantitatem computata materia quadam insensibili poris interfluente, sed quae nunc a nobis non consideratur, quia motus ejus motu mobilis propositi non continetur.

Definitio 2. Densitas mobilis est media arithmetica inter omnes punctorum ejus densitates. Pro punctis etiam sumi possunt elementa voluminis aequalia inter se.

Definitio 3. Medium arithmeticum inter plura

est quod muliplicatum per eorum numerum producit quantitatem aequalem eorum summae.

Ut si virga sit tricubitalis, cujus unus cubitus habeat gravitatem specificam ut 3, alter ut 4, tertius ut 8, erit gravitas specifica media arithmetica seu totius compositi 3 + 4 + 8 divisi per 3, seu $\frac{15}{3}$ seu ut 5. Ita si corpus ex variis metallis compositum ubique variet specifica gravitate ob varias eorum in variis partibus misturas, tunc ipsi toti attribuetur gravitas specifica, quae sit media arithmetica inter omnes punctorum (seu partium aequalium inassignabilium magnitudine quantum satis exiguarum, ut gravitas eorum specifica pro uniformi ubique in ipsis sine errore notabili in toto haberi possit) specificas gravitates, estque ea ipsa gravitas specifica, quae prodiret massa ipsa in corpus (ad sensum) homogeneum igne refusa. Nam ut prius pondus resultabat ex singulis gravitatibus specificis aequalium elementorum seu punctorum in unum additis, ita nunc idem pondus prodit ex media illa gravitate specifica iisdem elementis applicata, seu per illorum numerum multiplicata.

Definitio 4. Longitudo percursa a mobili est medium arithmeticum inter omnes longitudines seu lineas a quovis mobilis puncto percursas. Dicitur et longitudo tractus.

Fit saepissime, ut diversa puncta mobilis inaequales simul lineas describant, ut fit cum mobile est fluidum vel discretum, imo et cum solidum et continuum est, veluti cum agitur circa aliquod centrum, et tunc attribuenda est mobili longitudo percursa media; estque (ut suo loco a nobis ostenditur) longitudo viae centri gravitatis figurae ipsius mobilis, quando omnia mobilis puncta tendunt in easdem partes.

Definitio 5. Spatium a mobili percursum seu tractus est factum ex ductu voluminis, quod occupat mobile, in longitudinem percursam.

Hoc spatium coincidit figurae a nobis descriptae, quando durante motu unum punctum mobilis non succedit in locum alterius, et linea a quovis puncto mobilis descripta eundem semper angulum facit ad mobile. Unde etiam eo casu via mobilis seu figura descripta a mobili mensurari potest per viam centri gravitatis in magnitudinem mobilis ductam; sed in aliis casibus non coincidit via cum tractu seu spatio percurso a nobis hic definito.

Definitio 6. Velocitas est (formalis) affectio mobilis, quae est proportionalis longitudini quam percurreret mobile intra datae magnitudinis tempus eadem ipsa affectione retenta, et proinde manere intelligitur haec affectio, quamdiu aequalibus temporibus aequales sunt longitudines percursae.

Formalem affectionem mobilis hic intelligimus, quae ipsi inest quatenus mobile est. Si jam duo sint mobilia M et N, et mobile M tempore T ea quam habet formali affectione retenta percursurum esset longitudinem L, at mobile N tempore aequali ipsi T sua itidem tali affectione simili retenta percursurum esset longitudinum λ, sitque longitudo L dupla, tripla, vel utcunque multipla longitudinis λ, sitque etiam exinde dicta affectio mobilis M similiter dupla, tripla, vel generaliter aequimultipla talis affectionis ipsius mobilis N, tunc tales affectiones dicentur velocitates. Itaque ut longitudo percursa a mobili est media arithmetica inter longitudines percursas a punctis mobilis, ita et velocitas mobilis est media arithmetica inter velocitates a punctis percursas, et quando tendunt omnia puncta in easdem partes, est velocitas centri gravitatis figurae.

Definitio 7. Longitudo translationis est medium arithmeticum inter omnes longitudines percursas aequalium materiae in mobili contentae elementorum.

Differt a longitudine percursa seu a longitudine tractus, quod in ea determinanda medium tantummodo quaeritur inter longitudines omnium elementorum aequalium voluminis sive figurae mobilis, vel (quod eodem redit) omnium figurae punctorum, sed quoniam in una figurae parte plus materiae est quam in alia, ita ut unum punctum alio densius concipi possit, ideo possunt fingi elementa materiae minima, seu quasi puncta sive signa, quorum plura pauciorave in voluminis punctis continentur prout est densius; et inter longitudines ab omnibus istis signis percursas media arithmetica est ipsa longitudo translationis, toti massae seu materiae adscribenda. Et quatenus omnia puncta mobilis tendunt in parallelis ad easdem partes, longitudo translationis est ipsa longitudo percursa a centro gravitatis totius massae.

Definitio 8. Intensio motus seu vigor refertur

ad longitudinem translationis, ut velocitas ad longitudinem percursam.

Itaque est affectio proportionalis longitudini translationis intra datae magnitudinis tempus ipsamet affectione retenta absolutae; et est velocitas media inter omnium materiae signorum seu elementorum minimorum (vel aequalium saltem) velocitates; itemque est velocitas centri gravitatis totius massae in modo jam explicato.

Definitio 9. Impetus est factum ex ductu vigoris in molem.

Ut si mobilis centrum gravitatis sit duplo velocius, quam alterius, et mobile ipsum altero triplo gravius, erit impetus mobilis sextuplo major.

Definitio 10. Translatio seu effectus formalis a motu est factum ex longitudine translationis ducta in molem.

Nempe si pondus sex librarum transferatur per longitudinem quinque pedum, effectus formalis a motu seu quantitas translationis erit trigicupla ejus, quae foret, si pondus unius librae esset translatum per longitudinem unius pedis. Voco autem effectum motus formalem, quia nihil aliud hic consideratur praecise quam motus mobilis, non vero aliud extrinsecum obstaculum occurrens, neque gravitas aliave peculiaris mobilis qualitas motum juvans vel impediens.

Definitio 11. Si ratio habeatur densitatis in mobili, magnitudo mobilis dicitur moles; longitudo translationis dicitur longitudo exaltata; vigor mobilis seu intensio motus dicitur velocitas exaltata; et ut factum ex ductu vigoris in molem dicitur impetus, ita factum ex ductu velocitatis in volumen dicitur impetus restrictus, item protractio seu elementum tractus. Si vero cesset densitatis consideratio (ut si mobilia sint aeque densa vel nulla omnino sit exacte loquendo in natura densitas), tunc coincidunt volumen et moles, longitudo percursa et longitudo translationis, velocitas mobilis et intensio motus seu vigor, protractio mobilis et quantitas motus seu impetus, denique spatium a mobili percursum seu tractus coincidit cum translatione seu quantitate effectus.

Definitio 12. Media temporis velocitas, protractio, intensio motus (seu vigor), quantitas motus (seu impetus), est media arithmetica inter omnes mobilis velocitates, protractiones, intensiones motus (vel vigores), quantitates motus (vel impetus), quae mobili singulis temporis instantibus competunt, ac proinde idem producunt mediae illae quantitates in totum tempus absolute ductae, quod singulae temporis elementis aequalibus ordinatim applicatae.

Haec ad compendium aestimandi utilia sunt, ut semper variantia ad constantia ipsis aequivalentia reducantur.

Conclusio prima.

Factum ex (1) velocitatibus, (2) intensionibus motus seu velocitatibus exaltatis sive vigoribus, (3) protractionibus seu impetibus restrictis, (4) quantitatibus motus seu impetibus, tempori in quovis instanti quo mobili competunt ordinatim applicatis, seu quod idem est, factum ex media temporis (1) velocitate, (2) intensione motus, (3) protractione, (4) quantitate motus in totum tempus ducta, aequatur respective quantitati (1) longitudinis percursae, (2) longitudinis translationis, (3) spatio percurso seu tractui, (4) translationi integrae seu quantitati effectus.

Itaque tempore in elementa aequalia cogitatione diviso seu uniformiter crescente, velocitates sunt ut elementa momentanea longitudinum percursarum, et ut ita dicam, velut longitudinis percurrendae inchoamenta; et pari jure intensiones motus seu vigores sunt elementa longitudinis translationum; accedentibusque voluminibus et motibus (constantibus), protractiones seu impetus restricti (facti ex velocitate in volumen) sunt ut elementa tractus seu spatii (quippe facti ex longitudine percursa in volumen); unde et protractiones a me subinde elementa tractus appellantur. Et pari denique jure impetus ipsi (absolute dicti) seu quantitates motus (factae ex longitudine translationis in molem) sunt elementa effectus formalis seu translationis (quippe quae fit ex longitudine translationis ducta in molem).

Definitio 13. Velocitas, intensio motus seu vigor, impetus etc. sunt vel communia vel potestativa.

Communia, quae paulo ante definivimus, sumendo media arithmetica diversarum velocitatum in materiae aut temporis elementis assignabilium; Potestativa vero, quae ad potentiam aestimandam serviunt, ita scilicet ut quadratum velocitatis mediae potestativae mobili assignatae ductum in molem det mobilis potentiam absolutam secundum prop. 5 cap. de potentia motrice absol., et quadratum velocitatis mediae (potestativae) quam habet mobile durante tempore ductum in tempus et molem exhibeat actionem mobilis formalem per totum illud tempus, secundum prop. 17 cap. de actione motus formali.

Conclusio secunda.

Si diversorum mobilis punctorum seu molis elementorum inaequales sint velocitates, et ex quadratis velocitatum in sua cujusque molis elementa ordinatim ductis fiat ductus, et sit velocitas alia, cujus quadratum si absolute ducatur in eandem molem, prodeat ductus novus, priori aequalis; tunc haec velocitas erit ipsa velocitas media postestativa mobili attribuenda, cujus quadratum ductum in molem dat mobilis potentiam. Idem est, si pro mole adhibeas temporis elementa, et velocitatum (potestativarum) mobilis quocunque temporis elemento existentium quadrata ducas ordinatim in respondentia temporis elementa, ut inde fiant ductus. Quod si jam sumatur velocitas alia, cujus quadratum si absolute ducatur in idem tempus, proveniat ductus novus priori aequalis, tunc haec velocitas erit ipsa velocitas temporis media potestativa, cujus quadratum ductum in tempus ac praeterea in molem mobilis dat mobilis actionem formalem, hoc tempore durante exercitam, seu tantundem revera egit mobile, ac si per totum tempus non nisi hanc velocitatem uniformem exercuisset.

Haec patent ex def. 13. Nam velocitas assignata media potestativa, quadrato suo seu potestate in totam molem seu in totum tempus ducta, ducitur in omnia molis vel temporis elementa, id est, si ipsa (quod in arbitrio est) aequalia assumantur, in eorum numerum seu in numerum velocitatum singulis elementis respondentium. Ducta autem hoc modo velocitatis hujus

mediae potestas seu quadratum aequat (ex constructione) velocitatum singularum potestates seu quadrata simul sumta, adeoque ejus potestas seu quadratum est arithmetice medium inter omnes singularum velocitatum potestates seu quadrata, seu velocitas assignata est inter omnes media potestativa, et eadem, cum singulorum elementorum potestatibus aequetur, utique omnes simul poterit seu aequabitur potestati totius. Manifestum enim est, totius potentiam ex partium potentiis conflari.

Caput IV.

Specimen calculi analytici pro phorometria dynamica.

Pars prior: De calculo quantitatum ordinariarum.

1) Tempus, t.

2) Velocitas, v.

3) Volumen seu extensio, e.

4) Densitas seu gravitas specifica, g.

5) Pondus seu moles, m.

6) Fit autem m ut ge, seu pondera sive moles sunt ut producta ex g in e, seu in ratione composita voluminum et gravitatum specificarum. Est quoque $m = ge$, quia omnis gravitas specifica ducta in suam extensionem dat molem.

7) Tractus seu spatium, quod mobile percurrit sive metitur, sit r.

8) Si voluminis e velocitas v duret per tempus t, erit r ut evt.

9) Longitudo tractus vel longitudo translationis l est ut vt;

10) et fit le ut r.

11) Impetus y ut ve, si nulla habeatur ratio densitatis; vel y ut vm seu veg, si habeatur ejus ratio, modo motus mobilis sit aequidistributus seu aequalis in quolibet puncto velocitatis. Ceterum impetu y existente vm, quantitatem ve distinctionis gratia voce protractionem π; unde $\pi d = y$, est enim quasi elementum tractus.

12) Effectus formalis seu quantitas translationis f est ut le, seu coincidit cum tractu r, si nulla habeatur ratio densitatis. Sed si haec quoque in rationes veniat, erit f ut lm, modo omnium punctorum velocitas sit aequalis.

13) Actio formalis a est ut fv, seu in ratione composita effectus et velocitatis.

14) Hinc a ut lmv; item ut ly.

15) Et quia l ut vt per 9 hic, fit a ut $mtvv$, seu actiones sunt in ratione composita temporum, mobilium et quadratorum velocitatum, si scilicet sit motus aequidistributus et uniformis.

16) Hinc varia theoremata concludi possunt, quorum aliqua suis locis exposuimus; exempli causa: Si mobilia aequalia aequalibus temporibus moveantur motibus uniformibus et aequidistributis, erunt actiones eorum ut quadrata longitudinum percursarum, seu a ut ll. Nam generaliter (per 15 hic) a sunt ut $mtvv$, et quia hoc loco m et t utrobique aequalia seu constantia, seu ut unitates, fient a ut vv; jam l ut vt (per 9); ergo hoc loco ob tempora aequalia (seu ut unitates) sunt l ut v. Ergo a ut ll.

17) Si p sit potentia motrix absoluta, fit a ut pt, seu potentiae sunt ut actiones uniformes aequalibus temporibus exercitae; et si tempora sint inaequalia, actiones sunt in ratione composita temporum et potentiarum.

18) Ergo p ut mvv, seu potentiae sunt in ratione composita ex simplice mobilium (seu molium) et duplicata velocitatum. Nam a ut pt (per 17), rursus a ut $mtvv$ (per 15); ergo pt ut $mtvv$, seu p ut mvv.

Pars posterior: De calculo per quantitates inassignabiles, seu de Analysi infinitorum nova ad Phorometriam adhibita.

19) Quamdiu partes mobilis sunt aequalis ubique densitatis (mobili scilicet existente similari) et aequalis omnes velocitatis (motu scilicet existente aequidistributo), et velocitates mobilis eaedem per quasvis temporis partes (motu existente uniformi), sufficit calculus praecedens per quantitates vulgo receptas. Sed si variet ubique densitas aut velocitas in loco aut tempore, ad quantitates numero infinitas et magnitudine infinite parvas veniendum est seu ad incrementa aut decrementa vel differentias duarum quantitatum ordinariarum proximarum inter se. Exempli gratia: Dum grave motum accelerat, duae proximae sibi velocitates v et (v) a me dicentur habere differentiam infinite parvam dv, quae est incrementum velocitatis momentaneum, quo transit mobile a velocitate v ad (v). Itaque in Geometriam introduxi novum circa analysin infinitorum calculi genus, suo quodam Algorithmo alibi a me explicato in-

structum, ubi notis differentiae et summae eodem fere modo utor, quo notis radicis et potestatis in Algebra uti solemus.

20) Generaliter igitur, si sit quantitas aliqua ut velocitas *v*, incrementum ejus momentaneum seu proximarum velocitatum differentiam voco *dv*. Eodem modo si tempus sit *t*, temporis elementum sive momentum voco *dt*, et extensionis *e* elementum *de*; atque ita in caeteris.

21) Si ex pluribus finitis vel infinitis alicujus quantitatis elementis unumquodque peculiare habeat attributum ejusdem nominis, sed diversae magnitudinis, verbi gr. peculiarem gravitatem specificam; potest toti attribui medius quidam gradus, qui ductus in totum tantundem producat, quantum summa conflata ex simul additis ductibus particularibus, per cujusque elementi ductionem in attributi sui magnitudinem natis.

22) Itaque si totius alicujus virgae metallicae cylindricae gravitatem specificam a summo ad imum continue crescentem habentis extensio seu longitudo sit *e*, ejusque elementum quodvis vocetur *de*, et respondens cuique elemento gravitas specifica seu densitas sit *g*, et gravitas specifica totius (quae oriretur tota massa metallica in unam massam similarem igne fusa) vocetur *G* (adhibita majuscula); fiet $G e \overset{(1)}{=} \int \overline{de}\, g$, adeoque $G \overset{(2)}{=} \int \overline{de}\, g : e$, et $\overline{de}\, g \overset{(3)}{=} \overline{dm}$, posito per artic. 6 hic, esse $m \overset{(4)}{=} ge$. Nam quia omnis gravitas ducta in suam extensionem dat molem, ergo etiam g (gravitas h. l. extensionis elementaris seu ipsius $\overline{de}$) dat $\overline{dm}$ molem elementarem.

23) Si elementa sint aequalia, seu $\overline{de}$ constans, erit G media arithmetica inter omnes g. Nam si omnes $\overline{de}$ sint aequales, tunc e seu $\int \overline{de}$ nihil aliud erit quam $\overline{de}$ multiplicata per numerum ipsarum $\overline{de}$. Sit numerus ille n, et fiet $e \overset{(5)}{=} n\overline{de}$. Jam $\int \overline{de}\, g \overset{(6)}{=} \overline{de} \int g$, posito $\overline{de}$ esse constantem, ex nostri calculi differentialis legibus. Itaque hos valores ex aequat. 5 et 6 substituendo in aequ. 1 fit $nG \overset{(7)}{=} \int g$, et proinde G est media arithmetica inter omnes g; ducta enim in ipsarum numerum n producit *nG*, ductum, qui aequatur ipsarum summae $\int g$. Quae omnia collatis exemplis figurisque in cap. de ductibus ac de tractu propositis melius intelligentur. Ad exemplum autem gravitatis speci-

ficae et extensionis etiam in aliis (veluti velocitate ac tempore) procedemus.

24) Nimirum si elementa voluminis $\overline{de}$ peculiares habeant velocitates, protractio mobilis π erit $= \int \overline{de\ v}$, id est $= ve$, per artic. 11 hic.

25) Media autem velocitas $V = \int \overline{de\ v} : e$, quae proinde velocitas V ipsi mobili attribui poterit; nam si omnes ejus partes moverentur velocitate aequidistributa V, tantundem protractionis efficerent, quantum nunc motu non aequaliter distributo efficiunt.

26) At tractus ipse $r = Vet$ (per artic. 8 hic) seu $\int \overline{de\ vt}$ posito motum mobilis per tempus t uniformiter durare.

27) Sin vero mutetur motus mobilis, et diversis temporis elementis sive momentis $\overline{dt}$ diversa sit velocitas,

28) tunc fiet tractus $r = e \int \overline{vdt}$, singulis V mobili competentibus in sua respondentia temporis elementa ordinatim applicatis.

29) Ubi si rursus velimus novam mediam temporis inter omnes V velocitatem comminisci, qua si mobile uniformiter ferretur, tantundem tractus per propositum tempus efficeret, quantum nunc velocitate variata, eam novam velocitatem mediam poterimus vocare (V),

30) et fiet $r = e(V)t = e\int \overline{dt\ v} = \int \overline{dt \int \overline{de\ v}}$, ubi v significat quamlibet velocitatem, quam quaevis mobilis particula habet in quovis temporis elemento, adeoque velocitates numero infinities infinitas; at (V) significat velocitatem inter infinitas mediam, omnibus particularum mobilis velocitatibus coexistentibus aequivalentem, et proinde continet velocitates totius mobilis infinitas pro infinitis temporis momentis; denique (V) continet velocitatem unicam, inter varietate infinitas V, adeoque inter infinities infinitas varietates v mediam, mobili attributam, aequivalentem reliquis omnibus et in qualibet mobilis parte et in quovis temporis momento variantibus.

31) Exemplo melius res intelligitur. Sit (fig. 134) recta AB movenda in eodem plano circa centrum A; itaque velocitates punctorum seu elementorum ipsius rectae AB coexistentes sunt majores in proportione distantiarum a centro. Ponamus jam praeterea

vertiginis hujus velocitatem crescere uniformiter a quiete, seu aequalibus per aequalia tempora incrementis; unde mobili repraesentato per AB, velocitate puncti alicujus B per BC, velocitates omnes simul existentes mobilis elementis respective applicatae exhibebuntur (fig. 135) per triangulum rectangulum ABC; fiat parallelogrammum rectangulum EAB huic triangulo aequale, eritque AE velocitas mobilis media. Rursus sit tempus BD angulo in B recto, et pyramis rectangula DABC repraesentabit omnes velocitates infinities infinitas cujusque puncti in unoquoque instanti, et ut triangulum ABC repraesentarat omnes velocitates mobilis existentes eodem temporis instanti, ita triangulum DBC repraesentat omnes velocitates temporis competentes eidem mobilis puncto B; sumatur jam DF talis, ut sit rectangulum solidum FDBA aequale pyramidi DABC, et erit FD media mobilis velocitas, qua si mobile AB ferretur per tempus DB motu aequidistributo et uniformi, idem foret tractus idemque (si mobile similare ponatur) effectus formalis seu quantitas translationis, qui in motu per temporis momenta et mobilis puncta variat.

32) His jam ad calculum translatis, AB, e; DB, t; BC, v; AE, V; DF, (V); triang. ABC, π; pyramis DABC, r; habebit locum calculus paulo ante dictus. Fit enim $\pi = Ve$; $r = (V)te = le$. Sed $V = \int \overline{de\, v} : e$, et $(V) = \int \overline{dt\, v} : t$, adeoque $l = \int \overline{dt\, v}$. Unde patet esse $\pi = \int \overline{de\, v}$, et $r = \int \overline{dt \int \overline{de\, v}}$. Et hoc quidem generatim.

33) Sed quia in hoc casu v coexistentes sunt ut e, fiet π ut $\int \overline{dv\, v}$ vel ut $\int \overline{de}\, e$, id est (per leges calculi differentialis) ut ee vel ut vv: protractiones π, vel (si mobile sit similare) impetus y, simul existentes in linea AB, sunt ut quadrata partium AB vel A(B), et totius mobilis AB protractiones vel impetus successive existententes sunt ut quadrata velocitatum puncti B.

34) Hinc jam in nostro casu r ut $\int \overline{dt}\, vv$. Sed t rursus sunt ut v, in casu praesenti, cum v velocitates puncti A crescant proportione temporis seu durationis. Ergo fit r ut $\int \overline{dv}\, vv$ vel ut $\int \overline{dt}\, tt$, adeoque tractus (vel in casu mobilis similaris, etiam effectus) diversarum mobilis partium AB et A(B) in casu praesenti sunt in triplicata ratione velocitatum v, ultimis punctis B, (B) competentium, id est ipsarum linearum AB, A(B); totius autem mobilis

vel datae in mobili partis AB tractus vel effectus diversi per diversa tempora inde ab initio sumta, sunt in triplicata ratione temporum impensorum.

36) Ceterum quia $\int \overline{dv\,v} = vv : 2$, fit $AE = BC : 2$; et quia $\int \overline{dv\,vv} = v^3 : 3$, fit $DF = BC : 6$. Nam $\int \overline{dv \int \overline{dv\,v}} = \int \overline{dv\ vv : 2} = v^3 : 6$.

37) Atque haec prolixius exponenda fuerunt, ut in novum Notationis genus, quo infinitum ipsum sub leges Analyseos cogitur et innumerabiles graduum varietates eidem calculo subjiciuntur, lectorem magno, siquando intelliget, fructu suo, nec minore voluptate introduceremus. Calculum autem in exemplo aliunde ex communi Geometria manifesto exposuimus, ut ratio calculandi in aliis multo subtilioribus, nec ad receptas vulgo Geometrarum methodos facile cessuris appareret.

38) Quod si jam ad varietatem temporum et velocitatum accedat varietas densitatum in mobili, quam in praecedenti exemplo ablegaveramus, complicatior adhuc oritur calculus differentialis. Fit ergo $m = \int \overline{de\,g} = Ge$, et velocitate cujusque $\overline{dm}$ seu cujusque elementi materiae sive molis (hoc est cujusque $\overline{de\,g}$) existente v, fit impetus mobilis $y = \int \overline{de\,gv}$ vel $\int \overline{dm\,v}$.

39) Hinc ut velocitatem inveniamus mediam non voluminis seu extensionis (quam velocitatem mobilis simpliciter appello), sed potius molis, quam voco vigorem seu motus intensionem, et designabo nunc nota ȣ, fit $ȣ = \int \overline{dm\ v} : m$ seu $\int \overline{de\ gv} : \int \overline{de\,g}$, quia $y = ȣm$.

40) Effectus autem mobilis $f = \int \overline{dt \int \overline{dm\,v}} = mt\,(ȣ)$, eritque (ȣ) vigor totius temporis medius, et posito λ esse longitudinem translationis, seu $\lambda m = f$, fit $\lambda = t\,(ȣ) = \int \overline{dt \int \overline{dm\,v}} : m$.

41) Sed quoniam ostensum est, potentiam oriri ex quadratis velocitatum in molis elementa ductis, fit $p = \int \overline{dm\,vv}$.

42) Et si φ sit velocitas potestatum, seu cujus quadratum in molem ductum dat mobilis potentiam, fit $m\varphi\varphi = p$, adeoque $\varphi\varphi = \int \overline{dm\,vv} : m$.

43) Actio autem $a = \int \overline{p\, dt} = \int \overline{dt \int \overline{dm\; vv}} = \int \overline{dt\; \varphi\varphi m}$ $= mt(\varphi)(\varphi) = t(p)$. Eritque φ velocitas potestativa media mobilis in certo momento $\overline{dt}$, et (φ) velocitas potestativa media mobilis pro toto tempore, et p potentia mobilis in certo momento $\overline{dt}$, et (p) potentia mobilis media per totum tempus t, quae ducta in tempus absolute, dat quantitatem actionis.

44) Et sane si mobile diversas in diversis punctis habeat densitates et velocitates, differunt in eo velocitas ipsi attribuenda communis V [quae ducta in volumen e dat protractionem π, in tempus t dat longitudinem tractus l, in volumen e et tempus t dat tractum r], velocitas exaltata (seu intensio motus vel vigor) ȣ [quae ducta in molem m (id est volumen simul et gravitatem specificam) dat impetum y, in tempus t dat longitudinem translationis λ, in molem m simul et tempus t dat effectum formalem f], et denique velocitas potestativa φ [cujus potestas seu quadratum in molem m dat potentiam p, in molem m et tempus t dat actionem formalem a]. Et quidem $V = \int \overline{de\; v} : e$ et ȣ $= \int \overline{dm\; v} : m$, et $\varphi\varphi = \int \overline{dm\; vv} : m$.

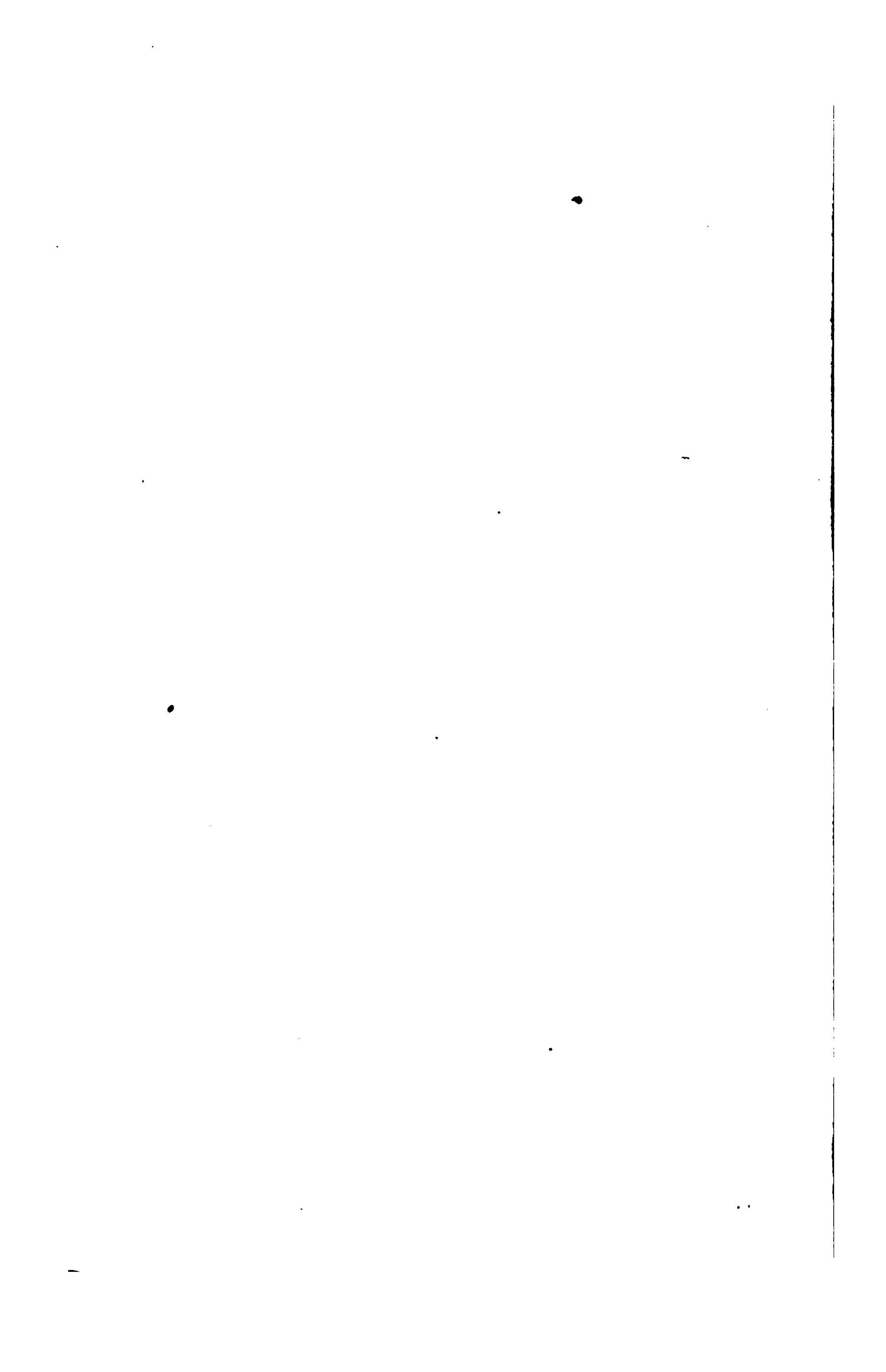
45) Et has quidem quantitates medias gravitatum, velocitatum, potentiarum introduximus, ut infinitae varietates punctorum et instantium ad quantitates constantes aequivalentes reduci, et theoremata nostra circa motum aequidistributum et uniformem demonstrata ad omnia alia motuum genera transferri possint.

46) Quisquis autem hujus praesentis calculi simulque Geometriae intelligens fuerit, non minus facile moles, velocitates, tractus, impetus, motuum effectus, potentias, actionesque hactenus explicatas, quam numeros aut figuras aestimabit.

DYNAMICA

DE POTENTIA ET LEGIBUS NATURAE CORPOREAE.

PARS II.



SECTIO PRIMA.

DE CAUSA ET EFFECTU ACTIVIS.

Definitio 1. Activum vel Potentia praeditum est Thema (vel rerum status), ex quo sequetur mutatio certis quibusdam praeterea positis inertibus, seu quae talia sunt, ut ex ipsis solis positis utcunque nulla mutatio sequatur. Sequente autem mutatione Thema ipsum dicetur agere.

Ita grave sustentatum, vel elasticum tensum corpora sunt, quae habent agendi potentiam, quoniam revera agent seu mutationem producent, si certam hypothesin faciamus, per se nihil producere valentem, veluti circa retinaculorum figuram aut firmitatem. Exempli causa, simplice conversione claviculae seu epistomii aqua gravis e vase effluit, vel aër compressus erumpit, etsi inter hypothesin clausi aut aperti epistomii nulla sit per se differentia quoad vim agendi seu mutationes producendi; et certe si inclusum grave vel Elastrum abesset, nihil hic referret, vacuo vase clausum an apertum epistomium poneretur. Nempe activa sunt, seu per se agunt, quae non nisi sublatione impedimenti opus habent. Impedimentum autem hoc loco intelligo per se iners, aut certe cujus operatio ad rem de qua agitur non pertinet, quod speciatim Retinaculum vocari posset.

Definitio 2. Si duo sint Themata potentiam habentia, et ex unius actione sola sequatur alterum vel saltem sine requisita suppositione potentiae alterius priori jam coexistentis, tum prius est Causa, posterius Effectus activus vel effectus absolutus. Quodsi ex causa non possit alius praeterea effectus simul existens sequi, causa plena erit et effectus integer.

Causa et Effectus varie admodum accipiuntur, neque illas ambiguitates evolvere hujus loci est; sufficit nostros significatus certa definitione constitui. Interim considerare operae pretium est, nos paulo ante (cap. 1 sect. 3) per Effectum formalem motus intellexisse quantitatem materiae per longitudinem viae esse translatam, seu quantitatem mutationis quae ex solo alicujus corporis liberrimo motu nascitur; hic vero per Effectum Activum vel Absolutum intelligimus Thema quoddam in materia productum, quod vim quandam agendi habet, ut corpus grave esse supra horizontem elevatum ad aliquot pedes, sublato enim impedimento inde rursus decidens, aget; idem est de arcu tenso. Quin et sufficit impetum alicui corpori impressum esse, ut Effectum aliquem Activum productum dicamus, quamquam iste retinaculo destruatur, quod in gravitate vel Elastro non fit, quia scilicet natura semper novas impressiones, licet sensibus nostris occultas subsituit. Et productione talis Effectus potentiam habentis, absoluta causae potentia optime aestimari potest, quam aliae mutationes productae non aeque indicant. Ut autem intelligamus quid sit Effectus integer, cogitemus pilam A (fig. 136) currentem in plano horizontali obstantia aliud post aliud Elastra tendere B, C, E, circumactis eorum claviculis, ita factis ut sponte liberare se rursus Elastra regredique non possint. Caeterum primi aut secundi Elastri tensio non erit effectus integer, sed ultimi demum, si nimirum ponamus eo tenso pilam nil amplius posse, sed omni sua potentia consumta conquiescere. Itaque Themata duo hic sunt potentiam habentia, nempe Causa plena, scilicet pila certo motu praedita, quem totum possidebat antequam in ullum ex Elastris incideret, et Effectus integer, scilicet aggregatum ex Elastris a pila tensis. Intelligendum est autem, pilam in sola haec Elastra aliquid suae potentiae impendisse mediumque fuisse liberrimum, et planum horizontale fuisse perfecte politum, vel certe obstacula inde nata fuisse tam exigua ut considerationem non mereantur. Nam alioqui si pilam ponamus in tapete decurrere, ipsa fila vel pili tapetis pro totidem Elastris flectendis haberi adeoque vis ea impensa computari deberet; idemque est in aliis obstaculis exiguis quibuscunque. Quamvis autem haec Elastra B, C, D rursus suo tempore agere, et novos effectus producere possint, qui etiam pro effectibus (licet mediatis) pilae haberi possunt, illi tamen effectus novi non possunt coexistere prioribus, nempe omnibus Elastris

tensis, uti nec Elastra tensa, quorum actio ad novum effectum producendum intercedit, causae primae nempe motui pilae initio dato coexistere.

Axioma et Definitio 3. Effectus integer aequivalet causae plenae, adeoque non datur Motus perpetuus Mechanicus, sive Causa non potest producere Effectum Activum, qui plus possit, quam ipsa causa, sed nec Effectum integrum, qui minus possit, quam ipsa causa. Etsi enim pars potentiae ab impedimentis absorbeatur, non destructa tamen, sed in impedimenta translata est, quae in effectum integrum computantur. **Et potentiae quantitas in themate est, cujus mensura est quantitas alterius thematis activi determinati, quae ipsi inest themati priori potentiam habenti ejusve causae plenae aut effectui integro.**

Effectum integrum aequivalere Causae plenae, propositio est Metaphysicae sublimioris, quae non nudis vocabulis impenditur, sed rerum universalia tractat. Hanc legem constantissime observat Natura, et veritas ejus vel hinc intelligi potest, quod ea sublata nullus superest modus potentias aestimandi aut de Effectuum magnitudine statuendi ex causis.

Propositio 1.

Si quoddam Thema Activum constituatur ex pluribus Thematibus repetitis unicuidam Activo gemellis, erit potentia prioris Activi multipla potentiae posterioris Activi in ratione numeri repetitionum.

Nam Activum (repetitum) sumi potest pro mensura potentiae (per def. 8). Quantitas autem mensurati est ad mensuram, ut numerus (repetitionum) ad unitatem.

Exempli causa, tres pulveris pyrii aeque conferti et per omnia similes modioli triplam habent potentiam unius. Tres arcus tensi gemelli inter se triplam unius arcus gemelli singulis vim habent.

Propositio 2.

Si duo sint Themata Activa, quorum quodque ex repetitis uni activo gemellis constituatur, erunt potentiae inter se, ut numeri repetitionum.

Activum A contineat gemella ipsi B vicibus tribus, et activum C contineat gemella ipsi B vicibus duabus; ajo esse potentiam A ad potentiam C ut 3 ad 2. Nam potentia A est ad potentiam B ut 3 ad 1 (per prop. 1 hic) et potentia B est ad potentiam C ut 1 ad 2 (per prop. dict. 1). Ergo (ex Elem.) potentia A est ad potentiam C ut 3 ad 2.

Exempli causa omnibus paribus similibusque potentia ponderis trium librarum est ad potentiam ponderis duarum librarum sesquialtera, seu ut 3 ad 2 sive tripla subdupla.

Propositio 3.

Fieri non potest, ut ex causa oriatur effectus, qui causae gemellum contineat et aliquid praeterea Activum.

Sit Causa A, ex qua oriatur Effectus aliquis B plus C, sitque thema B per omnia gemellum ipsi A, et C sit Activum. Hoc ajo fieri non posse. Cum enim B sit gemellum ipsi A activo (ex hyp.), erit et B activum; ergo totus effectus B plus C est activus et major causa A, quia praeter B gemellum ipsi A continet C activum seu potentia praeditum. Sed hoc fieri non potest, quia (per axioma praeced.) Effectus activus non potest esse potentior causa.

Ita fieri non potest, ut pondus librae unius descendens ex altitudine certa velut pedis efficiat aliquid, ex quo oriatur non tantum libram rursus ascendere ad altitudinem pedis, sed etiam aliquid praeterea produci activum, v. g. aliquid quantulumcunque praeter libram attolli. Id ipsum enim est Motus perpetuus Mechanicus, qui in excessu potentiae effectus super potentiam causae consistit. Et semel obtento excessu, repetita actione prima habebitur excessus novus priori aequalis, et ita tandem excessus quantuscunque, et data libra aquae cadente semel ex altitudine montis, poterit per hoc solum, tantum aquae ex subjecto planitiei lacu in montem et super eo excavatum receptaculum attolli, ut postremo loco unius librae aquae quae in monte fuerat habeatur lacus in monte, qui perpetuum flumen praebere possit, perpetuum inquam, quia non tantum delabentem aquae quantitatem sed et plus aliquid (ad resarcienda detrimenta a fundo bibente, aëre exsiccante, aliisque causis orta) semper elevare rursus valebit. Quae sane absurda esse satis constat, et perpetuis naturae experimentis refu-

tantur, alioqui quidlibet ex quolibet effici posset, neque ulla certa esset ratio potentiarum aestimandarum.

Propositio 4.

Si Effectus integer sit Causae similis, erit eidem gemellus.

Sit Causa A, Effectus integer B, causae similis; ajo esse B gemellum ipsi A. Cum enim sit B similis ipsi A (ex hyp.) et aequalis potentia eidem (ex axiomate praeced.), erit omnino aequalis. Alioqui eo ipso dissimilis foret, si in minore plus potentiae reperiretur quam proportione magnitudinis. Jam aequalia et similia nihil aliud sunt quam gemella.

Itaque si grave ex altitudine aliqua descenderit sursumque vertens iter rursus ascendat, nec aliud quicquam activum produxerit quam elevationem suam, seu si totam potentiam suam descensu quaesitam in reascensum impendat, dicendum est praecise ascendere ad tantam altitudinem, quanta est ea ex qua descenderat. Cum enim effectus productus sit ejusdem gravis elevatio (similis causae quae etiam erat elevatio ejusdem gravis ante descensum), non potest esse aequalis causae, quin sit aequalis elevatio, et fiet status postremus per omnia gemellus primo.

Propositio 5.

Effectus integer causam plenam vel ejus gemellum reproducere potest.

Cum enim aequalis sit ejus potentia cum potentia causae (per axioma praec.), tantum opus est circumstantias ita disponi, ut aliquid simile prodeat causae, quod semper fieri potest, quia (per def. 1 hic) circumstantias nulla actione, aut non nisi per causae actionem producta, defin. 2 concurrentes pro arbitrio assumere licet, unde (exemplo demonstrationis praeced.) prodibit gemellum.

Sic funependulum oscillans, si ponatur nihil prorsus virium in flexionem funis aut resistentiam aëris similiaque exigua detrimenta impendere, utique rursus assurget ad priorem altitudinem, et globulus ex durissimo lapide tornatus in subjectum ferrum politum incidens reflectendo rursus tam alte assurget, ut prope manum feriat.

Propositio 6.

Nihil refert quoad magnitudinem potentiae, utrum Effectus aliquis integer sit mediatus an immediatus.

Sit causa A, effectusque in B immediatus, rursusque mediante B effectus mediatus C, ita ut B sit effectus ipsius A et causa ipsius C. Quia A est potentia aequalis ipsi B et B ipsi C (per axioma), erit et A aequivalens ipsi C.

Effectus integer **immediatus** est, qui est ab ipsa causa productus seu qui nulla alterius quam causae actione in aliquid, ex causa oritur, et siquidem totus simul existit, utique eo ipso momento existit, quo causa potentiam suam consumsit seu agere posse desiit. Sufficit igitur immediatum Effectum integrum causae aequalem esse, ut quemvis alium causae inaequalem esse concludamus. Et vero vel ideo effectum causae aequalem esse necesse est, quia alioqui diversis mediantibus ex eodem inaequalia oriri possent nec certa esset mensura potentiarum. Interim in praxi quo plura intercedunt, eo majus est detrimentum accidentale.

Propositio 7.

Eadem est semper potentia in quovis Systemate corporum cum aliis non communicantium.

Cum enim corpora cum aliis non communicent (ex hyp.), status quilibet corporum posterior erit effectus integer status eorum prioris (per def. 2), et proinde (per axioma et prop. 6) potentia aequalis. Itaque eadem est semper potentiae quantitas.

Hinc sive corpus unum sit, semper eandem retinebit potentiam, sive plura inter se concurrentia, semper eadem erit potentia in omnium summa.

Propositio 8.

Eadem semper potentia est in Universo.

Neque enim corpora universi cum corporibus aliis communicare possunt, quae Universo non continentur. Itaque Universum est systema corporum cum aliis non communicantium, ac proinde (per praeced.) eandem semper potentiam habet.

Ex propositione hac male intellecta natus est eorum error, qui crediderunt eandem semper conservari motus quantitatem in Universo, quam ipsi cum potentia confundunt. Quantum autem

intersit, ostendimus suo loco. Ostendi etiam potest facile, aequalibus temporibus eandem esse quantitatem Actionis in Universo, cum potentia semper agat, quantum potest, adeoque aequaliter aequalibus temporibus. Longe autem aliud est quantitas actionis, ut nos peculiari capite eam explicuimus, quam quantitas motus, ut ab illis definitur, qui eandem motus summam conservari volunt, eamque non in tempore, sed in momento quovis intelligunt, magnitudinem corporis in velocitatem eo momento ipsi competentem ducentes, ut quantitas motus ab ipsis sic appellata nascatur. Sed eam semper eandem in corporibus conservari falsum est, ut infra ostendemus.

Propositio 9.

Quae eundem integrum effectum (vel gemellos) producere possunt, habent potentias aequales.

Sit causa F producens effectum G, et causa L producens effectum M, sintque effectus (integri scilicet) G et M gemelli; ajo causas F et L esse aequipotentes. Nam causa F aequipotens est effectui G, et effectus G effectui M (eidem scillicet vel gemello), et effectus M causae L; itaque causa F causae L.

Ut si (fig. 137) chorda tensa ex situ recto AB inflectatur in situm ACB, tam lapsu ponderis D ex altitudine DC, quam lapsu ponderis minoris E ex altitudine tanto majore EC, ita scilicet ut chorda non ultra ab ipsis inflecti possit, utique gravium D et E elevationes super horizontem HCR potentias aequales habebunt, cum idem ad summum efficere possint.

Propositio 10.

Quae a gemellis causis produci possunt, aequipotentia sunt.

Sit causa F producens effectum G, et causa L producens effectum M, et causa F et L (quas plenas intelligo) sint eaedem vel gemellae. Quia effectus G aequalis causae suae F, et causa F causae gemellae L, et causa L effectui suo M, utique effectus G aequalis seu aequipotens est effectui M.

Ut si corpus unius librae celeritate unius gradus praeditum vim suam omnem in arcu aliquo tendendo consumat, et aliud corpus priori aequale et aequivelox consumat suam in tendendo alio arcu, arcus tensi, si inaequales aut dissimiles, erunt tamen

aequipotentes, et is qui in aequali tensione foret debilior, erit tanto magis tensus.

Propositio 11.

Causae plenae sunt Effectibus integris proportionales.

Sit causae plenae potentia L, effectus integri potentia M; rursus alterius causae plenae potentia P, effectusque ejus integri potentia M. Quia igitur L est aequalis M et P ipsi Q, utique erit L ad P ut M ad Q.

Ponamus (fig. 138) pondera D et E cadendo ex altitudinibus perpendicularibus DH, ER elasmata quaedam inter se gemella in transitu eodem gradu tendere posse, D quidem tria A, B, C, at E duo F et G, et ambo cadendo neque egisse aliquid amplius nec agere posse, sed D post ultimum elasma C tensum omnem suam vim amisisse, ut si eo momento horizontem in H attingere ponatur, nulla prorsus vi eum feriat; similiterque E post tensum elasma ultimum G eo ipso omnem impetum descendendo acceptum consumpserit, nulloque ictu horizontem feriat in R. His positis, erit potentia ipsius D elevati altitudine DH ad potentiam ipsius E elevati altitudine ER ut numerus Elasmatum, quae tendi possunt a potentia priore, ad numerum Elasmatum, quae tendi possunt a posteriore. Nam cum effectus integri sint Elasmatum tensorum gemellorum aggregata, utique (per prop. 2) potentias eorum manifestum est esse ut numeros Elasmatum gemellorum, seu ut numeros repetitionum mensurae, quae hoc loco est potentia unius elasmatis tensi.

Propositio 12.

Duorum ponderum aequalium ad eandem altitudinem elevatorum eadem potentia est, quamcunque habeant figuram aut volumen.

Sint (fig. 139) pondera A et B aequalia, ad eandem altitudinem elevata, quae differant figura, eandem vero habeant gravitatem specificam, adeoque et volumen aequale. Inscribantur cuique cubuli aequales utrobique et aequaliter positi, aequali numero, qui vel exhaurient, vel differentiam relinquent data minorem, si satis magnus sit numerus et sufficiens parvitas. Horum cubulorum, quorum quilibet aequalis et similiter positus ipsi C, sit eadem elevatio quae ipsius C (ponendo corpus A vel B si tantum descen-

derit quantum elevatum est C, amplius nunc descendere non posse adeoque nec partem ejus), erit potentia ipsius C elevati ad altitudinem CR mensura potentiae (per def. 3 hic) quae cum aequaliter repetatur tam in A quam in B, erunt eorum potentiae aequales (per prop. 2 hic). Quodsi gravitate specifica differant pondera, sumendi sunt cubi unius similiter positi quidem cubis alterius, sed inaequales volumine in reciproca ratione specificarum gravitatum, quos aequivalere ex natura gravitatis specificae supponitur.

Propositio 13.

Ponderum ad eandem altitudinem perpendicularem elevatorum potentiae sunt ut pondera.

Sint (fig. 140) pondera A, B, C et L, M ad eandem altitudinem elevata supra horizontem, ajo potentiam ponderis B esse ad potentiam ponderis LM, ut pondus ABC ad pondus LM. Jam sit mensura communis ponderum pondus N ad eandem altitudinem elevatum, quod in ABC reperitur ter, in LM bis (vel alio). Itaque et elevatio ipsius N vel gemelli in isto reperitur ter, in hoc bis; potentiae autem sunt, ut repetitiones ejusdem suae mensurae (per prop. 2 hic) et repetitiones hic ut pondera; ergo et potentiae ut pondera erunt. Si pondera in mensuram communem resolvi non possint, sufficit assumi alia quae in communem mensuram resolvi possint tam parum ab his differentia, ut error sit minor dato, adeoque nullus.

Familiarius enuntiando: **Potentia librarum duarum elevatarum super horizontem ad altitudinem perpendicularem unius pedis dupla est potentiae librae unius elevatae tantundem.**

Propositio 14.

Ponderum aequalium potentiae sunt ut altitudines eorum perpendiculares supra horizontem.

Sint (fig. 141) pondera aequalia A et B, unum elevatum super horizontem HR pedibus tribus $_1AH$, alterum pedibus duobus $_1BR$; ajo esse potentiam ipsius A ad potentiam ipsius B ut 3 ad 2. Nam si A descenderit ex $_1A$ altitudine unius pedis atque in $_2A$ quieverit, amisit potentiam, quanta est elevatum esse altitudine unius pedis super horizontem. Sed retinet adhuc potentiam descendendi per $_2AH$. Et descendendo porro deinde per alterum pedem per $_2A\,_3A$, amisit tantun-

dem adhuc semel, et descendendo denique per $_3AH$ tertium, tunc autem amisit omnem. Itaque ter habet potentiam elevationis ad unum pedem. Eandem B habet bis. Sunt ergo eorum potentiae ut 3 ad 2 (per prop. 2 hic), seu ut elevationes. Idem est in numeris quibuscunque, imo et in proportionibus incommensurabilibus, quia assumi possunt commensurabiles tam parum ab ipsis quam volumus differentes, ita ut error sit minor dato.

Familiarius enuntiando: Potentia librae ad duos pedes supra horizontem elevatae dupla est librae elevatae ad unum pedem supra horizontem.

Propositio 15.

Potentiae ponderum elevatorum supra horizontem sunt in ratione composita ponderum et altitudinum perpendicularium.

Sint (fig. 142) pondera A(2) et B(5) elevata ad altitudines $_1A_2A$(3) et $_1B_2B_3B$(4); ajo esse potentiam (6) ipsius A ad potentiam (20) ipsius B in ratione composita ex ratione ponderum A(2) et B(5), et altitudinum $_1A_2A$ (3) et $_1B_3B$ (4). Et quidem si altitudines $_1A_2A$ et $_1B_3B$ essent aequales, forent potentiae ut pondera (per prop. 13 hic); itaque in ratione composita ponderum et altitudinum, quia aequalitatis ratio in compositione nil mutat. Si sint inaequales, sumatur majoris altitudinis $_1B_2B_3B$ (4) pars $_1B_2B$ (3) aequalis minori $_1A_2A$ (3). Jam potentia (6) ipsius A (2) elevati in altitudinem $_1A_2A$ (3) est ad potentiam (15) ipsius B (5) elevati ad altitudinem $_1B_2B$ (3), ut A (2) ad B (5) (per prop. 1 hic), et potentia (15) elevati B (5) per $_1B_2B$ (3) est ad potentiam (20) B (5) elevati per $_1B_2B_3B$ (4), ut $_1B_2B$ (3) vel $_1A_2A$ (3) ad $_1B_2B_3B$ (4). Ergo jungendo prima postremis, potentia (6) est ad potentiam (20) in ratione composita A (2) ad B (5), et $_1A_2A$ (3) ad $_1B_2B_3B$ (4), seu in ratione composita ponderum et altitudinum.

Familiarius: Potentia duarum librarum elevatarum ad pedes tres est sextupla potentiae unius librae elevatae ad pedem unum. Reperietur enim in priore sexies repeti posteriorem.

Propositio 16.

Si pondera elevata sint reciproce ut altitudines, erunt potentiae aequales; et vicissim, si potentiae sint aequales, pondera sunt reciproce ut altitudines.

Sit pondus trium librarum elevatum ad pedes quatuor, et pondus duarum librarum elevatum ad pedes sex, ita ut sit pondus majus 3 ad minus 2, uti est altitudo ponderis minoris 6 ad altitudinem ponderis majoris 4; aio potentias A elevatarum librarum 3 per pedes quatuor, et B elevatarum librarum 2 per pedes sex esse aequales. Est autem 3 ad 2 ut 6 ad 4 (ex hyp.); ergo (ex Elementis) factum ex 3 in 4 aequale est facto ex 2 in 6. Sed potentia A est ad potentiam B in ratione composita 3 ad 2 et 4 ad 6 (per praec.) seu (ex Elem.) ut factum ex 3 in 4 ad factum ex 2 in 6, et facta haec nunc aequalia esse ostendimus. Ergo potentiae A et B sunt aequales.

Familiarius: Aequalis potentia est unius librae elevatae ad tres pedes et trium librarum ad unum pedem elevatarum; utrobique enim reperietur unam libram elevatam esse ad unum pedem, quod potentiae mensura est.

Propositio 17.

Aequalis potentiae est elevare unam libram ad duos pedes vel duas libras ad unum pedem, id est generaliter si altitudines elevationum sint reciproce proportionales ponderibus, potentiae elevandi sunt aequales.

Nam causae plenae sunt effectibus integris proportionales (per prop. 11 hic); cum ergo pondera ad altitudines ipsis reciproce proportionales elevata aequalem potentiam habeant (per prop. 15), erunt et potentiae elevandi in causis elevare valentibus aequales.

Dubitari scilicet poterat, an non elevandi idem pondus ad eandem altitudinem diversa sit potentia pro diversis elevandi modis, ita ut diversa ratione elevandi eadem potentia possit idem pondus elevare plus vel minus. Sed constituto semel axiomate, quod causa plena effectui integro aequivalet, eadem semper potentia ad eundem effectum determinatum potentia praeditum quomodocunque producendum requiretur.

Propositio 18.

In libra rectilinea si distantiae ponderum a centro librationis sint ponderibus proportionales reciproce, tunc fiet aequilibrium.

Sint (fig. 143) pondera A et B, quae librae rectilineae ACB

extrema puncta $_1A$, $_1B$ tota sua vi trahere conentur versus horizontem HR; sitque C_1A ad C_1B, ut pondus B ad pondus A, verbi gr. si A pondus sit duplum ponderis B, sit distantia a C centro librationis, nempe BC, dupla distantiae AC; dico pondera esse in aequilibrio. Ponatur enim elevari alterutrum ut A ex $_1A$ in $_2A$ translato $_1B$ in $_2B$, et libra $_1AC_1B$ translata in $_2AC_2B$, situm verticalem; ducantur perpendiculares ad verticalem $_1AD$ et $_1BE$; ob triangula CD_1A et CE_1B similia erit CD ad C_1A seu ad C_2A, ut CE ad C_1B seu ad C_2B; ergo et D_2A ad E_2B, ut C_2A ad C_2B, seu erit D_2A ad E_2B ut B ad A, seu reciproce ut pondera. Itaque cum eadem potentia sit A duarum librarum (si placet) esse elevatum super horizontem $_1AD$ ad altitudinem D_2A unius (verbi gratia) pedis, et B unius librae esse elevatum supra horizontem ad altitudinem duorum pedum (per prop. praec.); non est ratio cur unum potius quam aliud obtineat. Nulla igitur est ratio cur A ascendat, B descendat. Idemque est argumentum, si contra ascenderet B, descenderet A.

Poterit etiam ostendi, dari motum perpetuum mechanicum alterutro ascensu admisso. Et Pseudomechanemata huic errori innituntur. Placet tamen eam methodum varietatis causa sequenti propositioni applicare.

Propositio 19.

Si duorum vasorum inter se inferius communicantium liquores graves sint similes, et habeant suas supremas superficies in eodem horizonte, erunt in aequilibrio.

Sint (fig. 144) tubi AB et CD inter se communicantes in E, pleni aqua vel alio liquore utrobique eodem, sintque superficies aquae AF, CG in eodem horizonte; ajo aquam in aequilibrio esse. Ponatur enim alterutram praevalere, et aquam CD expelli ab aqua AB; quicquid expelletur utique elevabitur super horizontem CG seu AFGC ad altitudinem aliquam ut H, si tubus DC paulo minus quam ad H productus intelligatur. Ergo ex H expulsa aqua effluet in vas AB, et ita motus perpetuo durabit, isque mechanicus seu cum excessu; poterit enim aqua delapsu suo ex H, antequam perveniat ad AF, aliquam machinam circumagere et aliquid operari salvo defluxu, et proinde salva perpetuitate, quod est absurdum (per axioma superius). Itaque aqua in aequilibrio est seu quiescit, si aliunde in motum non concitetur.

Propositio 20.

Si pondus in plano inclinato sit ad pondus liberum ut hypotenusa ad cathetum trianguli rectanguli, horizonte, plano inclinato et perpendiculari contenti, pondus inclinatum et liberum sunt in aequilibrio.

Sit (fig. 145) pondus liberum D, in plano inclinato positum E, ipsum planum inclinatum AC, triangulum ABC, uti hypotenusa AC, cathetus AB, horizon seu basis BC, sitque D ad E ut AB ad AC; ajo esse in aequilibrio. Ponatur alterutrum descendere, v. gr. D in H, ascendereque adeo E in F; erunt DH et EF aequales. Compleatur triangulum FGC simile et similiter positum ipsi ABC, erit FG elevatio ipsius E, quae est ad FE id est ad DH, ut AB ad AC, seu ut D ad E. Ergo elevationes vel depressiones (perpendiculares scilicet) sunt reciproce ut pondera. Itaque nihil agitur (ut in demonstratione propositionis 18) seu aequilibrium est inter pondera.

Jam varias hujus propositionis a Jordano olim inventae demonstrationes habemus. Unam nunc annotare placet, quia praesenti methodo nostrae consentit, et ostendit, negato aequilibrio dari motum perpetuum mechanicum, seu (ut ego loquor) effectum potiorem causa. Sit enim (fig. 146) chorda sive catena LMN circa triangulum LMP. Patet si in alterutram partem fiat motus, eum semper duraturum, omnibus ad priorem statum semper redeuntibus. Itaque omnia sunt in aequilibrio. Jam parte MNP dictae catenae, quae in aequilibrio est et libere dependet, per cogitationem sublata, residuum MLP adhuc in aequilibrio erit, id est pondus LM cum pondere LP, quae pondera sunt inter se, ut ipsae rectae.

Propositio 21.

Si solidum grave natet in liquido gravi, pars liquidi volumine aequalis parti immersae solidi est aequalis pondere toti solido.

Sit (fig. 147) solidum AB (ut lignum) cujus pars EB immersa fluido (ut aquae), et sit vasis magnitudo talis, ut circulus EM sit aequalis respondenti annullo CEMD; erit aqua CELBMD volumine aequalis parti immersae EB. Haec autem aqua suspensa sustinetur a solido AB, ne descendere possit in locum EB; ergo est solidi ponderi aequalis. Tantundem autem immergitur solidum

aquae, quaecunque sit figura vasis, et omnino semper manifestum est partem aquae expulsam sustineri. Generaliter igitur verum est tantum immergi de solido, ut pars aquae; cujus locum pars solidi immersa occupat, sit solido toti pondere aequalis.

Propositio 22.

Duo Elastica homogenea licet magnitudine inaequalia ad eundem gradum tensa eandem vim coërcentem sustinent.

Sit (fig. 148) aër tubi AB per argentum vivum incumbens CD, quod ex altitudine AC descenderat, compressus in spatium DB, ita ut jam aequilibrium sit inter pondus coërcens CD et Elastrum aëris DB, a quo pondus sustinetur. Sit vas quantumcunque E tubo communicans in B, sed ita ut communicatio sit intercepta per epistomium clausum. Ajo, si poneretur E plenum aëre ad eundem gradum compressus quem recepit compressus aër DB, et postea communicatio detur aperto epistomio B, novam virium aëris E accessionem nihil posse in pondus CD neque illud attollere, sed omnia permanere ut ante. Ponamus enim initio epistomium fuisse apertum et hydrargyrum ex altitudine majore FC descendisse, atque ita eodem modo compressisse aërem DBE, ut nunc, claudatur deinde epistomium, manifestum est ideo magis posse comprimi aërem DB a pondere CD quam ante, (cum substans aër BE ponderis CD) actionem in aërem DB non impediat. Ergo potuisset aër DB comprimi amplius, manente communicatione; ergo totus aër DBE magis comprimi potuisset, contra hypothesin. Nihil ergo refert, clausum an apertum sit epistomium, majorque adeo an minor aër eodem modo tensus a pondere coërceatur.

Hinc discimus, ut liquores graves in aequilibrio sunt secundum gravitates specificas seu densitates et altitudines, nulla ratione habita amplitudinum (prop. 19), ita liquores elasticos in aequilibrio esse secundum elastri vel densationis gradum, nulla ratione habita voluminis seu magnitudinis. Et, si ponamus aërem nostrum quem respiramus esse compressum pondere superioris, uti revera est, manifestum est in exigua ejus particula esse vim resistendi elastro totius reliqui aëris ipsum comprimere tentantis, quemadmodum et ponderi; unde mirum non est, in vase clauso elastrum aëris inclusi, licet parvi, vim totius incumbentis atmosphaerae, nunc exclusae, supplere.

Ex his intelligimus etiam in unoquoque corpore vim quandam esse resistendi potentiae totius Universi ipsum immutare tentantis, quamdiu scilicet ratio non est, cur unum prae alio cedat, quam vim etiam alternativam aliquando vocare soleo, estque (ut ita dicam) tota in toto, et tota in qualibet parte, ut Philosophi loqui solent de anima, quae formula non alia aptius similitudine illustrari potest. Interim considerandum probe est, multum interesse inter vim coërcendi aërem DB vel DBE intra spatium in quo est compressus, et inter vim redigendi ipsum intra hoc spatium; illa est aequalis pro magno aut parvo aëre aequitenso, haec non item. Nam ut aër ex statu ordinario AB redigeretur intra DB, opus fuit descensu hydrargyri ex altitudine AC; sed ut aër FBE redigeretur intra spatium DBE eodem, quo ante, gradu compressionis, oportuit hydrargyrum descendere ex majori altitudine FD. Caeterum si primo fuisset altitudo hydrargyri CD, seu (adhibito embolo pro hydrargyro) minus pondus embolo impositum, non potuisset hic aër coërceri intra hoc spatium, neque adeo haec obtineri compressio, licet descendisset pondus ex altitudine quantacunque. Sane ex vi impressi impetus pervenisset aër ad compressionem adhuc majorem, sed restituens sese in minore tandem compressione quievisset.

Propositio 23.

Posito calorem habere eandem vim dilatandi corporis quam habet Elastrum condensationis, pondera materias aequalium condensationum coërcentia erunt ut calores.

Nam si duae sint portiones aëris (ut hujus exemplo utamur) eaeque aequaliter densae, una calidior altera, perinde esset (ex hyp.) ac si una prius aeque densa, mox fieret altera densior in ea ratione in qua est revera calidior; in qua ratione autem esset densior, in ea ratione augeri debet pondus coërcens (per praec.), pondera ergo coërcentia sunt ut calores.

Propositio 24.

Eodem posito pondera coërcentia sunt in ratione composita densitatum et calorum.

Demonstratur ex prop. 22 et 23 eodem prorsus modo, ut prop. 15 demonstrata est ex prop. 13 et 14.

Frigidum concipio tanquam id, in quo vis dilatandi aërem est minor ordinaria. Nam quod aqua gelascente dilatationem fieri videmus et vasa etiam rumpi, aliam causam habet, et fieri videtur ideo quod magna copia aëris in exiguas admodum partes motu intestino liquidorum divisi et valde compressi jam tum (magis multo quam frigus ipsum efficere in ordinario aëre potest) in aqua latet, qui dilatare se a motu aquae intestino, dum fluida est, prohibetur, fere ut motus aëris guttas aquae minores decidere prohibet, quod in exiguis superficies (atque adeo et resistentia quam inveniunt) pro pondere aut vi contenta nimis magna est; remittente autem motu in congelatione se aperiens partesque majores minorum conjunctione componens aër ille compressus magnam vim exercet, illam scilicet, quae ipsi primo a motu fluidi intestino aliisve causis erat data, comprimendo. Similisque vis videtur et in Nitro esse.

Propositio 25.

In eadem hypothesi calores sunt in ratione composita spatiorum et ponderum aequalem materiae quantitatem intra illa spatia coërcentium.

Nam calores sunt in directa ratione ponderum et reciproca densitatum compositis. At spatia in casu molium aequalium seu aequalium quantitatum materiae sunt reciproce ut densitates. Ergo ratio reciproca densitatum est directa spatiorum, et proinde calores sunt in ratione composita ponderum coërcentium et spatiorum.

Ex hac propositione deducitur vera ratio thermometrum seu indicem caloris et frigoris construendi, ut aequales caloris et frigoris gradus divisione designentur.

Propositio 26.

Quicquid movetur in linea curva, progredi conatur in tangente curvae.

Ponatur (fig. 149) regula rectilinea mobilis AB procedere per rectam immotam AA, angulo eodem servato (si placet) recto; et interea in regula moveatur punctum C; poterit ea esse proportio velocitatum, ut punctum C describat curvam quamcunque CC. Patet autem punctum C pergere ex $_1C$ velocitate et directione composita ex ipsis $_1CD$ et D_2C, adeoque directione $_1C_2C$, quae mi-

nus errore quovis assignabili differt a curvae tangente, si intervallum ${}_1A_2A$ assumatur quantum satis est parvum; itaque directio est in curvae tangente, id est, in ea moveri conatur; et revera movebitur, si a regula aut alio coërcente liberetur.

Propositio 27. Definitio 4.

Quicquid movetur in linea circulari, recedere conatur a centro circuli, et vis recedendi conatus centrifugus appellatur.

Sit (fig. 150) mobile A motum in arcu circuli ${}_1A_2A^1$ descripto circa centrum C. Cum conetur ex ${}_2A$ pergere in tangente ${}_2AT$ (per praeced.), tangens autem ${}_2AT$ recedat a centro C, utique et mobile A a centro C recedere conabitur. Idem est, si motus sit compositus ex circulari et alio.

Propositio 28. Definitio 5.

Continuato per aliquod tempus conatu centrifugo corporis, oritur in eo celeritas recedendi a centro, et conatus centrifugus est ad celeritatem continuato recedendi conatu conceptam, ut finitum ad infinitum. Vim autem quae est hoc modo ad celeritatem seu quae est infinities minor celeritate, eam voco mortuam; at vim celeritatem habentis aut cum hac comparabilem appello vivam.

Rotari incipiat (fig. 151) in plano horizontali B axis tubi vacui CB, in quo sit globulus vel aliud mobile ${}_1M$, quod recedet a centro (per praeced.) et delatum aliquousque, ut in ${}_2M$, acquiret aliquem celeritatis gradum; manifestum est continuum esse incrementum, seu impressionem novam conatus centrifugi; itaque infinitis impressionibus novis conatus centrifugi inter loca ${}_1M$ et ${}_2M$ nascitur celeritas acquisita in ${}_2M$, ac proinde ratio vis cujuslibet impressionis novae seu conatus centrifugi ipsius ad celeritatem acquisitam, ut in ${}_2M$, est infinite parvi ad finitum, seu finiti ad infinitum.

Nimirum impetus omnis continuis conatibus acquisitis infinituplus est conatuum singulorum, ut etiam ex descensu gravium constat. Atque hoc erat, quod merito pro miraculo fuit Galilaeo, vim percussionis infiniti rationem habere ad vim gravitatis. Malui tamen uti conatu centrifugo ad demonstrandam hanc infiniti ratio-

nem. Est enim considerationis apertae et intellectae, cum gravitatis natura non sit certa demonstratione cognita. Unde etiam viri docti dubitarunt, an per omnes intermedios gradus transeatur in gravitate; de quo non possunt dubitare in motu centrifugo, si modo tubus rigidus et motus continuus esse ponatur. Vis etiam in Elastro sustinendi aliquod pondus est Mortua, et similiter Vis in pondere coërcendi Elastrum (de qua diximus prop. 22). Sed Vis ponderis quam habet ad Elastrum comprimendum v. gr. aërem ex statu ordinario redigendum intra aliquod spatium arctius, Viva est; opus enim est descensu ex aliqua altitudine, seu impetu concepto, nec solum mortuum pondus sufficit.

Propositio 29.

Gravitas et conatus centrifugus sunt comparabiles inter se, et datur conatus centrifugus gravitati aequalis, imo et superior, qui non sustinere tantum, sed et attollere gravia potest ad altitudinem quantamcunque.

Nempe (fig. 152) circa axem AB rotetur tubus inclinatus CD supra infraque apertus, et infra in aquam immersus. Ponatur autem inferior aliqua pars tubi CE horizontalis, utique in ea vim concipere potest aqua tantam (si modo satis magna sit longitudo CE, et velocitas rotationis), ut exiliat per D, modo ED pars inclinata non nimis alta sit. Vicissim potest tanta esse altitudo ipsius ED, ut aqua assurgens vi impetus concepti perveniat quidem aliquousque in tubo EFD, non tamen usque in D, sed tantum ad F; itaque suspensa manebit aqua FEC, vi conatus centrifugi; et ita erit conatus centrifugus a. tali circulationis celeritate ortus, gravitati in tali inclinatione tubi aequalis. Ex his etiam manifestum est (etiamsi pars tubi inferior recta abesset), si conatus centrifugus gravitatem semel vincat, semper vincere eadem manente tubi inclinatione, et proinde continuata aequaliter circulatione aquam in eodem tubo elevatum iri ad altitudinem quantamcunque, cum quaevis pars aquae majorem habeat ascendendi quam descendendi conatum. Unde non refert, quanta ejus sit altitudo in tubo.

Propositio 30.

Gravitatis vel Elastri vis mortua est, sive est ad potentiam celeritatis, ut finitum ad infinitum.

Sequitur ex praecedenti prop. 29, quia comparabilis est co-

natui centrifugo (per prop. 29), cujus vim mortuam esse ostendimus (prop. 28) nisi continuata scilicet sollicitatione excitetur. Idem et sic ostenditur, quod pondus quantulumcunque cadens ex altitudine quantulacunque AB (fig. 153) attollere potest corpus quantumcunque et cujuscunque ponderis C (ope librae BDE brachiorum aequalium), sed ad altitudinem proportione minorem (per prop. 16 hic). Itaque quantulumcunque grave A celeritate quantulacunque perveniens ad B vincit pondus C utcunque magnum, adeoque celeritatis potentia est infinitupla potentiae gravitatis. Idem est de vi elastica, quae etiam mortua est, cum ponderi ex prop. 22 aequivaleat.

Haec interim supponunt gravitatem continue agere secundum Mathematicas rationes. Neque etiam ad sensibilia respiciunt, ubi tam exigua esse potest vis, ut elevatio ponderis magni non sit notabilis aut impressus impetus a mediantibus, libra, filo et similibus absorbeatur. Interim vires mortuae continuatione excitantur et impetum seu celeritatem concipiunt.

Propositio 31.

Si duo pondera per easdem lineas descendant, eandem acquirunt celeritatem sine discrimine magnitudinis ponderum.

Descendant (fig. 154) per easdem lineas (vel gemellas) duo, grave AB et grave C; ajo celeritatem ab AB majore quaesitam per descensum in ${}_2A_2B$ esse aequalem celeritati quaesitae a minore in ${}_2C$. Sumatur A pars ipsius AB aequalis ipsi C. Manifestum est nihil referre, utrum pars A sola descendat an comitata alia parte B; sola autem A acquiret eam celeritatem quam C, cum sint gemella, ergo et in AB; sed in AB eadem est celeritas totius AB, ergo et quae minoris C.

Propositio 32.

Altitudines perpendiculares, ex quibus labendo acquisitae sunt gravium celeritates, sunt in duplicata ratione celeritatum.

Hoc demonstravit Galilaeus certa assumta lege accelerationis uniformis, ut scilicet incrementa velocitatum sint aequalibus temporibus aequalia. Nos rem independenter ab ea hypothesi demonstramus ex inventa potentiae motricis absolutae mensura capite

peculiari exposita (Sect. 3 cap. 2). Nam potentiae mobilium seu ponderum aequalium in motu positorum sunt ut quadrata celeritatum (per prop. 4 cap. 2 Sect. 3). Vicissim potentiae eaedem sunt ut potentiae effectuum integrorum (per prop. 11 hic). Effectus autem integer ponderis, vi velocitatis suae ascendentis est ut altitudo perpendicularis (per prop. 14 hic). Et proinde potentiae corporum pondere aequalium et celeritatibus praeditorum sunt ut altitudines, ad quas vi earum celeritatum aequalia pondera attolli possunt; ergo et altitudines sunt ut quadrata celeritatum, per quas effici possunt. Sed eaedem sunt celeritates, per quas in horizonte existentes effici possunt elevationes supra horizontem, et quae corporibus inde in horizontem descendentibus rursus acquiruntur. Sic (fig. 155) cum pondus A in plano horizontali certa celeritate ${}_1A_2A$ datum ejusque vi, impetu sursum converso, ascendens ad ${}_2A$ indeque rursus descendens ad ${}_2A$ priorem celeritatem, quam in ${}_2A$ habuerat, recuperet (alioqui status in ${}_2A$ prior et posterior essent inaequales, causa plena et effectus integer, quod est absurdum; integer inquam effectus, subintelligitur enim a medio aut plano inclinato, in quo grave ascendit descenditque, nihil prorsus de impetu absorberi). Itaque celeritates descensu quaesitae a gravibus aequalibus sunt ut quadrata altitudinum. Manifestum autem est eandem celeritatem acquiri ex eadem altitudine, quaecunque sit corporis magnitudo (per prop. 31 hic). Itaque generaliter celeritates descendendo quaesitae sunt ut altitudinum quadrata.

Hinc vicissim demonstratio Galilaei valet ad nostras demonstrationes de aestimatione potentiae confirmandas argumento a posteriori; ex nostra autem demonstratione tota sequitur Galilaei hypothesis. Postquam enim hoc loco ostendimus altitudines esse ut quadrata celeritatum, sequitur incrementa altitudinum esse in ratione composita ex ratione celeritatum et ratione incrementorum celeritatis; sed incrementa longitudinum in omni motu sunt in ratione composita celeritatum et incrementorum temporis (per prop. 7 cap. 4 Sect. 2); ergo incrementa temporis sunt ut incrementa celeritatum, adeoque tempora ut celeritates, seu aequalibus temporibus aequales celeritates a gravibus acquiruntur. Calculus noster talis est: Sit altitudo A, celeritas C, tempus T. A est ut CC (ut hic demonstravimus); ergo $d\bar{A}$ ut $Cd\bar{C}$ (ex nostra analysi infinitorum alibi publicata). Sed $d\bar{A}$ ut $C\,d\bar{T}$, (per nostras de velocitate in genere demonstrationes); ergo $d\bar{C}$ ut $d\bar{T}$, ac proinde (per

eandem analysin infinitorum) etiam C ut T, quod speciminis loco annotasse non abs re fuit. Atque ita tandem scientia motus gravium ab hypothesi liberata est. Illud vero praesupponatur, gravia plus vel minus a centro terrae distantia eandem vim descendendi habere, vel saltem errorem in casibus, de quibus agitur, non esse consideratione dignum; id enim supponit propositio 14.

Propositio 33.

Gravia easdem acquirunt celeritates, si ex eadem altitudine perpendiculari descendant quacunque licet via perpendiculari vel inclinata.

Ejusdem enim causae, gravis scilicet ad determinatam altitudinem super horizontem elevati, aequales inter se sunt effectus integri, cum ambo sint aequales ipsi causae communi. Effectus autem integer gravis supra horizontem elevati est status velocitatis, quam habet ubi labendo horizontem attingit. Tunc enim omnem cadendi ulterius facultatem consumsisse, et vim elevationis seu status pristini in vim acquisiti status novi, nempe impetus concepti, convertisse manifestum est, cum nihil aliud egisse supponatur. Idem ex praecedenti patet; cum enim altitudines generaliter sint ut quadrata celeritatum, ideo aequalibus altitudinibus aequales erunt celeritates.

Hujus propositionis demonstrationem Galilaeus in Scientia nova de motu non dederat, supplementum tamen affectum inter posthuma repertum est. Ex nostris principiis res primo obtutu constat.

Propositio 34.

Celeritates, quibus aqua erumpit in jactibus, sunt in subduplicata ratione altitudinum aquae incumbentis seu ut celeritates quas ex iis altitudinibus cadendo acquivissent.

Ponatur (fig. 156) lumen C tubi AB ita versum esse, ut aqua jactu sursum tendat quasi intra tubum recasura. Itaque cum ferentibus ita circumstantiis effectus causam reproducere possit (per prop. 5 hic), sequitur praecise tantum esse aquae erumpentis celeritatem, ut si ea pergeret, perveniret usque ad altitudinem tubi A, atque ita semper motum continuaret, alioqui enim effectus causae aequalis non esset. Celeritates autem sunt in subduplicata ratione altitudinum, ad quas attolli aequalia pondera possunt per prop. 32.

Sed hoc intelligitur, si nihil obstaculis deteratur. Itaque reapse id assequi non licet, alioqui haberetur motus perpetuus non Physicus tantum, qualis iste est, sed et Mechanicus, in quo effectus excederet causam, quia non tantum causam reproduceret, sed et aliquid praeterea, id scilicet, quod obstacula sunt passa, contra propositionem 3.

Propositio 35.

Nullum est Elastrum tam intensum, quin possit adhuc amplius intendi quantulacunque potentia viva.

Sit (fig. 157) Elastrum tensum AB utcunque; ajo corporis C quantulicunque velocitate quantulacunque in CB incurrentis impetu adhuc amplius tendi posse. Aequale est enim hoc Elastrum ponderi alicui, si quod esset coërcens (per prop. 22); sed pondus quantumcunque vinci potest ab impetu quantulocunque (per prop. 30).

Propositio 36.

Nulla chorda vel catena gravis in alio situ quam verticali perfecte in rectam extendi potest vi mortua; potest viva.

Sit (fig. 158) chorda AB tensa utcunque a pondere appenso quantocunque; appendatur jam chordae mediae pondus quantumvis exiguum D; ajo id nonnihil chordam inflectere. Nam cum triangulum rectangulum EDB possit esse tale, ut cathetus DE habeat rationem datam quamcunque ad differentiam inter basin BD et hypotenusam BE, manifestum est posse esse talem, ut ratio ipsius DE ad hanc differentiam duplam sit major quam ratio ponderis C ad ponduseulum D. Est autem differentia dupla aequalis ipsi CG ascensui ponderis C in casu chordae inflexae, et DE aequalis est descensui ponduseuli; potest ergo effici, ut descensus DE ponduseuli D majorem habeat rationem ad CG ascensum ponderis C, quam pondus C ad pondus D; sed tunc descendet ponduseulum D (per prop. 15 hic), donec scilicet una ratio alteri (reciproce) fiat aequalis (per prop. 16). Quod autem efficit ponduseulum D in chorda etiam ponderis carente et perfecte antea tensa, id in chorda efficit ipsum chordae pondus, unde chorda gravis a pondere quantocunque perfecte tendi nequit, atque adeo nec ab ulla alia etiam vi mortua quae scilicet ponderi est comparabilis.

Impetus autem seu vis viva id potest, cum infinitam habeat rationem ad pondus. Unde pondus C, sublatum ad G, et inde rursus decidens tanta vi chordam AEB tendere potest, ut non tantum ad lineam rectam ADB perveniat, sed etiam concepto impetu excurrat altius, tremore quodam qualis in chordis tensis notatur, etsi status perfectae in rectam extensionis non nisi momentaneus esse possit et in transitu contingat.

Definitio 6. Impetus vel quantitas motus est ut factum ex mole seu pondere in celeritatem.

Ut si grave A trium librarum habeat celeritatem duorum graduum, et vicissim grave B duarum habeat celeritatem trium graduum, dicentur habere eundem impetum seu eandem quantitatem motus, licet eandem quantitatem actionis formalis durante eodem vel aequali tempore, adeoque eandem potentiam temporis initio non habeant, ut jam ostendam.

Proposito 37.

Duae inaequales materiae quantitates, si eandem habeant potentiam absolutam, non habent eandem quantitatem motus; et contra.

Sit corpus A 3 librarum, et corpus B duarum librarum, et habeat A celeritatem ut 2; erit quantitas motus in A, ut 6 seu 3 in 2 (per praeced.), quantitas vero potentiae absolutae in A erit 12 seu 3 in 4 quadratum de 2 (per prop. 4 cap. 2 sect. 3 adde et prop. 32 hic). Si jam B 2 eundem impetum habere debet seu eandem quantitatem motus quam A 3, hoc est quantitatem motus ut 6, utique B 2 accipiet celeritatem 3, sed ita habebit potentiam 2 in 9 seu 18. Quodsi B 2 eandem debet accipere potentiam quam A 3 nempe 12; accipere debebit B 2 velocitatem quae sit ut radix quadrata de 6. Sed tunc non habebit quantitatem motus quam A 3, nempe 6, cum quantitas motus ipsius B 2 futura tunc sit radix quadrata de 24. Et idem est in numeris aliis quibuscunque inaequalibus, ubi quadrata non possunt esse in ea ratione, in qua sunt latera.

Propositio 38.

Effici potest, ut corpus quodlibet datum datae velocitatis transferat in aliud prius quiescens totam suam potentiam vel partem ejus imperatam quantamvis.

Sit (fig. 159) datum corpus A, datae velocitatis, et aliud quiescens datum B; ajo effici posse, ut tota potentia ipsius A vel etiam pars ejus imperata transferatur in B. Sit libra rectilinea rigida, carens mole (saltem consideratu digna) PCL, quam tangit quiescens B; ejus librae centrum sit C, et ex A ad eam normalis AL, qua A incurrit in libram. Patet utique libram sic assumi posse, ut CL sit ad CP in ratione data; vel etiam, si data sit positione libra, posse B atque A sic collocata supponi, ut ea ratio sit quaecunque desiderata, utroque corpore A et B existente ante libram, sed ad brachia contraria. Jam manente CL, si B tam prope accedere ponatur ad centrum C, ut in ipsum plane incidat, seu libram non nisi in centro tangat, seu si brachium CL sit infinite majus quam brachium CP, tunc nullo modo B impediet progressum ipsius A in momento incursus in L non magis quam si ipsum B tunc prorsus abesset; et ita corpus A incidens in L perget trans L continuata seu retenta sua qua advenerat celeritate. Contra, si infinita sit ratio brachii CP ad brachium CL sive scilicet brachio CL existente finito brachium CP sit infinitum, et corpus B infinite distare fingatur, sive (eadem propositione) si brachio CP existente finito brachium CL sit infinite parvum, hoc est, si A incurrat in ipsum centrum immobile rigidum; tunc perfecte resistetur ipsi A, ita ut tota vi qua venit repercutiatur. Cum enim nec progredi possit, nec ratio sit, cur in partem alterutram flectatur, nec vim possit in aliud transferre, ideo totam retinebit, et ea qua venit linea resiliet. Quodsi rationes sint finitae, et radio CL manente dato finito, corpus B a centro C tantillum recedat ad N, tunc progressus ipsius A in L incurrentis non prorsus quidem integer manebit, sed tamen nec prorsus sistetur, verum intermedium aliquid eveniet, ipsi casui B in centro existentis seu perfecti progressus ipsius A quantum volemus vicinum, ut scilicet A incidente in L, dum B quiescit in N, pergat quidem A trans L, sed tardatum nonnihil parte aliqua virium translata in B. Et nisi hoc fieret, ab uno extremo ad aliud transiretur non mutatione continua per variationes momentaneas inassignabiles, sed per saltum. Vicissim manente B in N vel ubicunque distantia BN existente finita, tunc uti A incidens in centrum C perfectam patiebatur repercussionem, ita si A incidisset in distantia tantilla a centro C, v. gr. in M, fuisset quidem repercussio, sed tantillo minor. Idemque erit si sit CP ad CL datam, uti CN ad CM, ut scilicet A

incidens in L repercutiatur a B existente in P, etsi non perfecta rejectione seu ea vi qua venit, sed ita ut pars virium translata sit in corpus B. Habemus ergo duos status, unum ut corpore A incidente in punctum datum L, corpore autem B quiescente in puncto N satis vicinio ad centrum, pergat A trans L, parte tamen virium amissa; Alterum ut corpore A itidem incidente in idem punctum datum L, B vero quiescente in puncto P satis remoto a centro C, repercutiatur A parte iterum virium amissa. Ergo transeundo ab N versus P, manente L, necesse est dari punctum intermediae distantiae velut Q, ubi posito B desinat pergere A incidens in L, et post quod incipiat reflectere, id est debet dari punctum Q tale, ut quiescente ibi B, ipsum A incidens in L nec pergat, nec reflectatur, sed praecise sistatur sive ad quietem redigatur, atque ideo totam suam potentiam transferat in corpus antea quiescens B, quod desiderabatur.

Manifestum est autem eadem methodo ostendi, nullum medium assignari posse inter perfectum progressum et perfectam repercussionem, quod non assignato certo loco ipsius B obtineri debeat, manente licet semper incursu eodem ipsius A in idem punctum L. Et proinde effici potest, ut A pergat vel reflectatur, parte virium quacunque retenta, atque adeo parte imperata virium in B antea quiescens translata, quod itidem desiderabatur. Quod autem pars virium ab A amissa transferatur in B, ex eo constat, quod effectus alioqui seu status sequens foret minor causa seu statu praecedente, quoniam subintelligimus libram esse perfecte rigidam et mole carentem instar lineae indivisibilis, vel saltem molem ejus tantam non esse, ut veniat in considerationem, adeoque nullam vim (consideratione dignam saltem) in se recipere vel absorbere, atque adeo omnem ipsius A actionem, quae effectum aliquem potentia praeditum producat, pervenire in B. Itaque cum effectus integer sit causae aequalis, et pars proinde virium ab A amissa utique alicubi esse debeat, erit ea in B translata.

Caeterum ut situs ipsius B determinetur praecise, in quo datam virium portionem accipiat, aliis praedemonstratis opus est, quae non sunt hujus tractationis; sequentem tamen propositionem subjicere placet, quippe iis non indigentem.

Propositio 39.

Si corpus in librae rigidae rectilineae mole (considerabili) carentis brachium incurrat, et ante brachium oppositum reperiatur quiescens aliud corpus, priori proinde non obstans, sitque distantia a centro quiescentis aequalis distantiae incurrentis, incurrens autem pergat post incursum; tunc velocitas, quam accipit quiescens, non potest esse minor velocitate quam retinet incurrens. Quodsi distantia quiescentis sit major, etiam velocitas, quam accipit quiescens, necessario major est illa qua pergit incurrens.

Nam (eadem retenta figura 159) A incidente in L et trans L pergente atque adeo brachium CQ pellente in contrariam partem, patet corpus B non posse tardius incipere moveri quam punctum Q immediate tangens et insequens. Jam si aequalia sunt brachia CQ et CL, utique aequalis est velocitas punctorum Q et L, puncti autem L velocitas eadem est quae incurrentis corporis A; itaque B non potest tardius moveri quam pergit A, sed movetur celeritate majore aut saltem aequali. Quodsi corpus B sit in loco P, ita ut radius CP sit major quam CL, multo magis verum erit, imo velocius B movebitur quam pergit A. Nam B non movetur tardius quam P, sed P velocius quam Q, id est L vel A; ergo et B velocius movetur quam pergit A.

Propositio 40.

Non eadem in corporibus se invicem agentibus conservanda est quantitas motus, sed eadem quantitas potentiae absolutae, alioqui daretur motus perpetuus Mechanicus.

Nempe ostensum est supra (prop. 7 et 8), eandem conservari quantitatem potentiae, sed haec differt a quantitate motus (per prop. 37) nec semper utraque simul conservari potest. Sed idem sic apparebit distinctius.

Sit (fig. 160) corpus A quatuor librarum descendens ex altitudine unius pedis et acquirens celeritatem unius gradus, ubi pervenit in horizontem. Ponatur jam totam ejus potentiam absolutam transferri debere in corpus B unius librae, ita ut quiescat corpus A, solius autem corporis B motus supersit (quod fieri posse osten-

sum est prop. 38 hic); quaeritur quantam velocitatem accipere debeat corpus B. Ajo si B 1 accipit eandem quantitatem motus quam habuit A 4, haberi motum perpetuum seu excessum effectus supra causam; sin vero accipiat eandem quam A habuit potentiam absolutam, ut a nobis aestimatur, effectum fore causae aequalem. Nam si corporis A librarum 4 celeritatem habentis gradus unius quantitas motus 4 (per def. 6) transferri debet in corpus B librae unius, ita ut B 1 accipiat eandem quantitatem motus 4, debet accipere celeritatem graduum 4 (per dictam defin. 6); sed si descendendo ex altitudine $_1A_2A$ seu unius pedis quaesita ipsius A 4 celeritas est gradus unius, utique B 1 habens celeritatem quatuor graduum ascendere poterit ad altitudinem pedum 16 (si scilicet ope penduli vel plani inclinati vim suam ad ascendendum convertat) per demonstrata a Galilaeo vel per nostram prop. 32 hic. Sed sola potentia A 4 librarum ex uno pede descendentium attollere unam libram B ad 16 pedes vel 4 libras ad 4 pedes (quod eodem redit) est effectum efficere quadruplum causae, cum ejusdem potentiae sit attollere 4 libras ad unum pedem et attollere unam libram ad 4 pedes. Itaque habetur motus perpetuus. Qui quomodo inde machinamento facili deduci possit, ostendimus in specimine demonstrationum de Lege naturae circa corporum potentiam initio totius hujus tractationis posito, quanquam intelligentibus rerum mechanicarum id per se sit manifestum. Itaque si potentia corporis A 4 librarum descendentis ex altitudine pedis unius transferri debet in corpus B unius librae, hoc debet accipere celeritatem ut 2; ita enim attollere poterit unam libram, corpus scilicet proprium ad altitudinem 4 pedum, et effectus erit aequalis causae. Cum enim causa fuerit Thema seu status 4 librarum elevatarum ad altitudinem unius pedis, Effectus integer primus seu immediatus fuerit celeritas unius gradus in 4 libris, Effectus integer secundus seu mediatus celeritas 2 graduum in una libra, Effectus integer tertius sit Thema seu status unius librae elevatae ad altitudinem 4 pedum; ita Thema primum et ultimum aequivalebunt: nam eadem potentia est 4 librarum elevatarum ad unum pedem, et unius elevatae ad 4 pedes (ex concessis et per prop. 16 hic), dando scilicet ipsi B 1 celeritatem 2, potentia ejus absoluta erit 4 (per prop. 4 cap. 2 sect. 3), eadem quae ipsius A 4 habentis celeritatem 1. Itaque cum eadem potentia conservanda est, non quantitas motus (ne excessus virium seu motus perpetuus

oriatur), sed talis quantitas potentiae absolutae qualem explicuimus conservari debet.

Ostendemus autem suo loco, etsi in natura non maneat eadem quantitas motus, manere tamen eandem in summa **quantitatem nisus**, seu conatus ad certam **directionem** sive **vim directricem**.

Definitio 7. **Vis respectiva est, qua duo corpora in se invicem agunt; et cum duo mobilia concurrentia se mutuo sistunt, aequalem vim respectivam habere dicentur. Poterit etiam dici vis ictus sive percussionis.**

Suo autem loco ostendetur, eandem esse vim ictus, sive A incurrat in corpus quiescens B, sive idem B eadem celeritate incurrat in A quiescens, imo quaecunque fiat hypothesis distribuendi motus, modo eadem maneat celeritas appropinquationum seu respectiva.

Propositio 41.

Si duo mobilia aequali quantitate motus directe seu perfecte concurrant, eandem habebunt vim respectivam, seu mutuo sistent progressum.

Sit (fig. 161) mobile DE duarum (si placet) librarum incurrens in A velocitate AH unius gradus, et mobile aliud FG unius librae incurrens in B velocitate FL duorum graduum. Ponantur autem A et B esse extremitates librae rectilineae ACB aequalium brachiorum AC et BC, et intelligantur mobilia ascendere impetu concepto graduum dictorum, seu ex inferiore loco venientia in libram ut diximus impingere; ajo se mutuo sistere debere, posito libram rigidam sive inflexibilem esse, nec ipsius molem considerari. Nam in uno DE 2 est potentia intra tempus elementare seu indefinite parvum attollendi suum pondus 2 ad altitudinem AH etiam indefinite parvam quae sit ut 1; erit in altero FG 1 potentia intra idem tempus elementare seu indefinite parvum attolli suum pondus 1 ad altitudinem BL prioris duplam, ob duplam celeritatem. Ejusdem autem est potentiae attollere pondus DE 2 ad altitudinem AH ut 1, et attollere pondus FG 1 ad altitudinem BL ut 2, et in casu concursus actio momentanea aestimanda est, intra tempus scilicet indefinite parvum. Itaque respective aequivalent corpora DE et FG suis in se mutuo agendi viribus, et proinde se mutuo sistunt. Nihil autem interest, utrum corpora duo sibi mutuo

occurrant interventu librae brachiorum aequalium, an vero immediate, cum utrobique aequaliter in se invicem totis viribus agant; itaque si (fig. 162) corpus DE librarum 2 celeritate $_1E_2E$ ut 1, et corpus FG librae unius celeritate $_1F_2F$ ut 2, directe seu perfecte concurrant, alterum alterius progressum mutuo sistet.

Habeo alias hujus propositionis demonstrationes, sed quaedam praedemonstranda requirentes, quae commodius in separatam tractationem differemus. Interim hoc loco discimus ex ipsa aestimatione potentiae absolutae, quomodo etiam aestimanda sit potentia respectiva, etsi hae duae potentiae a se invicem differant, ut patet ex sequenti. Atque ita uni eidemque principio aestimandi potentias per comparationem causae et effectus omnia nostra innituntur. Caeterum hanc propositionem quidam sine demonstratione assumunt, alii ex falso principio demonstrare voluere quasi ejusdem esset potentiae, corpus 2 habere velocitatem 1, et corpus 1 habere velocitatem 2, quod falsum esse ostendimus. Sed in casu aequilibrii, itemque et potentiae respectivae, ratiocinatio eorum per accidens succedit, quia tunc coincidit consideratio altitudinis (quippe momentaneae) seu tempore elementari obtinendae, et celeritatis, idque ipsum decepit plerosque, ut pro indubitato haberent idem esse quantitatem potentiae, absolutae scilicet (quae nempe in corporibus semper in summa conservari debet), et quantitatem motus. Unde illa celebris apud quosdam Lex naturae, quod eadem in Universo servetur quantitas motus sive impetus, quam falsam evicimus, meliorem et nunquam decepturam substituentes, quod eadem quantitas potentiae absolutae seu summa factorum ex ponderibus in altitudines, ad quas vi suarum potentiarum attolli possunt, atque adeo quantitas effectus integri causae aequalis in natura conservetur.

Propositio 42.

Si duo corpora inaequalia eandem habeant vim respectivam, seu perfecto concursu se mutuo sistant, non poterunt eandem habere potentiam absotam, seu idem pondus ad eandem altitudinem attollere; et vice versa.

Nam si sese mutuo sistant, eandem habent quantitatem motus (per prop. praeced.). Sed inaequalia corpora eandem haben-

tia quantitatem motus, non habent eandem quantitatem potentiae absolutae (per prop. 34). Eadem argumentatio est pro conversa.

Si exempli gr. sint duo corpora, A librarum trium, velocitatis 1, et B librae unius, velocitatis 3, possunt sese sistere mutuo (per 41 praeced.). Sed cum A possit vi suae celeritatis tantum attollere libras tres ad altitudinem unius pedis, poterit B vi suae velocitatis attollere libram 1 ad pedes 9, vel libras novem ad pedem unum. Itaque different A et B potentia absoluta, seu quantitate effectus integri potentia praediti, quem producere vi suarum celeritatum possunt, etsi eadem in se mutuo potentia respectiva agant. Quarum rerum naturae et discrimina huc usque minus distincte cognoscebantur. Atque ita fontes Scientiae Dynamicae de Natura potentiae et actionis hactenus non satis exploratos aperuisse mihi videor, sublatis ambiguitatibus simplicissimo generalissimoque principio aequalitatis inter Causam et Effectum constituto, unde alia porro naturae admiranda peculiari tractatione deducemus.

SECTIO SECUNDA.

DE CENTRO GRAVITATIS ET DIRECTIONE MOTUS.

Caput I.

De Centro gravitatis et quod omni mobili tale centrum attribui possit.

Definitio 1. Centrum gravitatis est punctum, quo sustentato grave quomodocunque situm vi gravitatis non movetur. Intelligitur autem, lineas directionum seu in quibus punctum corporis gravis moveri tendit, esse parallelas inter se, et eodem modo gravitatem agere in quocunque horizonte seu plano ad lineas directionum normali.

Sit (fig. 163) grave A, et punctum C; suspendatur grave ex puncto suo D vel F ope funis (si placet) BD, sic ut recta perpendicularis ad horizontem DE vel FG transeat per C; tunc si

grave quiescit quantum ad gravitatem nec in unam potius quam alteram partem fertur, idque succedat quodcunque sit punctum suspensionis D vel F, manente C, ipsum C dicetur centrum gravitatis. Quod proinde invenitur per diversarum perpendicularium, ut DE et FG, quas directionum lineas vocamus, intersectionem. Dubitari autem potest, utrum tale centrum detur. Nam etsi duae rectae alicubi se secent, non inde tamen sequitur quod intersectio omnium debeat esse communis, seu quod LM linea directionis in casu suspensionis ex L debeat DE secare in eodem puncto C, ubi secatur DE ab FG. Et videtur esse audax hoc postulatum, etsi successu comprobatum sit. Eoque major est ratio dubitandi, quod in plerisque figuris non datur centrum magnitudinis, seu punctum per quod recta vel planum transiens semper magnitudinem figurae in duas partes aequales secat, ut mox ostendemus. Multo minus ergo videtur figura semper per idem punctum in momenta aequalia secari, cum momentum magis sit compositum quam magnitudo, quippe ex magnitudine et gravitatione simul dependens. Et tamen quasi miraculo evenit, ut res semper succedat non tantum in centro gravitatis, sed et agitationis. Itaque demonstrationem tantae veritatis quaerere operae pretium est. Interim subintelligendae sunt conditiones definitioni ascriptae; nam si directiones gravium ponantur convergere in centro terrae, et major esse vel minor gravitas in majore elevatione, non exacte succedit. Etsi autem talis gravitas non sit in natura, qualem assumsimus, non ideo tamen minus datur centrum, quale definivimus, futurum scilicet si eae gravitatis conditiones ponerentur, imo serviens ad generales directionum aestimationes, ut suo loco apparebit.

Definitio 2. Centrum magnitudinis est, per quod planum quodcunque transiens figuram secat in duas partes aequales. Quodsi praeterea partes sint similes adeoque congruae, dicetur Centrum figurae; et Figurae quae habet centrum figurae, dici poterunt amphidextrae.

Tales sunt parallelogrammum, polygonum regulare, circulus, ellipsis, compositum ex duabus hyperbolis oppositis; et ex solidis cubus, aliaeque figurae regulares, sphaera, figura sphaeroides, aliaeve innumerae; et harum figurarum ambitus.

Propositio 1.

Punctum quod est centrum figurae, est etiam centrum gravitatis figurae (si scilicet materia figurata sit similaris).

Manifestum enim est in figura amphidextra, qualis est ad defin. 1 sustentato centro C, omnia semper utrinque eodem se modo habere seu congrua esse (per def. 2), nec proinde rationem esse, cur magis ad partes FL quam FD motus inclinet. Itaque quiescet grave, et centrum C (per def. 1) est centrum gravitatis.

Propositio 2.

Dantur figurae quae nullum habent centrum magnitudinis, seu punctum per quod a recta ducta quavis bisecentur.

Tales quidem sunt pleraeque, sed sufficit unam exhibere ex simplicioribus. Sit (fig. 164) Triangulum aequicrurum BAC, cujus angulus rectus A; basis BC bisecetur in D, et latera BA, CA in punctis E et F. Patet AD, BF, CE unamquamque triangulum hoc bisecare. Secabunt autem se istae in puncto M. Quodsi ergo datur hic centrum magnitudinis, utique (per def. 2) id erit punctum M. Quo posito (per eandem def. 2) ducta GMH recta basi parallela etiam bisecabit triangulum BAC; sed hoc est falsum. Nam ex E agatur in AD normalis EN. Cum AE sit dimidia ipsius AB, erit AN vel ND vel EN dimidia ipsius AD vel BD vel DC. Cum ergo triangula ENM et CDM sint similia, erit NM dimidia ipsius DM; ergo tertia pars ipsius ND, et proinde sexta pars ipsius AD. Ergo AM (id est AN + NM, dimidia pars cum sexta) constabit duabus tertiis ipsius AD. Est autem AM aequalis ipsi GM; ergo quadratum ipsius AM, hoc est quatuor nonae quadrati sub AD, aequatur triangulo GAH. Minime ergo verum est, triangulum GAH esse dimidium trianguli BAC, quod quadrato sub AD aequatur. Itaque punctum M non est centrum magnitudinis. Et proinde centrum magnitudinis in triangulo proposito non datur.

Propositio 3.

Sustentans eodem modo premitur ut prius, si tota gravitas in centrum gravitatis redigi ponatur, seu si grave ex manente centro libere suspendatur.

In figura definitionis 1 redigatur grave ADE in aliud minus

quidem, sed simile et similiter positum respectu centri gravitatis C manentis, quod grave novum sit gravitatis specificae in eadem proportione majoris, in qua est voluminis minoris; patet eandem esse vim quae funem trahit in directione BDC. Idemque est, si grave in spatium minus dato quovis contrahatur, donec tandem in punctum ejusdem cum gravi initio dato gravitatis evanescere fingatur. Idem et sic concluditur, quod posito corpus suspendi ex centro gravitatis C, tota utique vis gravitatis in puncto C funem BC trahit; nec refert cujus magnitudinis aut figurae sit quod puncto C adhaeret, modo eadem maneat gravitas, quam totam agere manente gravitatis centro ex definitione hujus centri manifestum est, quia ipso sustentato tota impeditur, atque adeo in impedimentum agit.

Propositio 4.

Gravia quotcunque positione data, quorum quodlibet habet centrum gravitatis, habent centrum commune gravitatis.

Sint primum duo, et centra eorum (fig. 165) A et B ipsis corporibus inde suspensis aequivalentia (per praeced.) Sufficit ergo ut ostendamus, duo puncta licet gravitate inaequalia habere centrum gravitatis commune compositi ex ipsis A et B per lineam rigidam mole carentem connexis. Secetur recta AB in C sic ut AC sit ad BC in ratione quam postulat aequilibrium, seu ut sustentato puncto C nullus fiat motus vi gravitatis. Ergo punctum C (per def. 1) est centrum gravitatis compositi ex A et B. Invento jam centro corporum duorum, eodem modo habetur centrum trium et plurium, duo simul concipiendo ut unum corpus centrum habens, cujus porro ut diximus habetur centrum commune cum tertio, et ita porro. Dari autem aliquam rationem aequilibrii inter duo puncta A et B gravitate inaequalia, assumi potest ut postulatum; sed idem tamen si quis desideret, sic probatur. Manente linea rigida connectente A et B, sustentetur A; patet B totam suam gravitatem exercere, seu nullo modo sustineri vel ab A impediri. Jam recedat sustentans tantillum ab A versus B, patet A sustineri aliquomodo et aliquam habere descendendi libertatem; et sustentante porro magis magisque promoto versus B, patet libertatem seu vim agendi in A crescere, manente quidem sed decrescente sustentatione, donec sustentans perveniat ad B, ubi ip-

sum A nullo modo impedietur a B in totum sustentato, adeoque prorsus liberum erit. Idemque est de B vicissim. Cum igitur transeatur per omnes sustentationis et libertatis, seu momentorum gradus, qui ex contrarii actione majore minoreve oriuntur, adeoque in ratione quavis possibili, necesse est alicubi esse rationem aequalitatis, seu aliquod esse punctum aequilibrii C. Sustentato scilicet A, vis ejus ad vim ipsius B erat ut nihil ad aliquid, crevitque decrescente vi ipsius B, donec ista contra fiat ad vim A, ut nihil ad aliquid; et cum mutatio sit continua, utique per omnes rationes intermedias transiri oportet, adeoque et per rationem aequalitatis.

Caeterum qualis sit ratio aequilibrii nempe ut bracchia sint in reciproca ponderum ratione, ad hanc demonstrationem nihil refert, quanquam id potuissemus assumere velut demonstratum independenter ab hypothesi centri gravitatis.

Propositio 5.

Omne extensum grave habet centrum gravitatis et quidem unicum.

Sit (fig. 166) figura plana vel solida, gravitate praedita RST; haec resolvi potest in rectangula vel alias figuras amphidextras sive centrum figurae habentes, inscribendo v. gr. ipsi RST maximum rectangulum 1, et residuis portionibus maxima inscribendo rectangula 2, 2, et iterum residuis maxima inscribendo 3, 3, 3, 3, et ita porro, ita ut quod superest, minus fieri possit data quavis quantitate. Jam quodlibet horum rectangulorum habet centrum gravitatis (per prop. 1), et plura positione data quotcunque, quorum singula habent centrum gravitatis, habent centrum gravitatis commune (per prop. 4). Itaque aggregatum rectangulorum, hoc est figura data habet centrum gravitatis. Quodsi extensum esset linea curva vel superficies gibba, potest pro ea adhiberi ambitus polygoni vel polyedri inscripti minus differens quantitate data; is ambitus autem polygoni constet ex rectis, polyedri ex planis, quae cum centrum gravitatis habere ostensum sit, ipse ambitus tale centrum habebit. Quodsi extensum non sit similare, sed variae in variis partibus gravitatis, cujuslibet partis similaris praeinvestigetur centrum. Quodsi nulla pars similaris detur, error tamen dato minor erit, si partes quantum satis parvae tanquam similares mediae gravitatis inter eas, quas quaeque habet, gravitates assumantur. Caeterum

sicubi sit centrum gravitatis, simul unicum esse manifestum est, cum ab ipso prius aequidividente in quamcunque partem recedendo plus ponderis a tergo relinquatur.

Hinc manifestum est, quae de centro gravitatis unius corporis vel mobilis dicuntur, pertinere etiam ad centrum gravitatis mobilis ex pluribus mobilibus discretis.

Propositio 6.

Si in gravibus sola agat gravitas, descendet gravium centrum gravitatis commune.

Ponamus (fig. 167) gravitatem egisse, et ideo aliquid descendisse, ut B ex ${}_1B$ in ${}_2B$; dico et centrum commune (verbi gr. ipsorum A et B) descendisse ex ${}_1C$ in ${}_2C$. Ponamus enim non descendisse, sed mansisse in ${}_1C$. Ergo jungantur lineis rigidis A_1C, ${}_2B_1C$, et sustentetur centrum C. Patet totam vim gravitatis ipsorum A et B sustentari (per def. 1 seu per prop. 3 hic), et proinde eandem potentiam esse in ${}_1C$, quanta erat ante descensum ipsius B. Sed adest praeterea potentia nova quae descensu ipsius B produci potuit, verbi gr. elastrum aliquod descensu illo tensum, vel impetus impressus. Effectus ergo seu status posterior A_1C_2B cum elastro tenso sumtus major est causa seu statu priori A_1C_1B, quod est absurdum per axioma capitis de causa et effectu Sect. 4 (adde dictae Sect. prop. 3). Necesse est igitur descendisse et centrum C.

Caput II.

De Motus directione et figura.

Definitio. Directio est linea recta, in qua movetur punctum mobile ab initiali rectae puncto versus aliud ejusdem rectae punctum, nisi a causa superveniente impediatur.

Si (fig. 168) gravis puncti A directio versus centrum terrae est recta BC ducta a B loco ipsius A ad centrum terrae C, quia a B incipiens moveri A, movetur in recta BC, ita ut propius fiat ipsi C, scilicet nisi aliqua causa nova superveniat, qualis esse posset impulsus lateralis versus E seu directione AE, unde fieri posset, ut grave moveretur in linea aliqua AF motu composito, ut mox patebit. Addatur definitio Motus aequidirecti supra prop. 5 et 8 cap. 5 Sect. 2 et propositio 26 Sect. 4, ubi de directione motus curvilinei, quae est in tangente.

Propositio 1.

Quotcunque motus et qualescunque componi possunt inter se, ita ut punctum mobile motu ex omnibus composito feratur.

Superficies quaecunque rigida moveatur qualicunque motu aequidistributo et aequidirecto, quod fit, si puncta ejus aliquot numero finita sufficientia (qualia sunt in plano tria in eandem rectam non cadentia) in lineis inter se congruis (seu similibus et aequalibus) moveantur, unde et reliqua puncta omnia per lineas prioribus gemellas seu congruas eodem modo seu congrue movebuntur. Ut si (fig. 169) rigida superficies ABCDE moveatur, ita ut puncta A, B, C, D lineas congruas ut ${}_1A_2A$, ${}_1B_2B$, ${}_1C_2C$ etc. describant, unde et reliqua quaecunque tales describent, omniumque punctorum eadem erit celeritas et directio. In hac superficie sit crena excavata secundum lineam quamcunque DE, in qua interim dum movetur superficies ABC, moveatur mobile M celeritate quacunque data in crena tanquam quiescente. Manifestum est, hos duos motus, unum nempe superficiei, omnibus ejus punctis adeoque et crenae ac proinde et mobili in ipsa crena communem, alterum mobilis proprium in crena, componi inter se in mobili M, quod proinde describet lineam ${}_1M_2M$, cujus puncta quaevis pro tempore quovis ex situ crenae ob motum superficiei communem dato, et situ mobilis in crena ob datum in ea mobilis motum proprium, determinari possunt. Quodsi ipsa interim superficies ABC rursus eodem modo moveatur in alia superficie mota tanquam fundo, punctis aliquot A, B, C per hujus fundi crenas ${}_1A_2A$, ${}_1B_2B$, ${}_1C_2C$ incedentibus, dum interim ipsa haec nova superficies seu fundus movetur, habemus tres motus inter se compositos, et ita porro, si habet, plures.

Propositio 2 et Definitio.

Si duo motus rectilinei uniformes vel velocitate proportionales componantur inter se, ita ut mobile in angulo positum eodem tempore percurrat unum latus anguli secundum unum motum et alterum secundum alium, motus compositus erit in recta diagonali completi secundum haec latera parallelogrammi, eamque eodem tempore absolvet, eritque similiter uniformis aut proportionaliter cum prioribus cres-

cens vel decrescens. Et proinde si celeritas et directio motuum componentium repraesentetur per latera parallelogrammi, celeritas et directio motus compositi repraesentabitur per diagonalem. Directionem autem cum velocitate ducta in quantitatem materiae Nisum, sed cum flexum simul designabimus, generaliori voce vocabimus Conatum. Unde nisus omnes sunt rectilinei, conatus vero tam rectilinei quam etiam circulares aliterve curvilinei.

Per regulam (fig. 170) immotam BB incedat regula mobilis BC eodem semper angulo servato regulae ad regulam. Atque interim in regula motu proprio incedat mobile M, sitque velocitas regulae ad velocitatem mobilis in regula, ut ${}_1B_2B$ ad BC in eadem semper ratione constante, quod fit, sive velocitas utriusque semper maneat eadem, sive eadem proportione crescat utrobique; compleatur parallelogrammum ${}_1C_1B_2B_2C$, et ducatur diagonalis ${}_1B_2C$; aio eam repraesentare velocitatem et directionem motus compositi ipsius M, seu quo tempore regula percurrit ${}_1B_2B$, mobile M percurrere ${}_1B_2C$. Manifestum enim est, quo tempore BC ex ${}_1B_1C$ pervenit in ${}_2B_2C$, mobile M pervenire ex B in C, adeoque cum initio fuerit in ${}_1B$, in fine esse in ${}_2C$; idque cum eadem proportione locum habeat in puncto intermedio quocunque (ipsum enim ${}_2B$ pro arbitrio assumsimus), patet semper mobile M versari in recta ${}_1B_2C$, et partes ejus absolvere proportionales partibus regularum. Etsi autem motus non sint uniformes nec proportionales, ut tales tamen seu motuum elementa, quae semper ut motus uniformes assignabilibus minores concipi possunt, conatum rectilineum component.

Propositio 3.

Quotcunque motus uniformes vel proportionaliter velocitatem variantes rectilinei inter se compositi componunt motum mobilis puncti rectilineum etiam uniformem vel proportione eadem cum reliquis variatum, et proinde quotcunque conatus rectilinei componunt conatum rectilineum.

Cum enim duo talem componant (per praeced.), compositus cum tertio iterum (per eand.) componet talem novum, et ita porro.

Propositio 4.

Mobile quod fertur in linea curva, conatur ab ea recedere per tangentem.

Hujus demonstrationem anticipavimus prop. 26 Sect. 4, quae huc repetatur.

Propositio 5.

Omnis motus curvilineus in plano intelligi potest compositus ex duobus rectilineis, quorum unus sit uniformis vel velocitatis quacunque lege data crescentis aut decrescentis. Pro motu in solido adhiberi possunt rectilinei tres.

Descripta scilicet (fig. 171) in plano linea motus MM, atque inde in angulum rectilineum CMB vel CAB ductis coordinatis MB, MC, intelligi potest mobile M ferri motu composito ex motu regulae mobilis CC incedentis per immotam regulam BB, et motu proprio in regula, motibus ita temperatis, ut dum regula CC absolvit AB (aequalem ipsi MC), mobile M in ea absolvat AC (aequalem ipsi MB).

Si motus CC sit uniformis, et BB gravitatis uniformiter secundum tempora acceleratus, ostendit Galilaeus describi parabolam. Si motus BB uniformiter secundum loca retardetur, ut fit in fictione, velut cum globus movetur super tapete, et interim tabula cum tapete et globo in eo currente uniformiter transferatur, demonstravi ego lineam logarithmicam a globo describi. Sed talia nunc prosequi non est praesentis instituti.

Propositio 6.

Si mobile feratur motu composito ex rectilineis uniformi et alterius legis, describet lineam, in qua ex data progressione abscissarum habetur progressio ordinatarum, ut in dicta lege ex data progressione temporum habetur progressio spatiorum.

Ut si (fig. 171) spatia AB a puncto B percursa crescant Geometrica progressione, dum tempora per rectas AC repraesentata crescant progressione Arithmetica; manifestum est in motu composito lineam MM logarithmicam describente abscissas AC esse ut tempora, ordinatas CM (seu AB) ut spatia a puncto mobili M percursa.

Propositio 7.

Quaevis linea curva motu composito ex duobus vel tribus, circularibus, vel rectis et circularibus describi potest.

Sit (fig. 172) immobile punctum C, circa quod in eodem (si placet) plano moveatur recta rigida CA, describens arcum circuli $_1A_2A$, et interim circa A moveatur recta indefinita AB. Sit linea curva terminata quaecunque $_1M(_2M)$ data, et datum punctum M in recta AB, cujus ab A distantia data AM, modo ea sufficientis sit magnitudinis, ut a quovis puncto circuli AA ad curvam $_1M(_2M)$ pertingere possit. His positis manifestum est, dato quocunque curvae MM puncto ut $(_2M)$ datoque situ rectae CA ut C_2A, posse dari situm ipsius AB, nempe $_2A(_2B)$ talem, ut punctum M cadat in locum assignatum $(_2M)$. Et ita data circulatione ipsius CA circa C, investigari potest, qualis debeat esse circulatio ipsius AB circa A, ut punctum M salva distantia sua ab A describat curvam datam $_1M(_2M)$. Quodsi linea $_1M_2M$ ad infinitam distantiam continuetur, res obtineri non potest, nisi M in recta infinita AB progredi possit. Si curva non sit in plano, tres motus inter se componi possunt, ut si manente motu ipsius AC circa axem CA in plano ad paginam verticali, ut scilicet perveniatur ad punctum in sublimi curvae alicujus datae.

Propositio 8 et Definitio.

Velocitates circulantium sunt in ratione composita vertiginum et radiorum circularium. Vertigo autem est velocitas angulos absolvendi.

Sit (fig. 173) linea infinita ABC ita mota circa punctum immotum A, ut quodvis ejus punctum, ut B vel C, circuli arcum describat, idemque intelligatur in alia recta infinita LMN; erit Vertigo in tota linea infinita, Velocitas scilicet angulum absolvendi. Et posito motu uniformi, erunt vertigines reciproce ut **tempora periodica**; posito autem aequali tempore, quo verbi gr. recta ABC absolvit angulum $_1BA_2B$, et recta LMN angulum $_1ML_2M$, in motu uniformi erunt anguli ut vertigines, seu vertigo rectae ABC ad vertiginem rectae LMN, ut angulus $_1BA_2B$ ad angulum $_1ML_2M$. Hinc cum velocitates aestimentur motu uniformiter continuato per tempora aequalia, vertigines per angulos uniformiter percurrendos aestimabuntur, etsi motus uniformis non sit, eruntque ut anguli

elementares aequalibus temporum elementis percursi. Porro in punctis C et N aeque distantibus a suis centris (si AC sit aequalis ipsi LN) patet, ipsas circulandi velocitates esse ut vertigines; nam arcus aequalium circulorum sunt ut anguli. Jam circulationes punctorum ejusdem rectae sunt ut radii, seu distantiae a centro, verbi gr. velocitas ipsius B est ad velocitatem ipsius C, ut AB ad AC. Hinc jam sequitur, circulationes seu circulandi velocitates esse in ratione composita vertiginum et radiorum. Nam velocitas ipsius B est ad velocitatem ipsius C, ut AB ad AC, et velocitas ipsius C ad volocitatem ipsius N (posito AC et LN esse aequales) est ut vertigo rectae ABC ad vertiginem rectae LMN, et velocitas ipsius N est ad velocitatem ipsius M, ut LN (id est AC) ad LM. Ergo velocitas ipsius B est ad velocitatem ipsius M in ratione composita ex ratione AB ad LM, radiorum et ratione vertiginum.

Propositio 9.

Si eadem recta rigida mobilis simul habeat plures vertigines circa plura centra in ipsamet sumta, assignari in ea potest unum centrum, circa quod revera recta circulatur circulatione una aequivalente pluribus illis compositis.

Ponamus (fig. 174) rectam aliquam rigidam LGABHM eodem tempore impelli normaliter aequalibus nisibus contrariis in eodem plano ab oppositis partibus, ut nisibus ab FG et CH, utique eatenus vertiginem haec recta concipiet circa punctum A medium inter G et H. Si jam eadem praeterea recta impellatur duobus nisibus aequalibus oppositis DE et TV, eatenus vertiginem concipiet circa punctum B medium inter E et V; ajo ex duabus istis circulationibus compositis oriri novam circa punctum aliquod S, et tam gradum vertiginis quam centrum S ex datis assignari posse. Sumatur punctum L in recta; id quatenus conatur circulari, conatur in tangente circuli, id est perpendiculari ad rectam in L. Conatus ergo ambo componentur inter se, ita ut sit conatus compositus ut LP composita ex LN et NP, quae repraesentet conatus componentes, LN conatum circa A, NP conatum circa B, posito (si placet) ambos conatus circulandi tendere ad easdem partes. Idemque sit ab altera parte in puncto M, ut MQR repraesentet conatum compositum ex MQ circa A, et QR circa B. Videamus an inveniri

possit constans punctum L, circa quod circulandi prodeant conatus LP et MR.

Vertigines circa puncta A, B, S designemus per has ipsas literas (A), (B), (S), totidem rectarum vertiginibus proportionalium significatrices. Velocitates autem circulandi circa puncta A, B, S designantur in L per rectas LN, NP, LP; et in M per rectas MQ, QR, MR. Sunt autem per praecedentem velocitates circulandi in ratione composita vertiginum et radiorum, et erit (verbi gr.) LN ad NP, ut LA . (A) ad LB . (B). Itaque sunt rectae LN, NP, LP, ut rectangula, ut LA . (A), LB . (B), LS . (S). Et similiter MQ, QR, MR, ut MA . (A), MB . (B), MS . (S). Jam LP aequal. LN + NP; et MR aequal. MO + QR. Ergo LS . (S) aequal. LA . (A) + LB . (B); et MS . (S) aequal. MA . (A) + MB . (B). Ergo LS + SM (seu LM) in (S) aequal. LA + AM (seu LM) in (A) + LB + BM (seu LM) in (B), id est, fit (S) aequal. (A) + (B), seu vertigo circa S aequatur summae (aut si contrariae sint vertigines componentes, differentiae) vertiginum circa A et B.

Jam si L et A coincidant, itemque M et B, evanescent LA et MB, fietque LB aequal. MA, hoc est AB; itaque cum esset LS . (S) aequal. LA . (A) + LB . (B), et MS . (S) aequal. MA . (A) + MB . (B), fiet inde AS . (S) aequal. AB . (B) et BS . (S) aequal. AB . (A), id est, fiet AS ad BS, ut (B) ad (A), seu ad inveniendum centrum novum S debet esse AS ad BS, ut vertigo circa B ad vertiginem circa A, seu distantiae centrorum A et B a centro novo S reciproce ut vertigines circa praedicta centra.

Cumque tam vertiginem quam centrum independenter a puncto quovis, ut L vel M tandem determinaverimus, patet idem centrum constans S eandemque vertiginem esse pro puncto rectae quovis, adeoque revera rectam circulari circa S vertigine inventa. Hinc patet, etsi recta LM quotcunque habeat simul circulandi conatus circa centra quotcunque, non nisi una circulatione simplice circa unum centrum moveri, cum duae componant novam, et haec cum tertia rursus novam, et ita porro.

Idem longius provehi potest, ut si (fig. 175) in plano duo centra A et B vertiginum componentium non cadant in eandem rectam cum puncto L, quod vertigine composita moveri debet, manifestum est, duos esse nisus puncti mobilis L, unum in recta LK perpendiculari ad AL, alterum in recta LN perpendiculari ad BL, quae sunt inter se ut circulationes; et nisus compositus ex-

hibebitur recta LP aequali ipsam NK bisecante diagonali parallelogrammi completi (per prop. 2), et tunc angulo PLS recto ducta LS secans AB (si opus productam) in S dabit centrum S. Quod et sic determinari poterit, ut S sit unum ex punctis L, sed tale, ut ipsi nisus compositi producant quietem; debet enim S vi circulationum compositarum quiescere, ut fiat centrum reliquorum. Hoc autem fieri non potest, nisi puncta K, L, N cadant in directum, et LN, LK sint aequales atque in contrarias partes. Igitur eadem recta LN vel LK debet esse normalis tam ad AL, quam ad BL, quod fieri non potest, nisi hoc L quod quiescere debet, id est S, cadat in eandem rectam cum ipsis A et B. Rursus ut SN et SK sint aequales, ideo cum sint ut circulationes, id est in ratione composita vertiginum et radiorum, erunt radii seu distantiae ipsorum priorum centrorum A et B a novo centro S reciproce ut vertigines, ut supra. Et quia debent nisus esse contrarii, hinc sequitur, si vertigines datae sint ad partes easdem, cadere S inter A et B; sin ad partes sint contrarias, cadere extra.

Hoc novum componendarum circulationum genus, ita ut centra plura sint in ipso mobili, longe diversum ab eo quod prop. 7 exposuimus, et potius nisuum quam motuum, vel ideo memorabile est, quod ita innumerae circulationes compositae producunt novam, secus ac regulariter fit in prop. 7, et respondet haec compositio conatuum circularium compositioni conatuum rectilineorum, qui quotcunque sint novum conatum rectilineum componunt.

Propositio 10.

Rigidi motus magneticus (id est ubi recta quaevis manet suis vestigiis parallela) est aequidistributus et aequidirectus, et quodlibet punctum describit lineam lineae ab alio quovis puncto eodem tempore descriptae congruentem.

Ut si (fig. 176) terrella Magnetica ABCD moveatur utcunque, veluti (si placet) sic ut centrum ejus E describat lineam circularem circa centrum aliquod F. et interea (ex natura magnetismi) ejus axis BD semper sibi maneat parallelus, adeoque polis suis B et D respiciat easdem plagas, necesse utique est, ut et quaelibet alia recta in terrella ducta maneat suis vestigiis parallela, quoniam rectae eae quae axi BD in rigido ABCD parallelae sunt, semper manent parallelae, ergo et sibi, et quae rectae ad has angulos

quoscunque faciunt, eosdem in rigido retinent, ideoque itidem sibi parallelae manent. Hinc jam necesse est, et lineas a punctis ut E et D simul descriptas, per omnia esse similes et aequales, seu congruas, unde motum quoque in mobili tam aequidirectum quam aequidistributum esse sequitur. Ac proinde posito (exempli causa) centrum terrellae describere lineam circularem, quodlibet punctum terrellae lineam circularem describet.

Hoc ut appareat, sufficit ostendere, si recta aliqua ED suis vestigiis parallela feratur et uno puncto E per aliquam lineam EE incedat, eam quovis alio D lineam DD priori congruam describere. Unde idem de quovis mobilis rigidi puncto sequitur, quod cum alio quovis per rectam connectitur, quae utique suis vestigiis parallela manet. Sit aliquod lineae EE punctum G, et respondens alterius lineae DD punctum H, ita scilicet ut recta ED translata in GD puncto E incidat in G, et puncto D in H. Sunt ergo rectae $_1$ED et GH aequales et parallelae, adeoque in parallelogrammo $_1$EDHG etiam $_1$EG est aequalis ipsi $_1$DH; et eodem modo $_2$EG est aequalis ipsi $_2$DH. Itaque quodvis punctum lineae DD eodem modo a duobus punctis $_1$D, $_2$D in ea sumtis distat, ut quodvis punctum respondens lineae EE a duobus punctis $_1$E, $_2$E, quae tantundem inter se distant, quantum $_1$D et $_2$D, quoniam ob aequales $_1$EG ipsi $_1$DH, et $_2$EG ipsi $_2$DH aequalemque angulum $_1$EG$_2$E angulo $_1$DH$_2$D, erit et recta $_1$E$_2$E rectae $_1$D$_2$D aequalis, itaque congruere possunt puncta $_1$E, $_2$E ipsis $_1$D, $_2$D, et punctum quoque aliud quodcunque ut H puncto respondenti G simul congruere poterit, adeoque linea lineae.

Propositio II.

Si puncta quotcunque moveantur in rectis parallelis etiam centrum gravitatis eorum (nisi quiescat) movebitur in recta ipsius parallela, et si motus punctorum sit praeterea uniformis vel in omnibus proportionaliter acceleratus aut retardatus, tunc etiam motus centri gravitatis erit talis.

Punctum A (fig. 177) feratur in recta AA, et punctum B in recta BB priori parallela; ajo et centrum gravitatis eorum C ferri in recta CC, eaque prioribus perallela.

Ut si eodem tempore respective sint A in $_1$A, $_2$A, $_3$A, et B in $_1$B, $_2$B, $_3$B, et C in $_1$C, $_2$C, $_3$C, sitque AAA et BBB recta, erit et

OCC recta. Patet ex eo, quod recta CC parallela duabus AA et BB secat quascunque rectas AB inter has duas interceptas, ut ${}_1A_1B$, ${}_2A_2B$, ${}_3A_3B$, in eadem ratione data. Ducantur enim per B parallelae inter se BE, hae utique secantur a recta CF in eadem ratione data in F; jam per eandem rectam CF secatur AB in C, ut BE in F; ergo ut omnes BE secantur in eadem ratione in F, ita et omnes AB secantur in eadem ratione in C. Jam centrum gravitatis C secat AB in eadem ratione, cadit ergo in rectam CC parallelam ipsis AA et BB.

Quodsi (fig. 178 et 179) puncta A et B moveantur motu uniformi vel saltem proportionaliter crescente, seu sit ${}_1A_2A$ ad ${}_2A_3A$, ut ${}_1B_2B$ ad ${}_2B_3B$, tunc ductae rectae AB (ut ${}_1A_1B$, ${}_2A_2B$, ${}_3A_3B$) concurrent in puncto G; est igitur et ${}_1C_2C$ ad ${}_2C_3C$, ut ${}_1A_2A$ ad ${}_2A_3A$, vel ut ${}_1B_2B$ ad ${}_2B_3B$, ob triangula similia G_1B_2B, G_1C_2C, G_1A_2A; itemque similia G_2B_3B, G_2C_3C, G_2A_3A. Porro quod de punctis duobus A, B verum est, id verum est de punctis quotcunque ut A, B, D, eodem argumento, si pro duobus A, B centrum commune C substituatur, quod cum moveatur in linea recta ipsis lineis AA, BB parallela (ex demonstratis) et moveatur praeterea punctum novum D in linea recta ipsis parallela utique, centrum gravitatis commune punctorum C et D movebitur in linea recta ipsis parallela, id est centrum commune gravitatis punctorum A, B, C. Et ita porro argumentum producetur ad puncta quotcunque rectas parallelas describentia. Etiamsi quiescat centrum gravitatis, quod fit cum utrinque contrarii punctorum motus compensantur, tamen intelligi potest centrum gravitatis moveri secundum leges propositionis, motu licet inassignabili seu summe tardo, qui quacunque proportione variatus manet inassignabilis. Unde generaliter verum est, punctis motis in rectis parallelis velocitatibus punctorum proportionalibus, etiam centrum gravitatis sic moveri.

Propositio 12.

Si puncta gravitatis quotcunque cujuscunque gravitatis moveantur in rectis parallelis, describetur a centro gravitatis communi recta, quae ducta in pondus aggregatum omnium punctorum aequatur summae ex viis rectis singulorum punctorum in suorum punctorum pondera ductis, si quidem omnia puncta tendant in easdem partes; quodsi aliquod ten-

dat in partes contrarias, ejus via in pondus puncti ducta non addenda, sed detrahenda est. Et si viam puncti in pondus ductam vocemus Progressum, tunc progressus ponderis integri secundum centrum gravitatis generaliter erit summa progressuum punctorum singulorum vel differentia.

Si (fig. 180) duo sint puncta aequalis ponderis A et B, quorum viae rectae ${}_1A{}_2A$, ${}_1B{}_2B$ sint parallelae et in easdem partes, patet viam centri seu puncti medii seu rectam ${}_1C{}_2C$ duplicatam aequari summae ipsarum ${}_1A{}_2A$ et ${}_1B{}_2B$. Nam ducatur ${}_2AD$ parallela ipsi ${}_1A{}_1B$ secans ${}_1C{}_2C$ in E, et ${}_1B{}_2B$ in D, patet ${}_1CE$ (aequalem ipsi ${}_1A{}_2A$ vel ${}_1BD$) duplicatam summae earum aequari et $E{}_2C$ duplicatam aequari residuo ipsius ${}_1B{}_2B$, nempe ipsi $D{}_2B$. Quodsi puncta sint inaequalia, verbi gr. A duplum ponderis ipsius B, idem locum habebit, nam B (C) erit dupla ipsius A (C). Ergo $E{}_2C$ est tertia pars ipsius $D{}_2B$ seu ipsius $D{}_2B$ sumtae semel, et $({}_1C)$ (E) est tertia pars ipsius ${}_1A{}_2A$ sumtae bis (pro ratione ponderis) et ipsius ${}_1B{}_2B$ sumtae semel. Ergo $({}_1C)({}_2C)$ via centri est tertia pars viae ipsius A sumtae bis, et viae ipsius B sumtae semel. Atque idem succedit, quaecunque sit proportio ponderum duorum punctorum. Sed si (fig. 181) motus sit in contrariam partem, ut si motus ipsius A sit ${}_1A{}_2A$, et motus ipsius B contrarius ${}_1B{}_2B$, et ducatur per ${}_2A$ ipsa ${}_2AD$ parallela ipsi ${}_1A{}_1B$, et centri via sit ${}_1C{}_2C$, quae si opus producta occurrat ipsi ${}_2AD$ in E; patet ${}_1CE$ esse tertiam partem duplae ${}_1A{}_2A$ et simplae ${}_1BD$ (cum hae tres rectae sint aequales) et $E{}_2C$ esse tertiam partem ipsius $D{}_2B$ simplae; ergo ${}_1C{}_2C$, id est ${}_1CE$ minus $E{}_2C$, id est tertia pars compositi ex bis ${}_1A{}_2A$ et semel ${}_1BD$ minus tertia parte ipsius $D{}_2B$ seu compositi ex ${}_1BD$ et ${}_1B{}_2B$ est tertia pars ipsius ${}_1A{}_2A$ minus semel ${}_1B{}_2B$. Itaque via contraria tantum subtrahenda est, caeteris ut ante factis. Idem est in aliis proportionibus punctorum A et B quibuscunque, et quod de duobus punctis dictum est, producitur ad puncta quotcunque, si pro duobus centrum substituatur, quod pondere amborum oneratum suo tractu duorum progressibus aequivalet, ut hic ostendimus; unde jam cum tertio prodit via centri novi omnium trium, et ita porro.

Propositio 13.

Si puncta quotcunque moventur motibus aequidirectis, centrum gravitatis commune itidem movebitur motu aequidirecto; et summa progressuum vel (ubi in partes contrarius itur) differentia erit aequalis progressui ponderis totius secundum viam centri gravitatis. Et si praeterea motus punctorum sint uniformes vel saltem inter se proportionales, etiam motus centri gravitatis erit uniformis vel prioribus motibus proportionalis.

Si punctum A (fig. 182) describat lineam quamcunque AA, et B quamcunque BB, ita tamen ut eodem tempore directiones seu linearum tangentes sint parallelae, ut in $_1A$ et $_1B$, in $_2A$ et $_2B$, in $_3A$ et in $_3B$, et ita in caeteris, etiam centrum eorum C lineam describet CC motu aequidirecto, seu ut directiones in $_1C$, $_2C$, $_3C$ sint prioribus respondentibus parallelae. Hoc patet ex praecedenti, si pro lineis curvis polygona adhibeantur minus errore assignato a curvis differentia, ita ut et respondentia latera polygoni sint parallela, et eodem tempore absolvantur.

Propositio 14.

Si mobile quodcunque (rigidum vel fluidum, continuum vel discretum) moveatur motu aequidirecto (hoc est ut omnia puncta eodem tempore directionibus parallelis ferantur), Centrum quoque gravitatis ejus (etiamsi caderet extra mobile) movebitur motu aequidirecto ad priores motus, et factum ex ductu ponderis integri in viam centri erit progressus totius mobilis seu aequabitur summae (vel ubi contraria directio est, differentiae) progressuum punctorum vel partium. Idem est si puncta quaedam vel partes durante tempore nunc quiescant nunc moveantur.

Quoniam scilicet progressum totius intelligimus nihil aliud esse quam summam viarum cujusque puncti in puncta, vel si ea inaequalia sunt, horum pondera ductarum, eodem modo ac explicatum est (in capite de Ductibus) pondus integrum gravis oriri ex punctorum gravitatibus specificis in puncta ordinatim ductis. Huic autem summae productorum ex unaquaque via in sui puncti pon-

dus ducta factorum aequatur factum ex aggregato ponderum in viam centri (per prop. 2). Unde idem de summa omnium punctorum, hoc est extenso quocunque, quod ex punctis, id est partibus quantaevis parvitatis, ut error dato minor fiat, componitur, locum habet.

Idem prodibit, si pro punctis mobilia in globos vel circulos resolvamus continue inscriptos donec residuum sit minus dato, modo progressum globi vel circuli, ita moti ut puncta ejus omnia simul describant rectas aequales et parallelas in easdem partes, aestimemus via unius puncti, velut centri, in molem seu pondus ipsius circuli vel globi ducta, tanquam totum pondus reductum esset in centrum; et ita quod de centris, idem de partibus verum est, et progressum compositi aestimemus summa progressuum quos habent partes. Caeterum quod de motibus rectilineis, idem de aequidirectis etiam curvilineis ostenditur, motus aequidirectos in rectilineos parallelos assignatis minores resolvendo. Quod autem diximus, idem succedere si puncta quaedam vel partes durante tempore nunc quiescant nunc moveantur, ex eo manifestum est, quod pro quiete substitui potest motus, cuivis motui parallelus et proportionalis, sed tantae tarditatis, ut error fiat dato minor. Itaque quiescentia etiam sub ipsis motis comprehendi possunt salva conclusione.

Propositio 15.

Si mobile moveatur motu aequidirecto in easdem partes, et unum punctum non succedat in alterius locum, viae autem punctorum eosdem semper et ubique ad mobile angulos faciant, erit via ipsius mobilis seu figura motu ejus generata aequalis figurae factae ex motu mobilis in viam centri gravitatis eodem angulo ducti. Nihil autem refert, utrum mobile sit rigidum, an flexile aut fluidum, continuum vel discretum. Et idem succedit, si aliqua puncta aut aliquae partes quiescant, aut modo quiescant modo moveantur, dummodo motus sit dictus.

Tale mobile non potest esse solidum. Neque enim hoc moveri potest, quin punctum ejus quodlibet in superficie ipsa non positum, alteri succedat. Erit igitur superficies, vel linea. Et si linea sit, potest resoluta intelligi in latera rectilinea, et superficies

in plana, inscribendo scilicet aut circumscribendo polygona, donec differentia fiat minor assignata. Sufficit autem considerari, quamlibet (fig. 183) rectam AB (vel quodlibet planum ABC), si ita moveatur, ut unum punctum non succedat in locum alterius, et recta a quovis puncto descripta, ut $_1A_2A$, eundem semper angulum faciat ad rectam mobilem AB (vel ad planum ABC) describere parallelogrammum $_1A_2B$ (vel parallelepipedum $_1A_1C_2A$), quod est in ratione composita mobilis rectae (plani) et lineae ab uno puncto verbi gr. centro gravitatis descriptae, seu factum ex mobilis extensione in viam centri. Et ideo si plures sint rectae mobiles vel plura plana, idem semper angulus viae rectilineae cujusque puncti ad suam rectam vel suum planum, tota via vel figura generata erit aggregatum ex his parallelogrammis vel parallelepipedis, id est gregatum (ut ostendimus) ex ductibus rectarum vel planorum in centrorum vias. Jam si omnes motus sint aequidirecti seu paralleli, aggregatum ex progressibus partium seu factis ex ductu partis in viam centri sui aequatur progressui totius, seu toti eodem modo in viam sui centri ducto. Itaque via generata a mobili ex rectis vel planis composito per motum non in se succedentem, eundem angulum ad mobile servantem, quamdiu quodlibet punctum non nisi rectam eamque parallelam lineae alterius puncti describit, aequatur facto ex mobili in eandem rectam secundum eundem angulum ducto, seu facto ex mobili in rectam planumve extenso, in quod recta eodem angulo servato ducatur; sed idem est, si puncta mobilis polygonas lineas vel curvas aequidirecte et eodem semper ad mobile angulo describant. Tantum enim repetitur, quod in rectis ostendimus. Et idem est, si mobile ex rectis planisve compositum in lineam curvam vel superficiem gibbam degeneret quamcunque. Generaliter igitur si mobile feratur motu aequidirecto non in se succedente, et aequiangulo ad mobile et in easdem partes tendente, via generata aequatur facto ex ductu extensionis ipsius mobilis in viam centri gravitatis eodem ducendi angulo servato, idque licet puncta aut aliquae partes subinde quiescant ob rationem adductam in fine demonstrationis praecedentis.

Hujus theorematis casus est regula Pappi vel Guldini. Ut si (fig. 184 et 185) circa axem immotum AB agatur trilineum ABC describens solidum $BA_1C_2C_3CAB$, ejusque centrum gravitatis describat arcum circularem $_1G_2G_3G$; patet solidum generatum factum esse motu trilinei in se non succedente, nullum enim punctum alteri

succedit (ut fieret si trilineum hoc planum per unum idemque planum duceretur), et cujuslibet puncti motum esse aequidirectum, tangentes enim circulorum in locis, ubi puncta sunt eodem tempore, sunt parallelae. Patet et motum esse aequiangulum ad mobile, quilibet enim arcus circuli a quocunque descriptus, id est ejus tangens semper facit ad mobile angulum rectum. Itaque solidum dictum rotatione genitum aequatur facto ex trilineo ABC in viam centri gravitatis, seu in ${}_1G_2G_3G$ normaliter ducto, id est solido cylindriformi, cujus basis est planum trilineum (A)(B)(C) priori aequale, altitudo vero est recta (A)H aequalis arcui ${}_1G_2G_3G$, normaliter ducta in hanc figuram (A)(B)(C) jacentem. Si C fuisset centrum gravitatis non trilinei, sed lineae AC, tunc eodem argumento superficies solidi dicti rotatione hujus lineae genita aequaretur superficiei cylindriformi (A)HK(C) factae ex recta (A)H (id est ${}_1G_2G_3G$ in rectam extensa) normaliter ducta in lineam (A)(C) ipsi AC aequalem. Sed ex nostris demonstrationibus ampliari potest haec doctrina. Exempli causa in plano paginae (fig. 186) evolvatur linea ABE (secundum inventa Hugeniana) seu filum lineae huic rigidae circumplicatum, ita ut pars quaevis AB extendatur in filum BC curvam ABE tangens, pars vero residua BE restet in linea curva; et extremo fili C describatur linea ACF; quaeratur via centri gravitatis Q_2GL. Nempe primum ejus punctum Q est centrum gravitatis fili in primo situ Q, nempe centrum gravitatis curvae ABE; ultimum punctum L est centrum gravitatis fili in ultimo situ, seu cum totum extensum est in rectam EF, cujus in medium punctum cadit, seu L rectam EL bisecat. Sed intermedium aliquod punctum ${}_2G$ sic habebitur in situ fili pro parte extensi ut ${}_2C_2BE$. Sumatur H quod est centrum gravitatis partis non extensae ${}_2BE$, et M quod est centrum seu punctum medium partis extensae seu rectae ${}_2B_2C$; jungatur HM, et secetur in ${}_2G$ sic ut fiat M_2G ad H_2G, ut fili pars seu arcus EB ad fili partem extensam seu rectam ${}_2C_2B$. Hinc data extensione et centris gravitatis arcuum curvae ABE, et data extensione lineae QGL datur area spatii ABEFCA. Et haec ideo succedunt, quia ostendimus regulam de via centri gravitatis succedere, etsi pars mobilis nunc quiescat nunc moveatur, ut hoc loco pars fili nondum evoluta adhuc quiescit. Itaque regulam Guldini a rotationibus ad alia motuum genera produximus.

Propositio 16.

Eadem corporum Phaenomena (seu situs eorum inter se datis temporibus) per varias Hypotheses (seu motuum et quietium ac directionum assignationes) obtineri possunt. Et si phaenomena effici possunt per motus uniformes rectilineos uno modo, poterunt per tales aliis adhuc modis innumeris praestari, cuicunque demum mobili quies vel datus motus rectilineus uniformis assignetur.

Si duo sint puncta A et B, ex ipsis solis utique discerni non potest, utrum quiescat aut dato gradu moveatur. Assumtis pluribus punctis A, B, C, sufficit distantias easdem pro iisdem temporibus aut proportionales servari, ut etiam iidem anguli serventur, quia datis trium quorumque punctorum distantiis triangulum est datum, si in rectam non cadant, adeoque et anguli sunt dati; imo datis saltem iisdem distantiarum proportionibus triangulum specie datum est, adeoque et anguli. Angulis autem eodem modo quoad puncta quaecunque prodeuntibus oculus in aliquo punctorum positus hypotheses discernere non potest, cum nihil aliud observare possit. Idemque est in pluribus quam tribus punctis, quorum configurationes specie determinantur, adeoque et habentur anguli, si triangula inter quaecunque tria puncta specie dentur. Supposito jam esse aliqua puncta inter se situm non mutantia, ut sunt in corporibus durabilibus (veluti coelestibus) extremitates diametrorum, et ex servatis angulis aut mutatis velut ex diametris apparentibus qui sane quantitate angulorum cognoscuntur, distantiarum conservationes mutationesque colligimus, et tunc non tantum specie, sed et magnitudine cognoscimus aspectus sive configurationes. Quodsi igitur saltem hypothesin excogitemus easdem distantias pro iisdem temporibus exhibentem, phaenomenis est satisfactum; idque facile est, cum problema solvi possit: Dato pro arbitrio motu puncti unius, assignare motus punctorum quotcunque tales, ut datis temporum momentis data prodeant phaenomena seu anguli. Quodsi motus sint rectilinei uniformes, etiam distantiae punctorum uniformiter mutabuntur, et celeritates respectivae erunt rectilineae uniformes. Sed et eae variis hypothesibus obtineri possunt, ita ut unicuilibet ex illis assignando quietem (si placet) vel motum datum eadem prodeant. Oculo enim in uno punctorum

posito, caetera omnia velut ipso quiescente moveri videbuntur salvis iisdem phaenomenis. Quod ut appareat distinctius, considerandum est, omnem motum concipi posse ut compositum ex parallelis ad datas rectas, duas quidem in plano, tres autem in solido, ita ut composito existente uniformi et componentes uniformes esse possint, et si quidem in pluribus motibus inter se collatis secundum componentes parallelos ad eandem rectam discerni hypotheses non possunt, omnino discerni non posse, quia ipsi motus per parallelos componentes determinantur. Et quoniam jam ostendimus, si tria quaevis puncta servant eadem phaenomena, inter se servari phaenomena omnia, superest tantum ut ostendamus, in tribus motibus uniformibus parallelis phaenomena discerni non posse.

Sint (fig. 187) trium punctorum A, B, C motus paralleli AA, BB, CC, et in rectam AA ex punctis B, C agantur normales β, K, junganturque AB, AC; ajo quocunque motu uniformi assignato ipsi puncto A, assignari etiam posse motus uniformes competentes punctis B et C, ut eadem phaenomena prodeant. Nam qui motus assignantur punctis β et K, assignabuntur et punctis A et B; jam manifestum est, utcunque moveatur aut quiescat punctum A, tales motus uniformes assignari posse punctis β et K, in eadem recta positis, ut eaedem prodeant celeritates respectivae seu distantiarum variationes uniformes. Et proinde pro eodem temporis momento eaedem prodibunt magnitudines rectarum $A\beta$, AK, βK, ut pro uno momento $_{1}A_{1}\beta$, $_{1}A_{1}K$, $_{1}\beta_{1}K$; et pro alio momento $_{2}A_{2}\beta$, $_{2}A_{2}K$, $_{2}\beta_{2}K$. Eadem ergo (quacunque facta hypothesi) dato momento prodeunte magnitudine rectae $_{2}A_{2}\beta$, et manente semper ob parallelismum recta $B_{2}\beta$, idem prodibit angulus $_{2}B_{2}A_{1}A$, et similiter angulus $_{2}C_{2}A_{1}A$; ergo (ob eandem quoque semper manentem distantiam inter rectas BB, CC) idem quoque prodibit angulus $_{2}B_{2}A_{2}B$ pro dato momento; adeoque semper prodeuntibus iisdem angulis pro eodem tempore eadem prodeunt phaenomena. Idemque est, si puncto A pro motu quies assignetur. Quod autem de puncto A ostendimus, de alio quocunque valet, et quod de tribus quibuscunque, utique de omnibus; et quod de omnibus punctis, etiam de situ ipsorum mobilium verum est. Itaque nihil prohibet, quamcunque hypothesium veram esse, si nihil aliud quam Mathematicam possibilitatem desideremus. Intelligimus scilicet quod in motu pure mathematicum est solumque agnosci potest, situs nempe et eorum mutationes. Sed pars physica, causae agendi sci-

licet et virium subjecta, et aptae rationibus reddendis explicationes alterius sunt considerationis. An autem eadem quoque phaenomena serventur pro quacunque hypothesi facta, quando corpora concurrunt inter se, infra dicemus. Porro si plures essent hypotheses, et secundum unam corpora moveantur uniformiter, secundum aliam secus, nec adsint externae causae, praeferenda est hypothesis motus uniformis, quia omnis motus per se est talis. Igitur hic quoque talis erit, ubi causae mutantes absunt. Interim in rectilineis motus uniformes plures idem praestare possunt, quodcunque demum subjectum quieti aut motui dato assignetur.

Propositio 17.

Si puncta quotcunque moveantur in lineis rectis, etiam centrum gravitatis earum movebitur in linea recta; et si motus punctorum sint uniformes vel saltem proportionales inter se, etiam motus centri gravitatis erit uniformis vel saltem prioribus proportionalis.

Sint (fig. 188) primum puncta duo, unum A percurrens rectam $_1A_2A$, alterum B percurrens rectam $_1B_2B$, sintque motus proportionales, id est eadem sit proportio linearum eodem tempore seu simul absolutarum; dico, et centrum gravitatis C etiam percurrere rectam $_1C_2C$, eamque motu etiam prioribus proportionali. Ducatur $_1BD$ parallela ipsi $_1A_2A$, in quam ex $_2B$ perpendicularis agatur $_2BD$, et per $_2A$ ducatur quantumlibet parva $_2AF$ parallela ipsi $_2BD$. Si poneretur A moveri recta $_1AF$ motu ad ipsius B motum proportionali, utique ferretur motibus $_1A_2A$ et $_2AF$ proportionalibus inter se et cum motu ipsius B. Moverentur ergo puncta A et B (per prop. 2) motibus compositis, illud ex $_1A_2A$ et $_2AF$, hoc ex $_1BD$ et DN, qui omnes sunt inter se seu ipsi $_1A_2A$ proportionales. Dum igitur puncta A et B moventur motibus rectilineis parallelis et proportionalibus $_1A_2A$ et $_1BD$, utique et centrum gravitatis C feretur motu rectilineo ipsis parallelo et ad ipsum $_1A_2A$ proportionali in $_1CE$ aut parallelis; seu promovebitur ad partes quas postulat directio ipsi $_1A_2A$ parallela secundum rectae alicujus CE magnitudinem (per prop. 11). Et similiter dum puncta A et B moventur motibus rectilineis $_2AF$ et DE, etiam centrum gravitatis C feretur motu rectilineo ipsis parallelo, et ipsi D_2B, adeoque et ipsi $_1A_2A$ proportionali E_2C; seu promovebitur in par-

tes quas postulat directio ipsi D_2B parallela secundum alicujus ${}_1CG$ vel E_2C magnitudinem (per dict. prop, 11). Cum ergo centrum gravitatis ${}_1C$ feratur motibus rectis ipsis ${}_1A_2A$ adeoque inter se proportionalibus, compositis uno ${}_1CE$, et altero ${}_1CG$ vel E_2C, feretur utique motu recto ipsi ${}_1A_2A$ proportionali (per dict. prop. 2). Idemque est, quantulacunque sit parvitas ipsius ${}_1AF$, adeoque idem est, licet ea plane evanescat, mobileque A feratur non nisi motu ${}_1A_2A$, ut erat propositum. Sunt autem motus ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ assumti quicunque rectilinei inter se proportionales (etiam in diversis utcunque planis). Itaque habemus generaliter demonstratam propositionem in punctis duobus. Sed quod de duobus ostensum est, ad tria producitur et alia quotcunque, si pro motu duorum assumamus motum centri, et huic novum tertii puncti motum adjungamus; motus enim centri horum duorum erit motus centri omnium trium. Quare generaliter in punctis quotcunque habetur propositum.

Propositio 18.

Si conatuum quantitates et directiones exprimantur per rectas a puncto conante eductas usque ad puncta quaedam terminantia, conatus compositus exprimetur recta a puncto conante ad punctorum terminantium commune centrum gravitatis ducta, sed multiplice per numerum punctorum.

Sint (fig. 189) puncti A conatus quotcunque, ut rectae AB, AC, AD, et punctorum B, C, D centrum gravitatis sit G; aio conatum compositum esse ut rectam AGH, quae sit ad AG, ut numerus punctorum B, C, D ad unitatem. Nam ducto angulo recto EAF, patet conatus AB componi ex AL et AM, et AC ex AN et AP, et AD ex AQ et AR, et AG ex AS et AT. Conatus autem compositi AQ, AN, AL dant conatum AQ + AN + AL. Jam AS est media Arithmetica inter AQ, AN, AL, quia distantia centri gravitatis G ab axe AF ducta in numerum punctorum, quae hoc loco pondera aequalia intelliguntur, aequatur summae distantiarum singulorum punctorum ab axe. Itaque conatus AS ductus in numerum punctorum dat conatum AQ + AN + AL. Eodem modo conatus AT ductus in numerum punctorum dat conatum AM + AP + AR. Ergo conatus AS cum conatu AT, id est conatus AG ductus in numerum punctorum, id est conatus AH aequatur conatibus AQ, AN, AL, AM, AP, AR, id est conatibus AB, AC, AD simul sumtis. Simile argumentum in solido institui potest, ubi

unus conatus potest resolvi in tres ad tria plana angulum rectum (si placet) comprehendentia et in A concurrentia normales.

Propositio 19.

Si puncta conatuum ejusdem puncti infinitorum repraesentatrices rectas terminantia cadant in quendam locum extensum, tunc directio conatus inde compositi tendet ad centrum gravitatis loci, magnitudines vero talium conatuum erunt in ratione composita distantiarum centri gravitatis cujusque loci a punctis conantibus et magnitudinum cujusque loci.

Sint (fig. 190) puncta conantia A et L, et punctum A tendat conantibus infinitis AB seu tendat ad unumquodque ex punctis B lineae BB, in ratione cujusque rectae AB, similiterque tendat L conatibus omnibus LM; sit loci BB centrum gravitatis C, et loci MM centrum gravitatis G; dico punctum A revera tendere versus C, et punctum L versus G, sed nisum aut conatum ipsius A fore ad nisum aut conatum ipsius L in ratione composita AC ad LG et loci $_1B_4B$ ad locum $_1M_4M$. Nam si sit (fig. 191) recta fracta DEFH polygona aequalium laterum, idem est centrum gravitatis hujus lineae, quod est punctorum mediorum cujusque lateris, nempe P, Q, R, idemque verum est, numerum utcunque multiplicando, donec polygona abeat in curvam. Unde quae demonstravimus in praecedenti de centro gravitatis punctorum, habent locum in centro gravitatis ipsius lineae; eademque et ad polyedram superficiem, imo et ad locum solidum produci possunt, si scilicet hedrae aequales in superficie, aut cubi aequales in solido assumantur, pro quibus deinde eorum puncta media seu centra gravitatis substitui possunt.

SECTIO TERTIA.

DE CONCURSU CORPORUM.

Propositio 1.

Si corpora quotcunque concurrant quomodocunque, aequalis semper manet potentia absoluta.

hoc est, summa factorum ex ponderibus seu materiae quantitatibus cujusque corporis in altitudines ductis, ad quas vi suarum celeritatum ascendere possunt, seu factum ex pondere sive quantitate materiae omnium simul sumtorum ducta in altitudinem centri gravitatis communis, ad quam id vi celeritatum praesentium in corporibus existentium ascendere posset.

De summa factorum ex pondere seu mole in altitudines jam constat ex demonstratis capite de Causa et Effectu. Nam per prop. 7 dicti cap. eadem manet potentia in corporibus, quae sola invicem agunt. Potentiae autem sunt in ratione composita ex simplice ponderum et duplicata velocitatum, seu ex composita ponderum et dictarum altitudinum (per prop. 15 ibid.). Porro eadem est quantitas summae ex ascensibus in corpora singula ductis, et facti ex ascensu centri gravitatis in summam corporum per prop. 14 cap. 2 Sect. 1 Part. II, quia altitudines intelliguntur perpendiculares adeoque inter se parallelae. Abstrahitur autem animus ab eo, quod fieret si durante concursu accederet actio gravitatis vel alia quaecunque praeter jam conceptam a corporibus seu praeter eam quam habent in ipso concursu.

Propositio 2.

Si Elastrum, quatenus se restituit, in duo corpora agat, imprimet illis conatus corporibus reciproce proportionales.

Sint (fig. 192) duo corpora A et B connexa per Elastrum, quod se restituens in ipsa agat; veluti si sit compressum ea a se invicem repellendo, vel si sit distensum ea ad se invicem attrahendo; ajo celeritates quas accipiunt corpora, esse corporibus reciproce proportionales. Ponantur enim corpora esse pondera eo ipso dum ab Elastro moventur elevanda, ut si ponantur esse horizonte et suspensa a funibus perpendicularibus aequalibus ex C et D; manifestum est magis resistere, quod magis quam reciproca ad pondus ratione elevatur. Itaque conatus quos a corporibus accipiunt, corporibus reciprocos esse necesse est (per prop. 16 cap. de causa et effectu). Cumque id continuata restitutione semper contingat, etiam impetus vivi ex conatibus repetitis semper pro-

portionalibus conflati seu impressae tandem celeritates erunt corporibus reciproce proportionales, prorsus ut prop. 41 cap. de causa et effectu Sect. 4.

Propositio 3.

Iisdem positis, etiamsi plura duobus sint corpora, succedet quod propositione praecedenti diximus, aggregatum ex quibusdam simul sumtis pro uno corpore sumendo, et elevationem centri componentium pro elevatione ipsius aggregati. Itaque generaliter centrum gravitatis unius vel aggregati plurium accipiet celeritatem, quae sit ad celeritatem quam accipit centrum gravitatis reliquorum, reciproce ut pondera corporum quorum ea sunt centra gravitatis.

Ostenditur ut praecedens. Si corpora ex filis perpendicularibus suspensa intelligantur, distribuendo enim omnia corpora in duo aggregata et unumquodque aggregatum concipiendo ut unum corpus habens centrum gravitatis (veluti si per lineas rigidas connecti intelligantur), fieri non potest, ut centra magis quam reciproce pro ponderibus eleventur, cum illud pondus quod plus elevari debet, magis resistat; pondera autem velut in centra gravitatis redacta intelligi possint eadem potentia manente (per prop. 3 cap. 1 Sect. 1 Part. II).

Plura corpora simul ab uno eodemque Elastro se restituente impellentur, si aër compressus plura ostia a corporibus totidem obstructa inveniens corpora simul omnia propellat. Idemque continget in tormenti repulsa, dum emittitur globus. Et vis haec est alternativa, ita ut si unum non possit cedere, reliqua recipiant vim totam.

Propositio 4.

Si duo globi gemelli (hoc est aequales et per omnia similes) sibi occurrant in recta per amborum centra transeunte, et partes eorum post ictum quiescant ut ante; ambo regredientur ea qua venere velocitate et contraria directione in eadem recta. (fig. 193).

Cum enim post concursum nec progredi possint (alioqui se penetrarent), nec flectere in latus, cum nulla sit ratio in quam po-

tius partem flecti debeant, nec quiescere, alioqui effectus foret debilior causa, tanta quippe vi perdita, nisi scilicet eam transtulerint in partes, quod est contra hypothesin; regredi igitur debent, et ita quidem, ut in summa sit eadem vis quae ante. Sed cum nulla sit ratio cur unum plus virium altero accipiat, utrumque accipiet vim dimidiam. Et initio etiam unumquodque habebat dimidiam. Ergo eandem accipiet vim quam habebat ante. Sed idem corpus eandem accipiens vim quam habuit ante, etiam eandem accipit celeritatem. Igitur constat propositum.

Propositio 5.

Nulla dantur corpora perfecte inflexibilia.

Ponantur enim dari, itaque poterunt dari duo tales globi, iique concurrentes, ut in prop. praecedenti. Sed ita (fig. 193) globus in loco $_2A$ positus a conatu pergendi in directione, ut $_1A_2A$, transibit ad conatum contrarium $_2A_3A$, idque momento, quod est absurdum. Omnis enim mutatio fit per intermedia. Itaque in tali concursu cedere in partibus suis seu flecti corpora necesse est, ut paulatim deveniant ad quietem, et deinde Elastro se restituente motum contrarium priori recipiunt per gradus. Idem sic quoque ostenditur, quod necesse est in corporibus concurrentibus aliquando mutari velocitates, idque fieret in momento concursus, si corpora essent perfecte rigida. Sed nulla potest esse in Natura mutatio momentanea assignabilis sive notabilis, et proinde ab uno velocitatis gradu ad alium nisi per intermedios transiri non potest.

Hinc intelligitur, Atomos Naturae legibus consentaneos non esse. Caeterum quando nos corpora rigida adhibemus, ea intelligimus, quae flexilia sunt quidem, sed summa promtitudine se restituunt. Principium autem generale, quod mutationes vel transitus non fiant per saltus sive temporis sive aliorum determinantium respectu, maximi in Mathesi et Natura momenti est. Usi jam eo sumus in prop. 38 cap. de causa et effectu, et alibi ope ejus methodum ostendimus a posteriori opiniones non bene concinnatas dignoscendi. Videantur Novellae literariae Batavae anni 1687 mense Julio.

Propositio 6.

Corpora non agunt immediate in se invicem motibus suis, nec immediate moventur, nisi per sua Elastra.

Cum omnia corpora sint flexilia (per praecedentem) et facilius sit corpus utcunque firmum flectere nonnihil, quam ei impetum dare vel adimere (per prop. 30 cap. de causa et effectu); itaque corpus flectetur prius nonnihil, quam ullum determinatum velocitatis gradum vel impetum accipere possit ab alio, vel ejus actione amittere. Cumque eadem ratio semper subsistat, et flexu licet facto rursus novus flexus facilior sit quam impulsus, quo semper determinatae est velocitatis, ejus scilicet minimum quae est impellentis; unde semper assumi potest flexus minor, donec plane vis impellendi consumatur. Nunquam igitur corpus, nisi flectetur ab alio, impelletur autem non nisi ab Elastro suo restituente, quod statim incipit agere ad corpora invicem dimovenda.

Quod corpora prius flectantur quam impellantur, discimus etiam experimentis. Hinc si magna sit ictus velocitas, potius frangentur, quam movebuntur, ut videmus ictu glandis plumbeae ex pyrio sclopeto potius perforari januam paulum apertam quam claudi. Etsi enim alioqui majore vi sit opus ad perforandum quam claudendum, hic tamen majore vi opus fuisset ad subito claudendum, quam subito perforandum requirebatur. Hinc patet etiam, corpus unum semet vi elastri sui seu motus intestini ab alio repellere seu dimovere, ut qui intra navem sunt eam conto a ripa repellunt. Ex hujus autem propositionis demonstratione attente considerata poterunt paradoxa elici, unde apparebit naturam corporis et motus longe aliam esse, quam credi solet. Sed ab iis nunc abstineo.

Propositio 7.

Si duo corpora in se invicem agant, eadem est vis agendi respectiva seu (in casu concurrendi) vis ictus, in quocunque demum corpore sit motus, modo eadem sit vis intendendi elastrum, seu celeritas mutandi distantiam corporum, quam voco respectivam. Et aequalis est actio et passio utriusque invicem exercita. Idemque ad plura corpora porrigitur ad modum propositionis 3.

Nam (fig. 194) Elastrum, quo mediante corpus A agit in B vel contra, eodem modo intenditur, posita aequali celeritate respectiva, appropinquandi scilicet aut recedendi, quibus verbi gr. linea elastica AB distenditur aut coarctatur. Actio autem corporis in corpus non est nisi per Elastrum (ex prop. 6), et Elastrum aequaliter agit in ambo corpora simul, vires ipsis imprimens aequales respectivas (per prop. 2 hic; adde prop. 41 Sect. 4). Itaque ambo aequaliter patiuntur, adeoque (cum non nisi a se invicem licet mediante Elastro patiuntur) et aequaliter invicem agunt. Atque idem est intelligendum de concursu corporum immediato, ubi Elastrum est in partibus ipsorum.

Propositio 8.

Duo corpora directe concurrentia velocitatibus quae sint corporibus reciproce proportionales, tota vi sua invicem agunt, et qua velocitate venere reflectuntur, si modo satis elastica sint, nec vis ictus a partibus ipsius corporis absorbeatur.

Sistunt enim se mutuo (per prop. 41 Sect. 4). Itaque tota vis qua agunt ab ipsis amissa transfertur in eorum Elastrum, quippe cum (per prop. 6 hic) non nisi ab Elastro in contrarias partes agi possint, progredi autem vel deflectere nequeant. Accipiunt autem velocitates reciproce proportionales (per prop. 2 hic) adeoque (cum summa eandem vim dare debeat per prop. 1 hic) priores.

Propositio 9.

Vis respectiva qua duo corpora possunt agere in se invicem, est ea pars vis absolutae, quae habetur corporibus velocitates tribuendo ipsis corporibus reciproce proportionales et tantas, ut inde sequatur eadem celeritas respectiva, quam nunc ob concursum praesentem habent.

Ponamus (fig. 195) distantiam corporum fuisse ${}_1A_1B$, et deinde esse ${}_2A_2B$, et ita ista mutatione intensum esse Elastrum CD, quo mediante corpora invicem agunt. Jam si esset celeritas ${}_1A_2A$ ad celeritatem ${}_1B_2B$, ut B ad A, corporum hos motus habentium vis absoluta aequaretur vi eorum respectivae (per prop. 8). Et vis respectiva corporum sic motorum aequatur vi respectivae eorundem motu aliter utcunque distributo motorum, dummodo eadem

maneat celeritas respectiva accedendi ad se invicem, seu eadem differentia inter ${}_1A_1B$ et ${}_2A_2B$ (per prop. 7). Ergo vis absoluta dicta aequatur respectivae propositae.

Propositio 10.

Vis agendi corporum respectiva per eorum actionem in se invicem non mutat quantitatem, nec inde mutatur celeritas respectiva, modo corpora non nisi invicem agant et patiantur, nec portio virium ab eorum partibus retineatur. Quae autem de duobus corporibus dicta sunt, ad plura producuntur in modum propositionis 3 vel 7.

Nam vis agendi respectiva translata est in Elastrum (per quod solum corpus agit in corpus prop. 6), et cum ea vis non absorbeatur vel a tertio aliquo corpore vel a partibus corporum (ex hypothesi), corporibus redditur ab Elastro. Jam si eadem maneat vis respectiva, necesse est, ut eadem quoque maneat celeritas respectiva, alioqui corpora eandem in se agendi vim respectivam non haberent, si forte denuo concurrerent aut in se agerent (per prop. 7). Idem sic intelligitur: Celeritas respectiva eadem eandem facit Elastri intensionem. Elastri autem seu ictus vis est tanta, quanta corporum amborum celeritatibus reciproce proportionalibus eandem respectivam efficientibus latorum (per prop. 9). Haec ergo vis ablata est, et periret nisi redderetur corporibus. Sed ex hypothesi non absorbetur a partibus aut causa externa; ergo tota redditur. Quod quomodo fiat, ita distincte cognoscemus. Dum (fig. 196) A et B concurrunt celeritatibus ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$, et ex ${}_1A_1B$ transeunt in ${}_2A_2B$, secemus rectam ${}_1A_1B$ in puncto C sic, ut sit AC ad BC, ut B ad A; erit vis ictus perinde ac si concurrissent A celeritate ${}_1A_1C$, et B celeritate ${}_1B_1C$ (per prop. 9). Haec vis absoluta, quam componerent, si duo motus detrahantur a vi absoluta totali, residua vi iret totum compositum simul. Utique enim vis residua est in ipso composito sublata vi ictus, alioquin aliquid de tota vi periret contra prop. 1. Totum autem compositum iret simul, si corpora a se invicem per restitutionem Elastri non iterum repellerentur; nam quamdiu adhuc corpora se urgent, nondum totam vim ictus in Elastrum transtulere (vid. demonstr. prop. 6), eo vero momento quo se urgere desinunt, manent simul (perdito conatu magis appropinquandi seu celeritate respectiva)

nisi quid novum superveniat, quod est restitutio Elastri. Jam si Elastrum motu communi cum corporibus feratur, ea a se invicem dirimet eodem modo ac si motus ille communis abesset (ut in prop. 2), celeritate scilicet reciproce proportionali singulorum tanta, quantam vis Elastri et magnitudo corporum, id est vis respectiva prior nempe Elastro impressa postulat. Necesse est ergo eandem corporibus dari celeritatem recedendi, quae prius appropinquandi fuit, seu A abscedere a concursu celeritate ut ${}_1A_1C$, et B celeritate ut ${}_1B_1C$, adeoque eandem esse quae ante celeritatem respectivam. Celeritas autem communis, qua itura essent si abesset restitutio, ea foret, quae ante concursum fuit centri gravitatis, nempe ${}_1C_2C$, ut mox apparebit.

Si tamen corpora non satis elastica sint, et ita partes compressae vim absorbeant nec prorsus restituant corporibus, tantundem decidit potentiae respectivae, et proinde si corpora ex materia quadam molli et tenui constent, ita ut post ictum cohaereant, perit vis respectiva, et restat solummodo vis progressiva totius, de quo jam. Quodsi materia non satis perfecte elastica sit, ut lignum, pars vis respectivae seu potentiae ictus absorbebitur a partibus ligni, pars reddetur corporibus totis, in quantum a se invicem ob ictum reflectuntur.

Propositio 11.

Potentia absoluta aggregati plurium corporum ex motu eorum orta componitur ex vi eorum respectiva agendi in se invicem, et vi progressiva (agendi in tertium) per modum unius seu vi directionis.

Sint corpora quotcunque in motu vel quiete posita, et ponantur subito connecti a lineis rigidis vel elasticis si placet (quod vim nec auget nec minuit, cum thema hoc per se non sit activum), et omnis vis quae est in corporibus recedendi a se invicem vel accedendi, hoc est vis respectiva a lineis rigidis vel elasticis sustinebitur, et in elastrum vel vinculum qualecunque transferetur. Et haec vis ab Elastro aut firmitate vinculorum recepta, a tota potentia praesentis thematis, quippe permanente (per prop. 1), detracta relinquet potentiam, qua corpus totum unitum, ex corporibus pluribus datis compositum, progredi conabitur.

Propositio 12.

Non mutatur per concursum vis progressiva seu vis directionis in summa quae est composita ex pluribus corporibus, sed eadem est ante et post concursum, et proinde in per se libere motis, eademque quantitas non quidem motus, sed tamen progressus secundum quascunque parallelas, eademque celeritas centri gravitatis totius compositi remanebit. Nec refert, corpora sint mollia an dura seu perfecte elastica.

Nam potentia absoluta semper manet eadem (per prop. 1) et componitur ex vi respectiva seu ictus, et progressiva seu directionis totalis (per prop. 11); manet autem eadem vis respectiva sive in corporibus sive in eorum partibus absorbentibus (per prop. 1); ergo et vis directionis totalis eadem manet. Porro cum eadem maneat vis progrediendi, ut ostendimus, ea scilicet quae vi respectiva adempta, seu massa in unum rigidum congelascente, superesset, utique eadem quoque manet celeritas progrediendi, nam eadem vi in eodem corpore manente, eadem manet celeritas. Itaque et eadem quantitas progressus seu factum ex celeritate progrediendi in totam corporis molem seu pondus, si scilicet celeritas illa seu progrediendi impetus exitum sortiatur, quod fit si scilicet libere et per se moveantur corpora, alioqui stabit ea celeritas intra conatum, ut si centro immobili inter circulandum corpora retineantur, ne directionem quam secundum tangentes habent, prosequi possint; quamquam haec impedimenta non revera, sed in speciem tantum contingere inferius ostendemus, cum nullus conatus destruatur, sed tantum aliis componatur. Porro si corpora per se libere moveantur, seu vi sui impetus pristini ac secundum suam directionem, movebuntur linea recta ac motu uniformi. Et proinde tunc centrum gravitatis eadem semper celeritate ibit in eadem recta ad easdem partes. Nam intelligantur exstingui corporum vires respectivae, quod fieri potest, si intelligamus corpori cuilibet celeritatem respectivam aequalem et contrariam priori (recedendi si accesserat, et contra) et corporibus sese respicientibus reciproce proportionalem esse additam; ita enim exstinguitur ille motus, qui ut prop. 9 ostendimus vim respectivam constituit, quippe unus contrario aequali compensatus; tunc igitur tota massa cessante mutatione distantiae inter partes massae movebitur per motum unius

rigidi motu rectilineo aequidistributo; adeoque centrum gravitatis uniformiter et directe progredietur. Utor autem hic potius hypothesi motus compensati quam connexionis in rigidum, ne in casu obrigescentiae progressio pro parte in circulationem convertatur, quae rectilinea manebit, si motibus uniformibus rectilineis jam existentibus (ex hypothesi) nihil aliud quam conatus compensantes rectilinei addantur per prop. 3 cap. 2 Sect. 1 Part. II. Porro ante hanc innovationem, quae distantiarum mutationem sustulit, totius massae centrum gravitatis eodem ut nunc modo movebatur, quod inde ostendo, quia duorum quorumlibet corporum centrum eodem modo movebatur ut nunc. Ergo et centrum gravitatis totius aggregati. De centro autem duorum quorumlibet res sic patet, quia sive corpora a se non recedant sive recedant celeritatibus reciproce proportionalibus ad corpora, eodem loco manet centrum gravitatis. Hinc ergo denuo demonstratum habemus (quod supra cap. de directione prop. 11 primum in parallelis ostenderamus, et prop. 17 cap. ejusdem ex solis considerationibus Geometriae in libero corporum non concurrentium motu eruimus), punctorum quotcunque adeoque et corporum lineas rectas motu uniformi describentium centrum gravitatis in linea recta motu uniformi progredi, et quidem eadem celeritate, qua tota massa sublata vi respectiva progredi debet. Quae celeritas habetur, vim respectivam (ex prop. 9 determinandam in singulis corporibus, adeoque et in toto) detrahendo a vi totius absoluta (per prop. 11), restabit vis progressionis, unde ex data massa corporis habetur et celeritas progressionis hujus massae. Caeterum hic progressus centri gravitatis totalis non mutatur a corporum concursu, quia ipsorum concurrentium (in quibus mutatio ista credi posset) centrum gravitatis a concursu non mutatur, in quantum enim in se invicem agunt, agunt per Elastrum (prop. 6), quod celeritatem respectivam (veluti velocitatem a se invicem recedendi) inter ipsa distribuit proportione corporibus reciproce proportionali (per prop. 2 et 3 hic); at quae ad se accedunt vel a se recedunt celeritate reciproce proportionali, ex hoc locum centri gravitatis non mutant, quippe quod etiam corporum distantiam in partes secat, corporibus ad quos pertinent reciproce proportionales. In universum igitur, corporum per se (seu vi pristina retenta) et libere (sine retinaculo) adeoque lineis rectis et motu uniformi motorum centrum commune gravitatis uniformiter pergit in recta ad

easdem partes, sive corpora haec inter se concurrant, sive non. Idemque est, si motus esset proportionaliter crescens. Porro centro gravitatis directe et uniformiter progrediente, etiam corporum per se libere motorum, quorum hoc est centrum, quantitas progressus in easdem partes in iisdem parallelis manebit idem. Nam (fig. 197) assumta recta quacunque LM, positoque puncta mobilia A, B, C progredi in rectis motu uniformi ${}_1A_2A$, ${}_1C_2C$, ${}_1B_2B$, itaque etiam secundum parallelas huic rectae uniformiter progredientur celeritatibus quae repraesentabuntur rectis ${}_1\alpha_2\alpha$, ${}_1x_2x$, ${}_1\beta_2\beta$, posito normales vel inter se parallelas ex dictis locis punctorum A, B, C in rectam LM esse ductas. Sed in motibus parallelis punctorum quibuscunque factum ex via centri gravitatis ut ${}_1x_2x$ in pondera punctorum A, B, seu in rectas AC+CB aequatur summae vel, si contrarii sint motus, differentiae facti ex pondere A ducto in suam viam ${}_1\alpha_2\alpha$, et ex pondere B ducto in suam ${}_1\beta_2\beta$, hoc est, quantitati progressus in summa (ut ostendimus prop. 12 cap. 2 sect. 1 Part. II.), et quod de punctis duobus, id de quibuscunque verum esse ostendimus, adeoque et de mobilibus quibuscunque quae per puncta constituuntur, seu nihil aliud sunt quam summae punctorum, hoc est corporum sufficientis ad evitandum errorem date minorem parvitatis. Sed aliter quoque ostendi potest, quod de punctis, idem de mobilibus quibuscunque verum esse, quorum puncta moventur motu rectilineo aequidistributo, ut hoc loco singula corpora moveri supponimus. Fit enim progressus corporis talis ex facto viae unius alicujus puncti in corporis pondus ductae, perinde ac si totum pondus in unum ex punctis (ex. gr. in centrum) esset redactum. Cum igitur assumtis parallelis ad rectam datam LM eadem sit quantitas summae progressus et facti ex progressu centri gravitatis totalis in summa corporum, progressus autem centri gravitatis ${}_1C_2C$ in easdem partes semper aequalis sit celeritatis, adeoque respectu ad parallelas rectae LM, ita ut progressus quoque ${}_1x_2x$ semper aequalis sit celeritatis; utique et summa totalis progressus in easdem partes (detractis scilicet progressibus contrariis si qui sunt per dict. prop. 12) secundum parallelas quascunque idem manebit.

Haec autem vera esse patet etiam, si per mollitiem corporum concurrentium pars ictus absorbeatur, translata in concurrentium partes insensibiles, quoniam vis directionis totalis a vi ictus nullo modo pendet, nec per eam alteratur. Unde fit ut haec re-

guta etiam sic satis vera reperiatur in corporibus sensibilibus, quae libere satis moventur, uti in pendulis observari potest, etsi pars potentiae respectivae in concursu pereat, et eatenus in praxi summa totius potentiae absolutae non conservetur. Detrimentum tamen ipsum factis aliqupt experimentis in datae speciei materia ad calculum revocari, et inde in reliquis ejusdem materiae praedici potest. Quodsi corpora per concursum cohaerescant, soli potentiae directricis conservationi locus erit, vi ictus amissa.

Caeterum observare operae pretium est, quod in vi respectiva conservetur quantitas motus, itemque in vi directiva quantitas progressus, seu factum ex pondere in velocitatem, etsi alioqui potentiis conservatis celeritates non conserventur, ut prop. 40 cap. de Causa et Effectu ostendimus. Cujus rei ratio est, quod hic eadem quoque manet quantitas materiae. Sed eo ipso potentiae sunt, in ratione composita corporum et quadratorum celeritatum, manente quantitate materiae, necesse est idem manere quadratum celeritatis, adeoque et ipsam celeritatem eandem. Manere autem semper eandem quantitatem, in quam duci debet potentia tam in vi ictus, quam in vi directrice, manifestum est. Nam in vi ictus seu respectiva eadem manet vis respectiva in quolibet corpore respectu cujusque alterius, quae est media vis ictus totalis, qui ab ipsis fieri invicem potest, adeoque eadem quoque manet ejusdem corporis respectiva celeritas, licet contrariam directionem recipiat. In quantitate progressus quoque eadem manet quantitas materiae, nempe totius corporum aggregati, ac proinde eadem vi progressiva seu directrice manente, etiam celeritas centri gravitatis seu progressus totius manet. Sed non ideo eadem manet quantitas motus in summa, quia progressus totalis invenitur detrahendo sibi progressus contrarios; unde eatenus compensando quantitas motus ex parte perit. Ex quo nascitur propositio sequens 13.

Propositio 13.

Tum demum eadem manet quantitas motus ante concursum et post concursum, cum et ante concursum corpora ibant simul ad easdem partes, et post concursum rursus simul eunt ad easdem, non vero ad contrarias invicem partes. Quodsi ante concursum duo corpora sibi ibant in contrarias et post concursum rursus, secundum certas scilicet paral-

lelas, eatenus differentia inter quantitates motuum ante concursum aequatur differentiae post concursum. Quodsi corpora progressum ex consentiente mutent in contrarium vel contra, summa quantitatum motus in progressu consentiente aequabitur differentiae earundem in progressu contrario, secundum easdem scilicet utrobi parallelas in quibus contrarietas sumitur. Idemque locum habet in pluribus, quatenus nonnulla tanquam aggregata in unum considerando, omnia simul pro duobus haberi possunt, ut supra.

Demonstratio manifesta est ex Scholio praecedente. Manet enim eadem quantitas progressus ante et post concursum; quae si per meram additionem progressuum (id est quantitatum motus) corporum amborum in utroque statu colligitur, utique manet et quantitas motus absoluta; quatenus vero detractione opus est in alterutro aut utroque statu, progressus iste integer est quantitatum motus secundum illas parallelas differentia. Atque ita eatenus motuum seu progressuum singulorum differentia in uno statu differentiae aut summae quae est in alio statu aequatur.

Propositio 14.

Si corpora suo impetu moveantur, tunc quaecunque demum fiat hypothesis phaenomenis corporum quoad situs inter se semel satisfaciens in statu aliquo priore seu in causa, satisfaciet etiam in statu quocunque posteriore seu effectu, eademque semper prodibunt phaenomena, seu (ut paucis dicam) Hypotheses diversae a se invicem discerni non possunt.

Nam posito motu libero ex vi semel impressa praecedente, hoc est rectilineo uniformi, ante concursum non possunt discerni hypotheses (quod quidem Geometrice constat ex prop. 16 cap. 2 sect. 1 Part. II.). Sed nec concursu discernuntur. Nam modo eadem sit corporum celeritas respectiva, corpora eodem modo agunt in se invicem, seu eadem sit vis ictus (per prop. 7 hic). Vis autem ictus transfertur in corporum Elastrum, et corpora concurrentia, nisi Elastrum ipsis vim ex toto aut parte restitueret, ferrentur simul (ut ostendimus ad prop. 10). Elastro igitur eam restituente duo componuntur Motus (non arbitrio fingentium nostro, sed ab ipsa

natura rei), unus communis, alter proprius corporibus reciproce proportionalis, et quidem priori aequalis, atque adeo priorem reddens celeritatem respectivam (ut ostendimus prop. 10), si Elastrum totam vim acceptam restituat; sed si pars virium a partibus corporis non satis elastici absorbeatur, elastrum nihilominus quantam vim dabit corporibus, eandem dabit reciproca proportione, tantumque celeritas respectiva prior certa proportione imminuetur. Cumque haec omnia eodem modo fiant, quicunque fuerit verus corporum motus ante concursum, constat igitur per concursum quoque hypotheses discerni non posse.

Propositio 15.

Si motus communis rectilineus corporibus addatur, eaedem manent eorum actiones mutuae eademque phaenomena inter ipsa. Et si corpora plura praeter motus proprios unius corporis (velut navis) motu communi rectilineo ferantur, nihil inde mutatur quoad proprios motus.

Motus enim communis distantias corporum inter se adeoque celeritates respectivas non mutat, ut manifestum est. Unde jam (per prop. 7 hic) etiam vires respectivae et (per demonst. prop. 16 cap. 2 sect. 1 Part. II.) phaenomena ipsorum inter se non mutantur.

Hinc sequitur, motuum compositionibus nos tuto uti posse salva potentia, quod tamen alioqui dubitationem aliquam recipiebat. Neque enim corpus, quod duabus celeritatibus aequalibus inter se compositis fertur, habet potentiam in directione composita aequalem summae potentiarum in directionibus componentibus, nisi cum directiones angulum rectum comprehendunt. Interim legum praecedentium beneficio natura nihilominus ejusdem potentiae absolutae conservationem consequitur, quae a composito motu aestimatur. Haec autem experimentis consentiunt. Etsi in navi motu recto progrediente nec succussiones patiente ludas motus ludicari, eadem phaenomena experiere quae in terra. Et quae ex navi projiciuntur sagittae, navem vi remorum avolantem consequuntur inque eam recidunt, experimento Gassendi, perinde ac in navem pro anchoris stantem, quia scilicet praeter motum projectionis, etiam motus navis sagitta habuit antequam inde sejungeretur. Unde qui cum magno aliquo corpore nec directe procedente defertur, et ab externis exploratae quietis aut cogniti motus notandis exclusus est,

non habet quo cognoscat, utrum quiescentem an progredientem locum sit sortitus. In motibus circularibus aliisque curvilineis videntur haec prima fronte locum non habere, cujus causam et correctionem in sequentibus investigare operae pretium erit.

Propositio 17.

Omnes Motus sunt compositi ex rectilineis uniformibus.

Nam omnis motus per se est uniformis et rectilineus; actio autem omnis in corporibus constitit in motu. Itaque motus rectilineus non nisi impressione alterius, etiam per se rectilinei (salvo licet priore) supervenientis inflecti potest, ac proinde nulla intelligi potest origo motus curvilinei et difformis, nisi per compositiones rectilineorum uniformium.

Haec propositio ut ad sequentes quasdam demonstrandas adhiberi potest, ita vicissim demonstrari potest ex sequentibus, quippe quae et aliunde demonstrantur, ut apparebit inprimis ad prop. 20. Hinc si corpus captum ab alio ex motu rectilineo in gyrum se vertere cogatur, arbitror revera pergere in recta linea, licet vi adhaesionis, quam a motu quodam derivo, ad centrum repellatur. Suspicor autem, Naturam arcanis quibusdam modis omnes suos conatus etiam particulares conservare et ad exitum perducere. Certe in concursu corporum aequalium contingit (quemadmodum infra ostendemus), ut celeritates absolutas ac directiones permutent inter se. Inde si certo tempore (fig. 198) A et B pervenerint ex $_1A$, $_1B$ in $_2A$, $_2B$, et aequali tempore a concursu $_2A\,_2B$ perveniant in $_3A$, $_3B$, fiet ut omnia perinde eveniant, ac si sine ullo concursu unumquodque suam viam fuisset prosecutum; loco enim ipsius A, quod semoto concursu pervenisset nunc in locum $_3B$, jam eo pervenit B, et loco ipsius B, quod semoto concursu pervenisset nunc in locum $_3A$, jam eo pervenit A. Cumque sibi sint aequalia, patet Naturam scopum suum aequipollenter obtinuisse. Et quemadmodum videmus Naturam in sono propagando res elasticas trementes secare per se in partes aequales, quod scilicet ea ratione melius consentiunt vibrationes; ita fieri potest, ut sponte Naturae ita fiant concursus, quasi corpora inaequalia ex pluribus partibus aequalibus componerentur. Hinc etiam cum omnes conatus quodammodo exitum habere arbitrer, si (fig. 199) corpora A, B radii cujusdam extremitatibus affixa circa medium

velut centrum ferantur atque ita recedere ab eo conentur, arbitror revera recedere et tendere ab B ad C, sed impulsu contrario corporum insensibilium rursus versus centrum repelli a C ad $_2$B, neque aliam esse causam adhaesionis, ut mox amplius patebit.

Propositio 18.

Si in corporum concurrentium composito ex concursu gyrus oriatur, is fit circa centrum commune gravitatis, et motibus contrariis reciproce proportionalibus seu respective aequalibus utrinque compensantur. Atque ita et vis respectiva eadem et vis progressiva seu progressus dicti centri rectus uniformis conservatur ut in molibus retilineis, ita et in circularibus uniformibus, aliisque curvilineis qui horum compositione nascuntur. Quodsi tales non sint motus, saltem tales intelligi possunt conatus, et speciatim ultimi conatus ante concursum, qui proinde dictos per se motus vel saltem, si impediantur, tales rursus conatus producent summam directionis conservantes.

Haec quidem directionis totalis conservatio sequitur ex praecedente, quoniam in rectilineis uniformibus veram esse supra ostendimus (prop. 12), et ex his per dictam praecedentem omnes alii componuntur. Sed hoc interpretandum foret subintelligendo motus quosdam insensibiles corporum insensibilium ambientium, quorum impressione corporum partes ad se invicem impelluntur, unde firmitas seu cohaesio exsurgit. Idem tamen, his etiam non comprehensis, aliunde ostendi potest, sumendo corpora firma per se more solito exclusis causis firmitatis; sed tunc propositio non valet quidem generaliter, succedit tamen in motibus uniformibus et in conatibus quibuscunque, ut eam concepimus.

Ponamus (fig. 200) duo corpora A, B aequalia aequalibus motibus parallelis et contrariis directionibus incidere in excipulas seu cavitates C et D in extremitatibus rectae CD positas, atque ita motus rectilineos in gyrum convertere, manifestum est centrum eorum G (quod in medio est rectae CD) ut quieverat ante gyrationem, ita et quiescere post eam, siquidem ipsam rectam velint molis expertem, aut si corporea est, ut centrum suum etiam in G habentem consideremus. Quod si corpora sint inaequalia

aut inaequali celeritate ferantur, orietur colluctatio quaedam, et quidem concurrentium motus ex hypothesi (et conatus semper) sunt rectilinei et uniformes, secundum leges motuum rectilineorum uniformium seu liberorum et per se evenientium hactenus ostensas, licet vel ab externa actione, vel ab obstaculo deinde mutentur.

Itaque perinde moveri conabuntur corpora A, B, pariterque eorum centrum gravitatis commune, ut leges supradictae jubent, adeoque centrum si prius quieverat adhuc quiescet, si prius movebatur, moveri porro conabitur aequabili motu in directum. Hi autem conatus non impediuntur in ipsa conversione motus rectilinei in circularem nisi differentia incomparabiliter parva seu inassignabili. Ponamus enim (fig. 201) punctum A conari progredi recta ${}_1A\,{}_2A$, sed incidens in D extremum radii AD cogi circulari ac deflectere in $({}_2A)$ seu ${}_2D$, et pro recta ${}_1A\,{}_2A$ describere arcum ${}_1D\,{}_2D$; patet initio seu in ipsa mutatione motus recti in gyrum, directionem non mutari differentia majore quam quae est anguli contactus quovis rectilineo incomparabiliter minoris, et differentiam inter rectam ${}_1A\,{}_2A$ et arcum ${}_1D\,{}_2D$ esse ipsis differentibus incomparabilem, ac proinde vim centrifugam (quae est ut ipsa recta ${}_2A\,({}_2A)$, differentia scilicet radii $A\,({}_2A)$ et secantis $R\,{}_2A$) esse celeritate (quae est ut recta ${}_1A\,{}_2A$) incomparabiliter minorem, adeoque initio pro nihilo habendam esse mutationem, quae demum in progressu continua repetitione fit notabilis; idemque est in caeteris omnibus punctis, quae a conatu rectilineo ad gyrum transeunt. Et punctum quod quiescere debet, si abesset gyrus, quiescet nunc quoque non obstante corporum gyro, quia ne initium quidem mutationis intelligi in ipso potest, et nulla existente ${}_1A\,{}_2A$, multo magis nulla est deflexio et vis centrifuga, ipsaque adeo ${}_2A\,({}_2A)$. Itaque si quiescit centrum gravitatis ante concursum, seu initio concursus, celeritatem progrediendi nullam habet, et proinde etiam ex vi concursus conatibusque inde ortis per se rectilineis celeritatem nullam habere debet, gyro quoque superveniente motum nullum habebit, neque adeo circulabitur, cum gyrum nihil aliud esse ostenderimus, quam motum per se rectilineum futurum, nunc inassignabili alteratione deflexum. Ex hoc ipso jam quod de quiescente centro ostendimus, conficitur idem et in moto. Quoniam enim ostensum est prop. 15 compositiones motuum rectilineorum seu hypotheseos variationes nil mutare in phaenomenis, ideo pos-

sumus talem assignare motum communem toti composito, ut perinde sit ac si omnia in navi ferantur, in qua spectanti quiescat centrum gravitatis, etsi absolute seu ex ripa immota spectanti eadem prodeant phaenomena quae antea. Jam in navi omnia fieri debent eodem modo, sive moveatur sive quiescat navis. Itaque in navi etiam post concursum gyro licet oriente quiescet centrum gravitatis, si ante concursum quievit, quemadmodum paulo ante ostendimus futurum esse, si navis motus abesset, seu centrum revera quiesceret absolute. Interim totum motu navis seu motu communi progredietur, et ita efficietur, ut extra navem spectanti centrum gravitatis, prout ante concursum supposuimus, aequabiliter porro progrediatur, atque ita absolute loquendo progrediatur ut ante sine ulla gyratione; caetera autem puncta (ut in navi) gyrantur circa ipsum centrum velut immotum, et praeterea simul cum ipso motu communi rectilineo progressionis totalis progrediuntur; quatenus autem gyrantur, compensant invicem progressus et regressus seu motus contrarios corporibus reciproce proportionales ex natura gyri, in quo utique latera opposita in contrarias partes feruntur, atqua ita semper vis respectiva conservatur; et si liberarentur omnia a gyro et directiones in tangentibus prosequerentur, haberent priores celeritates respectivas, quas ante gyrum habebant, et gyrantia utcunque divisa in duas partes haberent celeritates earum invicem recedendi corporibus reciproce proportionales et iis quas ante concursum habuerant aequales. Itaque ut in motibus rectilineis per celeritates contrarias corporibus reciprocas, ita et nunc in gyris oppositis per easdem eadem proportione distributas celeritates respectivae, adeoque et respectivae vires conservantur; dum interim motu communi centri gravitatis seu totius compositi motibus contrariis respective aequalibus superaddito praeter vim corporum agendi in se invicem, etiam ipsa vis agendi communis, seu vis progressiva totius compositi vel summa directionis totalis conservatur. Caeterum plures gygri particulares quoque fieri possunt in componentibus, ubi etiam centri cujusque particularis ratio habetur.

Res etiam ex praecedenti propositione ostendi poterat, hoc modo, quod ubique vires tam respectivae quam progressivae conservantur in motibus rectilineis uniformibus, tales autem sunt omnes (ex praecedenti), posito scilicet adhaesiones quoque seu firmitates et adeo aequidistantiam quoque a centro servatam ex

insensibilibus impressionibus ambientium oriri. Sed quia ambientium impressiones a conatibus recedendi gyrantium compensantur, nec inde quicquam viribus ipsis corporum insitis a motu rectilineo in gyrum versis derogatur, supererunt eaedem quae ante vires tam totales, quam respectivae, ut explicatum est. Quae sane admirandam nec satis consideratam hactenus Naturae in tuendis legibus constantiam atque harmoniam declarant. Videri poterat fallere regulas nostras, cum (fig. 202) corpus A in corpus aliquod immobile B incurrit; aut cum radius CD circa centrum firmum C mobilis, cavitate seu excipula D capit corpus E rectilineo motu adveniens, et in gyrum cogit; vel cum corpora F et G in libram HML, cujus centrum firmum M, brachia autem opposita HM, LM, incurrunt lineis FH, GL ab eadem parte librae (verbi gratia, ambo tendendo sursum aut ambo deorsum), sed in brachiis oppositis. Tunc enim reflecti potest corporum motorum centrum gravitatis (ut centrum ipsius A a corpore B repulsi), vel in gyrum se flectit, ut E incidens in excipulam D; vel denique reflectitur aut pergit pro ratione situs, ut centrum ipsorum F et G, quodsi incideret in M, reflecteretur.

Sed haec objectio solvi facile potest; praeterquam enim quod omne corpus perfecte firmum, si daretur, considerari debet ut infinitum respectu aliorum, unde centrum gravitatis omnium commune in ipsum immobile cadit adeoque quiescit; sciendum est revera nullum esse corpus immobile; quod autem nobis tale apparet, ideo videtur eundem semper locum tenere, quia telluris globo aut alteri corpori magno adhaeret, quod quidem movetur loco nonnihil quantum postulant hae ipsae leges nostrae, sed motus ejus insensibilis ob summam tarditatem quam corporis magnitudo postulat percipi nullo modo potest. Idem est, si corpus aliquod firmum vi insensibilium corporum continue resistentium suum locum tueatur. Semper igitur verum manebit, et vim respectivam corporum invicem, et vim progressivam directionis totalis conservari. Hanc Naturae legem non consideravit quidam ex celeberrimis nostri saeculi Philosophis, dum putavit, ad cogitationes voluntatesque animarum non quidem mutari quantitatem motus, mutari tamen directiones motuum in corporibus. Sed hoc fuit non minuere, sed transferre tantum difficultatem. Neque enim Natura minore cura summam virium directricium, quam absolutarum (quas ille Philosophus cum quantitate motus confudit) conservare

studet. Et fieri potest, ut concomitantia quadam (si ita appellare licet) a Conditore ab initio stabilita consentiant animarum et corporum actiones, etsi neutris leges alterius occasione minima ex parte violentur, quod mirum videri non debet, cum unaquaeque singularis substantia ita comparata sit, ut in notione sua completa totum Universum involvat, et secundum certos considerandi modos omnia per se ac velut sponte facere dici possit. Adde prop. 6. Sed ista quidem hujus loci non sunt.

Propositio 19.

Non tantum in motibus rectilineis (ut hactenus ostendimus) sed et in universum vera est, quam stabilivimus Naturae Lex de aequipollentia hypothesium, seu quod Hypothesis semel respondens phaenomenis praesentibus respondebit semper adeoque et phaenomenis consequentibus, quomodocunque corpora agant inter se, modo scilicet corporum systema sit cum aliis incommunicans, seu nullum superveniat agens externum.

Hoc demonstratur ex prop. 16, quod scilicet nihil aliud sunt motus omnes quam rectilinei uniformes compositi, in quibus res succedit per prop. 14. Sed idem aliter demonstratur ex generali Axiomate, quod quorum determinantia discerni non possunt, eorum nec discerni possint determinata. Ac proinde cum in causa seu statu praecedente hypotheses diversae discerni non possint, quamdiu scilicet corpora motibus rectilineis liberis feruntur, utique nec in effectibus seu statibus sequentibus quibuscunque poterant discerni; neque adeo in concursibus aut aliis quibuscunque eventibus, licet forte quidam motus ex rectilineis in circulares ob corporum cohaesiones vel firmitatem et obstantia retinacula convertantur. Cum ergo omnes motus etiam circulares aliive curvilinei potuerint orti esse ex praecedentibus rectilineis uniformibus per objecta forte retinacula in curvilineos mutatis; et motus semel datus quomodocunque prius fuerit productus, eosdem eventus nunc habere debeat, quos alius per omnia gemellus licet aliter productus; ideo generaliter Hypotheses nullis unquam phaenomenis poterunt mathematico rigore discerni. In universum, cum motus fit, nihil in corporibus invenimus quo determinari possit, quam mutationem situs, qui semper in respectu consistit. Itaque motus sua natura est re-

spectivus. Haec autem de Mathematico rigore intelliguntur. Interim nos motum tribuimus corporibus secundum eas hypotheses, per quas aptissime explicantur, neque aliud est hypothesin veram esse, quam aptam. Itaque cum navis plenis velis in mari fertur, possibile est omnia phaenomena exacte explicare, navem quiescere supponendo atque affingendo omnibus Universi corporibus motus ad hanc hypothesin congruentes. Sed hoc etsi nulla demonstratione mathematica refutari queat, tamen ineptum foret. Memini quidem, viro cuidam praeclaro olim visum ex motibus quidem rectilineis non posse discerni sedem subjectumve motus, posse tamen ex curvilineis, quoniam quae revera moventur, recedere conantur a centro motus sui. Atque haec fateor ita se haberent, si ea esset natura retinaculi seu firmitatis atque adeo motus circularis, quae communiter concipi solet. Verum omnibus exacte consideratis reperi, motus circulares nihil aliud esse quam rectilineorum compositiones, neque alia in Natura esse retinacula quam ipsas motuum leges. Et ideo nobis aliquando non apparet aequipollentia hypothesium, quod omnia eventa aliquando non apparent ob corporum ambientium insensibilitatem, et saepe systema aliquod corporum cum aliis incommunicans videtur, contra quam res se habet.

Caeterum ex hoc solo principio, quod motus sua natura sit respectivus adeoque omnes hypotheses semel consentientes semper idem producant, caeterae Naturae leges hactenus expositae demonstrari potuissent, quod admonere operae pretium fuit.

Propositio 20.

Corporum firmitas seu partium cohaesio oritura motu seu conatu unius corporis versus aliud impulsi.

Nam (ex prop. 17) omnes motus sunt rectilinei uniformes inter se compositi. Sed si corporum firmitas aliunde quam a motuum compositione est, gyratio quoque aliunde quam a compositione nascitur, ex ipsa scilicet necessitate quae sequitur ex hypothesi firmitatis. Utique enim (fig. 203) rectam corpoream seu crassitudine praeditam ac firmam LM, in extremitatibus L et M aequali vi respectiva motuum contrariorum AL, BM a corporibus A et B simul pulsatam, progredientibus corporibus in gyrum agi necesse est, circa punctum medium N, sed ita materia circa L vel M a centro N recedere tentans sola firmitate corporis non motu

contrario impresso retinetur; nec proinde motus circularis iste constitit in compositione rectilineorum, nisi ipsam firmitatem motu quodam appressionis explicemus. Idem conficitur ex prop. 19, quam non tantum ex prop. 17 sed et alia diversa ratione demonstravimus, unde rursusque prop. 17, ex prop. 19 una cum praesente 20 regressu quodam aliter quam supra demonstratur. Nimirum quia in prop. 19 ostensum est, ob naturam motus respectivam hypotheses esse indiscernibiles, etiam cognosci non debet, utrum corpus aliquod gyretur; sed posito firmitatem atque adeo gyrationes ex motuum rectilineorum compositione non nasci, motum absolutum a quiete discernendi ratio datur. Sit enim (fig. 204) corpus ACB gyrans circa suum centrum C, juxta seriem punctorum ADB, et jam ponatur firmitatem corporis dissolvi partemque extremam ut A rupto vinculo separari, ibit linea recta versus E, si versus fuit corporis AB motus; sin apparens tantum fuit, pars A cum reliquo corporis ACB manebit, non obstante vinculi solutione. Atque ita habebimus rationem necessariam discernendi motum verum ab apparente contra prop. 19. Neque hoc evitabitur, nisi firmitas corporis ACB oriatur a corporum ambientium appressione. Cum enim omnes ita motus sint rectilinei, nec aliud fuerit gyratio quam certa quaedam motuum rectilineorum compositio, et in mere rectilineis motibus absolute loquendo et geometrica necessitate hypotheses invicem discerni nequeant (per prop. 19), sequitur nec in gyrationibus discerni posse. Sed ostendamus distinctius, quo modo gyratio quaedam circa centrum et appressio corporum ex sola conatuum rectilineorum impressione oriatur. Nempe sit (fig. 205) mobile A tendens directione et celeritate repraesentata per rectam ${}_1A_1\alpha$ elementarem indefinite parvam; sit autem corporum ambientium conatus perpetuo pellens mobile A versus centrum C, ita ut eandem semper ab eo distantiam servet (quia scilicet alioqui praesens motus ambientium turbatur), et sit impulsus ut recta ${}_1A_2A$, ita ut ${}_2A$ cadat in circulum centro C radio C_1A descriptum (quem sane impulsum ${}_1\alpha_2A$ comparatione celeritatis praecedentis incomparabiliter parvum esse necesse est, ut jam notavimus ad prop. 18 hic; est enim aequalis vi centrifugae ipsius A, qua a centro recedit, quam infinite parvam esse respectu celeritatis seu impetus infinitis istis impulsibus concepti jam ostensum est prop. 28 de Causa et Effectu). His positis manifestum est, mobile quo temporis elemento venisset ab ${}_1A$ ad ${}_1\alpha$, nunc venire ab ${}_1A$

ad $_2A$, et ita ferri motu composito $_1A_2A$, seu celeritate et directione repraesentata per rectam (ab arcu circuli inassignabili inconsiderabiliter differentem) $_1A_2A$, ac proinde vi concepti conatus, ut $_1A_2A$, porro tendere in recta $_2A_3A$ continuata ad $_2\alpha$ conatu $_2A_2\alpha$ aequali ipsi $_1A_2A$. Sed cum ita rursus exerret seu recedat a circulo, utique a causa priore iterum pelletur versus centrum C usque ad circulum conatu $_2A_3A$, iterum incomparabiliter minore quam est celeritas seu impetus $_2\alpha_3A$, et ita motu movebitur ex $_2A_2\alpha$ et $_2\alpha_3A$ composito, id est motu $_2A_3A$, qui rursus continuabitur per se in $_3A_3\alpha$; unde corpus conatu $_3\alpha_4A$ ad circulum repelletur; et ita porro. Quoniam autem rectae $_1A_1\alpha$ et $_2A_2\alpha$ sunt aequales, ut ostendimus, et recta $_1A_1\alpha$ ab arcu circulari $_1A_2A$, itemque recta $_2A_2\alpha$ ab arcu circulari $_2A_3A$ differunt inconsiderabiliter, ita scilicet ut in initiis seu conatibus motuum, de quibus agitur, error sit minor quovis dato; ideo cum manifestum sit assumto tempore satis parvo errorem seu differentiam ad ipsa quae differre dicuntur, habiturum esse rationem data minorem (quod nunc prolixe explicare non vacat), utique ob aequalia temporis elementa assumta (quoniam scilicet celeritas per progressus ipsos elementares expressimus); patet aequalibus temporis elementis aequales arcus circulares absolvi, seu circulationem esse uniformem. Itaque ex motu rectilineo per se uniformi, sed accedente conatu paracentrico in circularem mutato oritur circulatio quoque uniformis, quod memorabile est, experimentisque consentit. Habemus ergo conversionem motus rectilinei in circularem per conatuum rectilineorum compositiones explicatam, qua sola ratione aequipollentiae Hypothesium satisfieri potest.

Certum est, explicandam esse causam cohaesionis ex his quae de corpore intelligimus, uti sunt magnitudo, figura, quies aut motus. Sed praeter motum nihil horum ad rem facit.

Sit enim (fig. 206) corpus ABC, cujus pars AB impulsa ictu veniente in DE, non relinquat BC in loco priore, sed secum moveat, quaeritur ratio hujus tractionis. Et quidem si velimus eam ad pulsum reducere concipiendo hamos quosdam corporis unius AB inseri in ansas corporis alterius BC, vel funes quosdam aut plexus fibrosos aliamve illaqueatricem texturam comminiscamur, nihil egimus; quia rursus quaeritur, quidnam fibrarum hamulorumque partes connectat. Contactus autem solus vel quies unius apud aliud aut motus communis utique non sufficit, neque

enim intelligi potest, cur corpus unum aliud trahat, ob hoc solum quia contingit. Et in universum non intelligimus aliam rationem cur corpus moveatur, nisi ideo quod duo corpora in eodem loco esse non possunt, et proinde uno moto et alia moveri necesse est, in quorum hoc locum subit; atque ideo omnis tractio ad pulsum reduci debet. Idem ex Naturae legibus hoc loco confecimus. Et quemadmodum ex lege mutationis quae per saltum esse non debet, ostendimus omnia corpora esse flexilia, seu non dari Atomos ; ita ex posita generaliter lege Naturae, quod eadem prodire debeant phaenomena, quaecunque de subjectis motuum fiat hypothesis, ostendimus, non oriri firmitatem nisi ex compositione motuum. Quod vero aliqui a pressione aëris aut aetheris corporum firmitatem deducunt, similitudine duarum tabularum politarum quae aegre divelluntur, id tametsi in aliquibus verum sit, primas tamen firmitatis vel cohaesionis origines non explicat; quaestio enim superest de ipsa firmitate seu cohaesione tabularum. Cum ergo massa materiae non nisi motu discriminari possit, ab hoc uno ultimas firmitatis majoris minorisve rationes peti debere manifestum est.

Propositio 21.

Corpus omne aliquem habet gradum firmitatis in omnes partes.

Nam omne corpus impelli potest vel impellere in omnes partes; itaque Elastrum est (per prop. 6 hic), in quamcunque partem impellatur; et omne Elasticum aliquem habet gradum firmitatis seu partium cohaesionem.

Scilicet omnia corpora ostendimus flexilia esse prop. 5, nunc omnia ostendimus aliquam habere firmitatem. Itaque nihil perfecte fluidum aut firmum, vel molle aut durum est, suntque omnino extrema haec aliena a rerum natura. Et omnia omnibus aliquo modo cohaerent, et ab ipsis nonnihil patiuntur. Itaque minime putandum est dari in natura materiam summae fluiditatis, tanquam primum aliquod Elementum, aut globos secundi cujusdam Elementi duros perfecte tornatos.

Propositio 22.

Vacuum dari Legibus Naturae consentaneum non est.

Nam omne corpus aliquem habet gradum firmitatis in omnes partes (per prop. 21). Sed omnes firmitas oritur ab appressione

ambientis (per prop. 20). Igitur corpus omne ab omni parte ambiri necesse est, id est vacuum non datur.

Hanc propositionem ex aliis generalioribus derivare licet, quae non sunt hujus loci; quoniam tamen sponte nascitur ex Naturae legibus hactenus stabilitis, annotandum duximus. Quemadmodum et supra Atomos sustulimus prop. 5. Et sunt, quibus magis placent ratiocinationes a concretis sumtae, quam quae ducuntur ex theoria abstracta a systematico statu.

Propositio 23.

In motu composito ex duobus angulum rectum facientibus eadem est potentia absoluta secundum directionem diagonalis, quae est in ambobus motibus secundum latera rectanguli simul sumtis.

Sit (fig. 207) corpus A tendens motu AB, et rectae AB tanquam diagonali circumscribatur parallelogrammum rectangulum quodcunque ACBD; sintque corpora E et F aequalia ipsi A, et habeat E motum EG aequalem ipsi AC, similiterque F motum FH aequalem ipsi AD; dico potentiam corporis A esse potentiis corporum E et F aequalem. Nam potentia ipsius E est ad potentiam ipsius A ut quadratum EG ad quadratum AB (per prop. 4 cap. de potentia); similiterque potentia ipsius F est ad potentiam ipsius A, ut quadratum FH ad quadratum AB. Ergo et summa potentiarum E et F simul est ad potentiam ipsius A, ut summa quadratorum EG et FH seu AC et FH ad quadratum AB. Sed summa quadratorum AC et FH aequatur quadrato ipsius AB; ergo et potentiae E et F simul aequantur potentiae ipsius A.

Propositio 24.

Ictus corporum concurrentium fit secundum rectam perpendicularem ad planum contactus in puncto concursus, quatenus ex directione ejus ipsa motus directio componitur.

Si (fig. 208) corpora A et B concurrant directione AB, ad planum contactus (seu corpora ambo in puncto concursus tangens) CB angulum faciente obliquum, ex puncto B educatur BD normalis ad CB, et compleatur rectangulum CADB; ajo ictum fieri directione DB. Nam ponamus quiescere corpus B (quia ad ictum nil refert, quod concurrentium quiescat per prop. 7 vel per prop. 14), ponamus praeterea motum AB produci motu composito ex AC et AD,

perinde ac si regula esset FG, quae dum motu CB parallelo transfertur ex AC in DB, interim corpus A iret in ipsa regula FG motu ut AC vel DB, inde enim (per prop. 2) manifestum est productum iri motum AB. Sed in eo casu patet, corpus A simul motum duobus motibus, uno in regula FG versus B, et altero cum regula FG parallele ad CB, solo motu in regula FG versus CB agere in CB; itaque cum motus AB idem efficiat, quomodocunque productus intelligatur, semper ergo ictus obliquus AB non erit nisi secundum directionem DB. Idem demonstratur ex consideratione Elastri; nam si (fig. 209) corpus A veniens motu $_1A_2A$, et ibi incurrens in Elastrum LM, pergat linea recta in $_2A_3A$, non intendet Elastrum, nisi secundum $_2A_2M$, perinde ac si venisset motu N_2A. Denique idem confirmatur ex propositione praecedente. Nam quia ictus obliquus partem tantum virium habet ictus recti (quod ex eo demonstratur, quia summa obliquitas, id est parallelismus omnimodus facit omnino ictum evanescere; ab integro autem ictu perpendiculari ad nullum non potest iri per saltum, itaque paulatim per intermedias obliquitates imminuitur ictus), et simul habenda est ratio obliquitatis, adeoque simul et vis et directio dividenda est in duas partes, nec vero dividi potest potentia secundum directionem aliquam AB in duas potentias secundum duas alias directiones componentes, nisi per rectanguli DC latera AD, DB diagonalem habentia AB (per prop. praeced. 23); itaque consequens erat, ut haec divisio potentiae, seu compositio directionis valeret, ex quibus unam solam DB, nempe perpendicularem in planum contactus CB, ad agendum in corpus ictum excipiens B aptam esse manifestum est.

Propositio 25.

Si corpus incurrens totam vim servat, anguli incidentiae et reflexionis sunt aequales, anguli scilicet ad planum contactus.

In corpus CD (fig. 210) incidat A linea $_1A_2A$ angulo obliquo; ajo si reflectitur tota vi quam habuit incurrens, reflecti linea $_2A_3A$ tali, ut anguli $_1A_2AC$ et $_3A_2AD$ sint aequales. Sit triangulum rectangulum $_1AE_2A$, et $_3AE_2A$, incurrit corpus A motu E_2A (per prop. praec.), et ideo si reflectitur, in linea $_2AE$ reflectetur, cum nulla sit ratio declinandi in alterutram partem, et motu quoque qui celeritate sit ut motus E_2A, alioqui vim amisisset; jam servat praeterea et motum $_1AE$, id est, continuat motum ei aequalem et

aequidirectum E_3A; ergo ex composito motu ${}_2AE$ et E_2A fit motus ${}_2A_3A$, angulo ${}_3A_2AD$ aequali ipsi ${}_1A_2AC$.

Hanc rationem demonstrandi aequalitatem anguli incidentiae et reflexionis primus invenit Keplerus in Paralipomenis ad Vitellionem, quam deinde in rem suam transtulit Cartesius. Sed idem alia non minus pulchra ratione demonstrarunt Veteres, Ptolemaeus et Heliodorus Larissaeus, supponendo in actione lucis quod Natura agit via facillima qua potest. Ergo A pervenit ex ${}_1A$ in ${}_3A$ per reflexionem via facillima qua potuit. Et cum facilitas hic in sola brevitate viae intelligi possit, quia uniforme est medium, sequitur A ex ${}_1A$ pervenire in ${}_3A$ per ${}_2A$ punctum reflectens tale, ut sit ${}_1A_2A + {}_2A_3A$ omnium possibilium via brevissima.

Seite 49 Zeile 7 von unten ist für *δρεκτικῷ* zu lesen *δεκτικῷ*.

